



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## Acerca de este libro

Esta es una copia digital de un libro que, durante generaciones, se ha conservado en las estanterías de una biblioteca, hasta que Google ha decidido escanearlo como parte de un proyecto que pretende que sea posible descubrir en línea libros de todo el mundo.

Ha sobrevivido tantos años como para que los derechos de autor hayan expirado y el libro pase a ser de dominio público. El que un libro sea de dominio público significa que nunca ha estado protegido por derechos de autor, o bien que el período legal de estos derechos ya ha expirado. Es posible que una misma obra sea de dominio público en unos países y, sin embargo, no lo sea en otros. Los libros de dominio público son nuestras puertas hacia el pasado, suponen un patrimonio histórico, cultural y de conocimientos que, a menudo, resulta difícil de descubrir.

Todas las anotaciones, marcas y otras señales en los márgenes que estén presentes en el volumen original aparecerán también en este archivo como testimonio del largo viaje que el libro ha recorrido desde el editor hasta la biblioteca y, finalmente, hasta usted.

## Normas de uso

Google se enorgullece de poder colaborar con distintas bibliotecas para digitalizar los materiales de dominio público a fin de hacerlos accesibles a todo el mundo. Los libros de dominio público son patrimonio de todos, nosotros somos sus humildes guardianes. No obstante, se trata de un trabajo caro. Por este motivo, y para poder ofrecer este recurso, hemos tomado medidas para evitar que se produzca un abuso por parte de terceros con fines comerciales, y hemos incluido restricciones técnicas sobre las solicitudes automatizadas.

Asimismo, le pedimos que:

- + *Haga un uso exclusivamente no comercial de estos archivos* Hemos diseñado la Búsqueda de libros de Google para el uso de particulares; como tal, le pedimos que utilice estos archivos con fines personales, y no comerciales.
- + *No envíe solicitudes automatizadas* Por favor, no envíe solicitudes automatizadas de ningún tipo al sistema de Google. Si está llevando a cabo una investigación sobre traducción automática, reconocimiento óptico de caracteres u otros campos para los que resulte útil disfrutar de acceso a una gran cantidad de texto, por favor, envíenos un mensaje. Fomentamos el uso de materiales de dominio público con estos propósitos y seguro que podremos ayudarle.
- + *Conserve la atribución* La filigrana de Google que verá en todos los archivos es fundamental para informar a los usuarios sobre este proyecto y ayudarles a encontrar materiales adicionales en la Búsqueda de libros de Google. Por favor, no la elimine.
- + *Manténgase siempre dentro de la legalidad* Sea cual sea el uso que haga de estos materiales, recuerde que es responsable de asegurarse de que todo lo que hace es legal. No dé por sentado que, por el hecho de que una obra se considere de dominio público para los usuarios de los Estados Unidos, lo será también para los usuarios de otros países. La legislación sobre derechos de autor varía de un país a otro, y no podemos facilitar información sobre si está permitido un uso específico de algún libro. Por favor, no suponga que la aparición de un libro en nuestro programa significa que se puede utilizar de igual manera en todo el mundo. La responsabilidad ante la infracción de los derechos de autor puede ser muy grave.

## Acerca de la Búsqueda de libros de Google

El objetivo de Google consiste en organizar información procedente de todo el mundo y hacerla accesible y útil de forma universal. El programa de Búsqueda de libros de Google ayuda a los lectores a descubrir los libros de todo el mundo a la vez que ayuda a autores y editores a llegar a nuevas audiencias. Podrá realizar búsquedas en el texto completo de este libro en la web, en la página <http://books.google.com>









QA  
35  
C787

**ARITHMETICA**  
**DEMONSTRADA**  
**THEORICO-PRACTICA**  
**PARA**  
**LO MATHEMATICO**  
**Y MERCANTIL.**

**EXPLICANSE**

**LAS MONEDAS, PESOS, Y MEDIDAS DE LOS**  
Hebreos, Griegos, y Romanos; y de estos Reynos  
de España, conferidas entre sí:

**COMPUESTA**

**POR JUAN BAUTISTA CORACHAN,**  
*Maestro en Filosofia, Dr. en Sagrada Theologia, y Cathe-*  
*dratico de Mathematicas en la Universidad de*  
*Valencia su Patria.*

**ADVIERTASE, QUE PARA NO TRASTOCAR LAS**  
Operaciones, la moneda de oro, y plata Castellana queda  
en el mismo valor que tenia en el año 1699. que fue quando  
faliò à luz la primera impressiõ desta Obra, supuesto  
no es circunstancia que varie el mo-  
do de obrar.

---

*Con licencia, Barcelona: Por JUAN PIFERRER Impressor,*  
*Plaza del Angel. Año 1719.*



**T**ODO el empleo de la Arithmetica es tratar de los numeros, unas veces exercitando sus operaciones, y otras inquirendo , y considerando sus propiedades. En quanto à lo primero es *Practica*, y en lo segundo *Especulativa*. Pero si està aplicada al trato comun de compras, vendas, ganancias, trueques, compañías, &c. se dice *Mercantil*; porque principalmente aprovecha à los Mercaderes , que con mas frecuencia tratan de esto: Y si està en numeros abstractos , ò no aplicados à cosas determinadas , especulando sus propiedades , se dice que con especialidad sirve para la Mathematica.

Estas partes todas de la Arithmetica comprehendo en este tratado; y aunque por sì solas pudieran ser bastante motivo para escribir, y suficiente materia para un volumen, pero no impeliò la mano à tomar la pluma otra cosa, que el dar la demonstracion : porque entre las muchas Arithmeticas que reconoce el Orbe literario, apenas ay una que demuestre las reglas , y que en esto no exceda los terminos del arte menor , ò mendigue noticias de otra ciencia.

Aqui pongo las demonstraciones con solos numeros, reduciendolas à una mediania , sin usar de todo el rigor Mathematico, para que las puedan entender los principiantes, y no olvidando que las han de leer los Maestros.

Los parrafos que contienen alguna cosa especial, estàn numerados por su orden , para citarlos fácilmente; porque he tenido por mejor citar el parrafo , que la pagina , ò capitulo. Las citas estàn entre un parentesis, como se vé en la

pri-

primera línea de la pagina 36. donde se halla esta nota (21), la qual significa, que en el parrafo 21. se explica lo que en dicha pagina es menester, y assi de las demás.

Y como para el comercio sea necessaria la noticia de las monedas, pesos, y medidas, alomenos de los Reynos circunvecinos, entre los quales es mas frequente el trato, se han puesto en la segunda parte de los proemiales las de Castilla, Aragon, Valencia, y Cataluña, confiriendolas entre si. Y aviendo tomado la pluma para escribir deste asunto, me ha parecido añadir las de los Hebreos, Griegos, y Romanos, para la inteligencia de muchos lugares de la Sagrada Escritura, de Historiadores, y Autores profanos.

Pero advierto, que en las monedas de Castilla, hablo segun el tenor de la ultima pragmática, por la qual se subió el valor de la planta su quarta parte; de suerte, que el real de à ocho Mexicano, Segoviano, ò Sevillano que antes valia ocho reales de plata, y doce de vellon, y aora segun pragmática vale diez reales de plata, y quinze de vellon, no siendo yà el real de plata sencillo la octava parte del dicho real de à ocho, sino la decima; pero vulgarmente el real de plata no se entiende la decima, sino la octava parte del real de à ocho Mexicano; y el valor de este en vellon no son quinze reales, sino quinze reales, y un ochavo.

Ultimamente prevengo al que leyere, que por mi poca salud no he podido assistir à las correcciones, pero las he encomendado à persona inteligente, y assi, si acaso en ellas, ò en la substancia de la Obra hallàre algun descuydo, confio que con su grande prudencia le corregirà benignamente, teniendo en la memoria que somos hombres, y podemos errar.

PROE-



# PROEMIALES.

**P**ROEMIALES llamamos à las noticias generales de algunos terminos , y otras cosas concernientes , que segun buen orden se deven suponer antes del tratado principal. No es nuestro intento amontonar noticias , sino traer las mas necessarias con toda individuacion , y claridad. Contienen dos partes ; la primera declara los Terminos : la segunda , las Monedas , Pesos , y Medidas.

## P A R T E I.

### EXPLICANSE ALGUNOS TERMINOS.

*No explicamos aqui todos los terminos, sino los mas generales, dexando los otros para su devido lugar ; porque deste modo, à mas de tener las noticias mas recientes, evitamos al principiante el enfado de haverlos de buscar à cada passo.*

### DE LA ARITHMETICA.

**A**RITHMETICA , es Ciencia que trata de los numeros. Toma su nombre de la voz Griega *Arithmos* , que es numero , y de la Latina *Metior* , que significa medir. Dividese en *Especulativa* , y *Practica* ; aquella considera las propiedades de los numeros : y esta usa dellas.



*De la Unidad.*

2 Unidad , segun Euclides en la defin. 1. del lib. 7. es aquella por la qual qualquier cosa se dice *una* ; como por la unidad decimos un Angel , un hombre , una piedra. De otro modo: Unidad es la denominacion por la qual decimos *uno* ; como por la blancura decimos *blanco*. Comunmente se toma por la cosa denominada *una* , de modo , que adelante , lo mismo entenderemos por *unidad* , que por *uno*.

3 La unidad es indivisible en aquella accepcion que es unidad, pero en otra puede ser divisible ; como un dia en razon de dia es indivisible , porque no puede haver menos dias que uno ; pero en razon de horas se divide en veinte y quatro horas , y entonces ya no es unidad , sino numero compuesto de veinte y quatro unidades. Esto necesita de mayor explicacion.

Para evitar la confusion , nacida como hija legitima de la multitud, fue preciso nombrar à ciertos agregados de unidades con nombres de unidad ; como à las veinte y quatro horas llamarlas *Dia* ; à trecientos sesenta y cinco dias , *Año* ; à cien años ; *Siglo*. Porque si no fuera deste modo , para nombrar un dia aviamos de decir veinte y quatro horas ; para dos dias , quarenta y ocho horas ; para tres , setenta y dos , &c. que fuera una confusion intolerable. Pues hablando de siglos , un siglo es unidad , pero tratando de años , no es ya unidad , sino numero compuesto de cien años , y entonces cada año es unidad ; pero si consideramos dias , contiene trecientos sesenta y cinco dias.

Lo mismo significamos mas claramente quando decimos *un par*, *una terna*, *una quadrilla*, *una decena*, *un millar*, *un millon*, y otros nombres semejantes , con los quales expressamos numero , y juntamente unidad , porque todo aquel numero le consideramos como à uno. Asi mismo de qualquier *unidad* , ò por mejor decir , de qualquier *uno*, podemos tomar la mitad , tercio , quarto , &c. con tal que sea divisible , pues no diremos medio Angel , porque es indivisible.

Con esto quedará entendido de raíz , como los Arithmeticos , hablando de la unidad dicen que es indivisible , y tratando de los quebrados asientan , en que el quebrado es parte , ò partes de la unidad ; en lo qual parece que ay inconseguencia de doctrina , porque si la unidad es indivisible , como tiene partes ? Pero en la verdad es muy conseqente , porque es indivisible en una accepcion , y divisible en otra , como queda advertido ; que es lo mismo que decir , que la unidad es

in-

Indivisible por lo formal , y divisible por lo material , con tal que la materia se pueda dividir.

*Del Numero.*

4 *Numero es una multitud compuesta de unidades; ; así le define Euclides en la defin. 2. del lib. 7. Parece que este otro modo de definirle explica algo mas : Es una coleccion de unidades como dos , tres , quatro , &c. Porque el numero no es qualquier multitud , ò agregado de unidades , como un monton de piedras sin orden , ni distincion ; sino distintas , y ordenadas por el entendimiento , que las agrega , lo qual explica el nombre de coleccion ; porque quien coge , ò ajunta , precisamente procede con algun orden , y distincion.*

Es comun sentir de los Filósofos , que el numero depende del entendimiento , que agrega , y ordena las vanidades , formando diferentes numeros ; y por esto dicen con Aristoteles , que el numero está en el Alma , porque si no huviera quien numerara , no avria numero , ò cosa numerada. Es propio de los racionales el numerar ; y así preguntando Neoclides á Platon : *Por qué el hombre es el animal mas sabio de todos ?* Respondió agudamente : *Porque sabe contar.* Los brutos no numeran , sino que con su conocimiento material conocen muchas unidades sin agregarlas ; solo perciben *una , uno , uno , pero no tres.*

Para dar á entender la sobredicha coleccion de unidades , distingue Caramuel con futilidad en el proemio de su Arithmetica dos actos de entendimiento ; el uno que conoce muchas unidades , y el otro que las numera , los quales explica con un caso donoso , que le escribió un amigo. Dispertó cierto hombre , y oyendo el Relox contó las horas así : *Una , una , una , una.* Viendo , pues , este desorden , añadió : *Delira este Relox , porque ha dado quatro veces la una.* Dixera yo que él delirava , porque avia de agregar las unidades , y no contarlas cada una de por sí. Conoció multitud de unidades , pero no las unió.

5 De lo dicho consta claramente , que la unidad no es numero , sino principio , y raíz de todos los numeros ; porque agregando unidades nace el numero que llamamos *Entero* , y tomando parte , ò partes de la unidad , como se dixo antes , sale el numero que decimos *Quebrado*. Entrambos numeros , desde la unidad , como á termino comun pueden proceder infinitamente , aquel creciendo , y este menguando ; porque añadiendo unidades crece el entero , y tomando partes de la unidad se disminuye el quebrado.

6 El numero se puede considerar en dos maneras ; la primera

quando expresse alguna especie, como quando decimos, dos Angeles, tres hombres, quatro piedras, &c. La segunda quando no se determina la especie, como dos, tres, quatro, cinco, &c. sin declarar si son Angeles, hombres, ò piedras. Los numeros de la primer diferencia se dicen *Contractos*, y los de la segunda *Abstractos*. Destos usaremos de ordinario.

### *De los Guarismos.*

7 Guarismos, ò cifras, son las notas, ò caracteres con que se escriven los numeros. No han sido siempre unos mismos; ha auido grande variedad, así en Naciones, como en diferentes tiempos. Los primeros Arithmeticos escrivan los numeros con puntos, repitiendolos tantas veces como tenía unidades el numero. Perdianse de vista, y recurrieron à lineas, de las quales despues formaron diversos guarismos.

La letra Hebraica *Jod* estuvo muy usada al principio, para expresar los numeros, repetidas tambien tantas veces como unidades. De aquí devió tomar origen, el poner antiguamente tres letras *Jod* para significar à Dios Trino, como lo dice Caramuel en el proemio de su *Arithmetica*.

Los Romanos en sus principios, como refiere Polydoro *lib. 1. de rerum invent. cap. 19.* cada un año fixavan un clavo en las paredes del Templo de Jupiter, para significar el numero de los años, y Consulados, firviendoles los clavos de guarismos en sus anales. Pero despues usaron de las letras por guarismos, como luego diremos.

En la China, como lo assegura el P. Martin de Martin en su *hist. de la China lib. 1. decada 1.* se estila contar por unos granos enfiatados en un hilo de hierro, los quales subiendo, y baxando, indican los numeros. Casi con este genero de cuenta suelen significar las fuyas algunos Mercaderes de la Europa, pues disponen unos calculos en ciertas lineas, y circunstancias, que con facilidad señalan los numeros, y por esso à su *Arithmetica* la llaman *Calculatoria*.

Los Caldeos, Asirios, Hebreos, Griegos, y Romanos no tenían diferentes guarismos de las letras con que escrivan. Pero entre estas Naciones avia alguna diferencia, porque los Hebreos usavan de todas sus letras; los Romanos de algunas; y los Griegos añadian caracteres, como lo notò en su *Arithmetica* Geronimo Muños, Cathedratico de *Mathematicas*, y *Lengua Hebraica* en esta Universidad de Valencia.

Nosotros usamos de ciertos caractères, que segun Abenragel en la  
in-

## PARTE PRIMERA.

5

introduccion à su Astronomia , inventaron los Bracmanes en la India Oriental , de los quales los tomaron los Arabes , y despues los introduxeron en España en tiempo del Señor Rey Don Alonso el Sabio ; y por su grande utilidad los ha admitido casi todo el Orbe. Estos guarismos , solamente son los diez siguientes.

Uno Dos Tres Quatro Cinco Seis Siete Ocho Nueve Zero.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

8 Cada uno destos guarismos , tomado por si solo , significa tantas unidades , como el lugar que ocupa en la presente serie. Solo el zero por si no es significativo , pero puesto à la derecha de otro guarismo , ò numero , aumenta su valor diez veces , como luego diremos.

No tiene la Arithmetica otros guarismos ; con ellos , acompañados unos con otros , expresse todos los numeros por grandes que sean ; assi como la Gramatica compone todos los vocablos con solas sus 23. letras. Antes que entrèmos à tratar de los numeros , serà bien que empleemos algun tiempo en el *Numerar* , y *Notar* , que son leer , y escribir Arithmetico ; porque quien no supiere estas dos cosas , en vano espera entender la cuenta.

### De la Numeracion.

9 Numeracion , à quien vulgarmente llaman *Cuenta* , es la expresion del valor de un numero escrito por sus propios guarismos ; como que el 24. significa veinte y quatro ; y el 40. quarenta. Aqui se deve advertir , que no se han de explicar los numeros por estos nombres : *Dos veces , tres veces , quatro veces , &c.* los quales no declaran la colleccion de unidades ; sino por estos otros : *Dos , tres , quatro , &c.* que mas claramente expressan la dicha colleccion ; con que no diremos *veinte y quatro veces uno* , sino *veinte y quatro*.

Esto podemos explicar facilmente en los Reloxes , que pues en otra ocasion nos valimos dellos , no irèmos desconcertados , si nos bolvermos à valer otra vez. Supongo que quatro Reloxes sucesivamente tocan cada uno la *una* ; entonces decimos , que han dado quatro veces la *una* , no que son las *quatro* ; porque no queremos hacer colleccion ; pero quando un Relox da quatro golpes , contamos las quatro , porque aora queremos numerar , ò hacer colleccion.

Es la numeracion artificiosa , y paraque el principiante no tropie-

ce en el primer passo , ferà bien que atienda con cuydado á lo siguiente. Porque toda la dificultad consiste en explicar , como con solos los diez guarismos , que señalamos arriba ( 8 ) se pueda escribir , y significar qualquier numero ; porque entendido esto bien , quedará llano el modo de numerar.

10 Pues para mayor inteligencia desto , comienzo á contar desde la unidad , diciendo : 1. uno , 2. dos , 3. tres , 4. quatro , 5. cinco , 6. seis , 7. siete , 8. ocho , 9. nueve. Y porque ya no tenemos más guarismos significativos , es preciso que otra vez nos valgamos de los mismos , poniendo 1. y un zero para 10. diez , que es una decena. Aqui ya tenemos dos guarismos , de los cuales el 0. no es significativo , solo sirve de llenar lugar , paraque el 1. passe al lugar segundo.

Aora al segundo guarismo van acompañando primeramente todos los guarismos deste modo 11. once , que es una decena , y uno ; 12. doce , esto es una decena , y dos ; 13. trece , que es una decena , y tres , y así prosiguiendo hasta que todos le ayan acompañado , y se ayan cumplido dos decenas que son 20. veinte. Luego todos los guarismos buelven á acompañar al 2. del 20. hasta que llega á tres decenas , que son 30. treinta. Al 3. del 30. acompañan otra vez todos los mismos guarismos hasta , que sube á quatro decenas , que son 40. quarenta ; y así prosiguiendo hasta que se cumplen diez decenas , que son 100. ciento. En donde por el diez , se pone 10. y porque este diez es de decenas , se pone otro zero , con que tenemos ya tres guarismos.

Aora al 1. del 100. van acompañando todos los guarismos de la primer centena , que son desde 1. hasta 99. hasta que cumplen dos centenas , que son 200. ducientos. Despues al 2. de 200. acompañan otra vez los mismos guarismos , hasta que hacen tres centenas , ó 300. trecientos ; y con este orden , prosiguiendo hasta cumplir diez centenas , que son 1000. mil donde ay quatro guarismos , pues por el diez se ponen 10. y por ser de centenas , y estas tener dos ceros , se añaden otros tantos , con que son quatro. Y así prosiguiendo infinitamente.

11 Atendiendo , pues , con atencion al sobredicho progreso de la cuenta , constará con evidencia lo primero , que la numeracion es circular decenaria ; porque procede por periodos de diez , esto , es , número primero diez ; despues diez decenas , que son ciento ; despues diez centenas , que son mil ; diez millares que son diez mil , y así infinitamente.

Y aunque es verdad que se pudo introducir otra numeracion que  
pro-

procediera por diferentes periodos, de dos , de tres , de quatro , &c. como en la musica procede por octavas , y en la Astronomia antigua por sexagenas ; pero nuestra numeracion decenaria es la mejor, porque sus periodos son muy proporcionados , ni sobrado grandes , ni pequeños : Y puede ser que atendiendo á los diez dedos de las manos , para que por ellos pudiessemos contar , introduxessen los primeros Arithmeticos esta numeracion.

12 Lo segundo , que el orden de los lugares , ó asientos de los guarismos quando están juntos , procede de la mano derecha , respecto del que lee , ó escribe , ácia la izquierda ; porque fueron inventados en los pueblos Orientales ( 7 ) donde suelen escribir en muchas partes de la derecha á la izquierda , como los Hebreos. Con que en qualquier numero , como en este 826. el primer guarismo es el de la mano derecha , que es el 6. y el ultimo el de la izquierda , que es el 8. Esto quede advertido para siempre.

13 Lo tercero , que quando los guarismos van acompañados unos con otros , tienen dos valores : el uno por lo que el mismo guarismo significa ; y el otro por corazon del lugar que ocupa ; porque en el primer lugar denota unidades ; en el segundo , decenas ; en el tercero centenas , &c. como se verá en la tabla numeratoria , que luego daremos. El segundo valor se contrae , y determina por el primero , pues un mismo guarismo , con solo mudar de lugar , muda de valor.

De suerte , que un guarismo solamente por mudar de lugar sube á otro grado de valor : Sirva de exemplo este numero 888. que segun predixo la Sybila Cumana , es la suma del valor numerico de las letras del Dulcísimo Nombre de JESUS , escrito en Griego , en sentir de Beda sobre el cap. 2. de San Lucas. En el qual numero , el primer guarismo vale lo que el significa , que son ocho unidades ; el segundo vale : diez veces mas que lo que el significa , que son ocho decenas , ó ochenta ; el tercero , cien veces mas que lo que el denota , esto es , ocho centenas , ú ochocientos : Con que todo valdrá ochocientos ochenta y ocho.

Lo mismo podíamos aver explicado en este otro numero 666. seis cientos sesenta y seis aunque numera cosa bien diferente , pues es el numero del nombre del Antichristo : como lo profetizó San Juan en el cap : 13 de su Apocalip. y en este otro 6666. seis mil seis cientos sesenta y seis , que es numero de una Legion. Pero bastan los exemplos.

14 Todo el progreso de la numeracion está decifrado en la tabla



figuiente, que aunque es infinito, pero como và por periodos semejantes, pocos bastan para su inteligencia.

Tiene dos columnas; en la primera están los numeros, que indican los lugares de los guarismos, primero, segundo, tercero, &c. la segunda contiene los nombres de la numeracion, correspondientes à cada lugar: unidad, decena, centena, &c.

Si atendemos à la disposicion de la tabla hallarèmos, que de seis en seis lugares buelven los mismos nombres, solo con la diferencia, que en el primer senario son unidades sencillas; en el segundo, unidades de cuento, ò millon; en el tercero, unidades de bicuento, ò millon de millon; en el quarto, unidades de tricuento, ò de millon de millon de millon; en el quinto, quadricuento, y así infinitamente.

*Tabla Numeratoria.*

<i>Lugar.</i>	<i>Valor.</i>
1. <sup>o</sup>	Unidad.
2	Decena.
3	Centena.
4	Millar.
5	Decena de millar.
6	Centena de millar.
7	Cuento, ò millon.
8	Decena de cuento.
9	Centena de cuento.
10	Millar de cuento.
11	Decena de millar de cuento.
12	Centena de millar de cuento.
13	Bicuento, ò millon de millon.
14	Decena de bicuento.
15	Centena de bicuento.
16	Millar de bicuento.
17	Decena de millar de bicuento.
18	Centena de millar de bicuento.
19	Tricuento, ò millon de millon de millon.
20	Decena de tricuento.
21	Centena de tricuento.
22	Millar de tricuento.
23	Decena de millar de tricuento.
24	Centena de millar de tricuento.
25	Quadricuento.
	&c.

De fuerte, que este nombre *Cuento*, ò *Millon*, se repite una vez menos que el numero del senario; y así en el primer senario no se nombra cuento; en el segundo cenario se dice cuento, ò millon una sola vez, porque es el segundo senario; en el tercero se dice millon de millon, ò abreviando *Bicuento*, que es nombrarle una vez menos que el lugar tercero del senario; en el quarto se dice millon de millon de millon, ò tricuento; y así de los demás.

15. Esto supuesto, para numerar qualquier numero, comenzaremos de la mano derecha ácia la izquierda, dando á cada guarismo el nombre que segun su lugar le corresponde en la tabla, y determinandole despues por lo que significa el mismo guarismo. Como en este numero 1697. al primer guarismo diremos *Unidad*, al segundo *Decena*, al tercero *Centena*, al quarto *Milar*. Y porque el primero es 7. determinaremos el nombre de unidad, diciendo siete unidades, ó siete absolutamente: En el segundo, 9. diremos nueve decenas, ó noventa: El tercero, 6. será seis centenas, ó seiscientos: Al quarto, 1. llamaremos mil; con que todo el numero valdrá mil seiscientos noventa y siete.

Este otro numero 38500. significa treinta y ocho mil y quinientos; En donde es menester advertir lo que se dixo antes ( 10 ) que el zero por sí no tiene valor alguno, sino que solo sirve de llenar lugar; y así en ocurriendo algun zero, se ha de passar en silencio el nombre que segun el lugar le correspondiere en la tabla; pues porque en el lugar de las unidades, y decenas ay zeros, no las hemos nombrado, sino que avemos dicho *quinientos*. Aki mismo daremos el valor á este otro numero 900426. diciendo, nuevecientos mil quatrocientos veinte y seis, sin nombrar decena, ni unidad de millar, porque ay zeros.

16. Paraque el principiante no fatigue su cabeza, ni pierda el hilo de la cuenta en numerar grandes numeros, como el siguiente; podrá usar deste artificio. Divida el numero con distinciones de tres en tres guarismos, comenzando de la mano derecha, y quedará repartido en miembros, de los quales cada una contiene tres guarismos correspondientes á unidad, decena, centena: solo el ultimo miembro puede tener uno, ó dos guarismos.

3.

2.

1.

30, 900, 510, 356, 714, 006, 810.

Despues de cada dos miembros irá escribiendo los exponentes 1. 2. 3. 4. &c. ( son numeros que declaran el orden, los terminos el lugar, ó asiento ) encima el guarismo immediate siguiente á los dos miembros sobredichos: de modo, que el exponente 1. ha de estar sobre el septimo guarismo; el 2. sobre el decimotercio: el 3. sobre el decimo nono; y así de los demás.

Dispuesto el numero, como queda dicho, para entender el artificio de raiz, podrá el principiante cotejarle con la tabla numeratoria ( 14 ) y hallará que los exponentes distinguen al numero en senarios, con-

forma la tabla ; y que en donde está el exponente 1. que es el septimo lugar , en la tabla se halla *cuento*. Al lugar del exponente 2. que es el decimotercio , corresponde en la tabla *bicuento*. Al exponente 3. *tricuento*. , &c. Y en el lugar en donde ay distincion en medio de los senarios , en la tabla dice *millar*. Con que el primer senario será de unidades ; el segundo de cuentos , porque tiene el exponente 1. el tercero de bicuentos , porque tiene 2. y así de los demás.

Con este aparato , quien supiere numerar un senario , los sabrá todos sin atender à los otros , y aun sin ver los guarismos , como luego diremos. Comience , pues , por el ultimo senario , en el qual solo se halla este numero 30 treinta ; y porque el senario , es de tricuentos , añadirá esta palabra *Tricuento* , diciendo treinta tricuentos.

El siguiente senario 900510 vale nuevecientos mil quinientos , y diez , al qual porque es de bicuentos añada esta misma voz , diciendo, nuevecientos mil quinientos y diez bicuentos. En el otro senario 356714 porque es de cuentos , dirá trecientos cincuenta y seis mil setecientos y catorce cuentos. Finalmente , en el otro senario 006810. dirá seis mil ochocientos y diez. Despues pronunciará toda la cuenta así : Treinta tricuentos nuevecientos mil quinientos y diez bicuentos; trecientos cinquenta y seis mil setecientos y catorce cuentos ; seis mil ochocientos y diez.

17 Cumplamos ahora lo que ofrecimos de dar regla para numerar qualquier numero sin ver todos sus guarismos juntos , sino sucesivamente comenzando por la izquierda, con tal que se sepa el numero de ellos. Parece enigma , pero lo tendrá decifrado quien huviere penetrado el artificio de numerar.

Supongo , pues , que se ha de nombrar el mismo numero , el qual porque tiene veinte guarismos, segun me han dicho , (porque supongo que no le he visto ) dividido este numero 20. en senarios , y hallo que ay tres completos , porque tres veces seis son diez y ocho , y sobran dos guarismos del quarto ( que es de tricuentos ) de los quales el primero es de unidades , y el segundo de decenas ; luego en viendo el segundo , ó ultimo , que es 3. diré treinta ; despues quando veré el zero dire asimismo treinta tricuentos , porque el lugar del zero no se nombra , como está dicho.

El tercer senario es de bicuentos , al qual corresponden en la tabla estos nombres : *Bicuento* , *decena de bicuento* , *centena de bicuento* , *millar de bicuento* , *decena de millar de bicuento* , *centena de millar de bicuento*. Luego quando veré el 9. que es el sexto guarismo del senario , diré nuevecientos; despues veo dos zeros , á los quales no les doy nom.

nombre , fino que solo dirè nuevecientos mil ; el tercer guarismo del senario es 5 . pues digo quinientos ; el segundo es 1 . dirè diez ; el primero es 0 . al qual no le doy nombre , y así dirè quinientos , y diez bicuentos ; con que todo el senario valdrà nuevecientos mil quiniento y diez bicuentos. Del mismo modo se contarán los otros senarios que omito por no ser molesto.

En los nombres de la cuenta suelen engañarse los que comienzan, pensando que lo mismo es bicuento , que dos cuentos : tricuento , que tres cuentos ; y así de lo demás. Pero es engaño manifiesto , porque dos cuentos son dos unidades de cuento ( tomándole por unidad ) y bicuento es un cuento de unidades de cuento.

El engaño nace de no atender à lo que advertimos arriba ( 9 ) que los nombres de la numeracion deven ser estos , *dos , tres , quatro , &c.* no *dos veces , tres veces , &c.* los quales son mas propios del multiplicar , que del numerar : y como este nombre bicuento , en quanto à la dición *Bi* se derive del adverbio Latino *Bis* , que significa dos veces , ferà lo mismo bicuento que un cuento multiplicado por otro cuento ; ò que se nombra dos veces cuento , diciendo cuento de cuento , que es un cuento de unidades de cuento. La diferencia està clara en los numeros , porque dos cuentos se escriben así 2000000 . y bicuento deste modo 10000000000000 .

18 De lo dicho en la numeracion queda manifiesto , lo primero , que aquel numero es mayor , que tiene mas guarismos , y así el 100 . es mayor que el 99 . Pero si dos , ò muchos numeros tienen tantos guarismos el uno como el otro , aquel ferà mayor , cuyo guarismo ultimo , penultimo , antepenultimo , &c. fuere mayor : con que el 8246 . ferà mayor que el 8239 .

19 Lo segundo , que si à qualquier numero , como 12 . añadimos un zero à la derecha , así , 120 . crece su valor diez veces : si dos zeros , deste modo , 1200 . le aumenta cien veces : si tres zeros 12000 . mil veces , &c. porque los zeros hacen , que los guarismos pasen à otros lugares.

### De la Notacion.

20 Notacion es la descripción de un numero por sus propios caracteres , ò guarismos , como el veinte y quatro se escribe así , 24 . Es inversa de la numeracion ; porque por esta leemos los numeros , y por la notacion los escribimos.

21 Para escribir qualquier numero se pondrán los guarismos como

como se nombran , comenzando de la izquierda ácia la derecha, y si se omitieren alguno , ò algunos nombres de los de la tabla numeratoria, se notarán otros tantos zeros , que solo sirven de llenar lugar : Como para escribir con guarismos trecientos veinte y seis , escrivase un 3. por los trecientos , un 2. por los veinte , y un 6. por los seis , así 326.

Otro exemplo : Tengo de escribir con guarismos este numero dos mil cinquenta y quatro, escrivo 2. por los dos mil ; y porque de millar passa à decena , esto es de dos mil à cinquenta , sin nombrar centena, pongo un , 0. en el lugar de las centenas , despues escrivo 5. por los cinquenta , y ultimamente un 4. por los quatro, con que será todo junto 2054.

Otro exemplo : Se ofrece escribir con guarismos esta cuenta: Treinta y seis cuentos ciento quatro mil y trecientos ; escrivo 36. por los treinta y seis cuentos; despues 1. por el ciento ; y porque de ciento passa á quatro mil sin nombrar decenas , pongo 0. y despues 4. por los quatro mil ; prosiguiendo escrivo 3. por los trecientos ; y porque aquí acaba la cuenta sin nombrar decenas , ni unidades , pondré dos zeros, y será todo junto 36 104 300.

### *De la cuenta Latina , ò Romana.*

22 Porque este genero de cuenta , à la qual algunos llaman *Caste-llana* , aun està en uso en las Bulas Pontificias , y escrituras publicas, me ha parecido que no será fuera de proposito el declararla. Los Romanos escrivian los numeros con solas estas siete letras I. V. X. L. C. D. M. La I. vale uno ; la V. cinco ; la X. diez ; la L. cinquenta ; la C. ciento ; la D. quinientos ; y la M. mil.

Pero como las letras son pocas , y los numeros grandes , es necesario valerse de dos arbitrios ; el primero , que la letra de menor valor, antepuesta à la de mayor , le quita su valor ; como la I. puesta antes de la V. deste modo IV. hace quatro ; la X. antes de la L. así XL. vale quarenta ; y así de los demás. El segundo , que algunas letras se pueden escribir juntas hasta tres veces , y aun hasta quatro , como XXX. son treinta ; y CCCC. ò deste modo CD. son quatrocientos.

Esto supuesto el año corriente 1697. se escrivirá deste modo MDCXCVII. La M. es mil ; las DC. seiscentos ; las XC. noventa ; las VII. siete. Este otro numero 2958. se escrivirá así MMCMLVIII. Las MM. son dos mil ; las CM. nuevecientos , porque la C. quita ciento à la M. la L. cinquenta ; y las VIII. ocho. Asimismo esta cuen-

MCDXLIV. vale 1444. porque la M. es mil; las CD. quatrocientos, las XL. quarenta ; y las IV. quatro.

Con esta cuenta no solian los Romanos contar numero mayor que tres mil ; ni estaban muy puestas en uso las letras D. y M. Valianse de otras , con que contavan hasta diez mil. Para escrivir 500. ponian una I. y C. al revès deste modo IC. para mil asì CI. para 5000. deste modo ICIC. para 10000. asì CCICIC. Con que el numero 1697. se escrivía con estos caractères en esta forma CICICXCVII.

*De la medida , y partes del numero.*

23 Un numero mide à otro , quando tomado , ò repetido una , ò muchas veces le iguala ; asì como una vara mide à doce varas de cinta , porque aplicada doce veces las iguala. El 3. mide al 15. porque tomado , ò repetido cinco veces hace 15. El 4. mide al 4. porque tomado una vez le iguala.

El numero de las veces que se toma , ò repite un numero para igualar al otro , se dice que es por quien mide ; como el 4. mide al 24. por 6. porque tomado seis veces hace 24. El 8. mide al quarenta por 5. porque repetido cinco veces hace 40.

El numero que mide se dice *Medida* ; y si es el mayor de todos los que pueden medir à otro , se llama *Maxima Medida* : Como el 6. respecto del 12. porque aunque al 12. midan otros numeros como el 2. 3. y 4. pero el 6. es el mayor. El numero medido se dice *Multiplíce* del que mide ; y asì el 12. es multiplíce del 6. y del 4. 3. 2. 1.

Si un numero , como el 3. mide à otros 6. 9. 15. se dice *Medida Comun* ; y si es el mayor de los que pueden medir , se llama *Maxima medida comun*. La qual puede ser uno de los mismos numeros , como en 8. 16. pues el 8. se mide à si mismo , y al 16. La unidad mide à todos los numeros , porque se componen della ; con que no ay numeros incommensurables , como en la magnitud , porque alomenos tienen la unidad por medida comun.

24 Un numero es parte de otro ( hablando en terminos Arithmeticos ) quando tomado , ò repetido muchas veces le iguala ; y asì el 4. es parte del 12. porque tomado 3. veces hace 12. Asì mismo el 8. es parte del 48. porque tomado 6. veces hace 48. De fuerte , que segun Euclides en la defin. 3. del lib. 7. la parte es un numero menor, respecto de otro mayor ( que se llama todo ) el qual menor mide al mayor.

Pero si el numero menor no mide al mayor , esto es , que repetido una,



una, ò muchas veces no le iguala, se llama *Partes*, segun Euclides en la defin. 4. del lib. 7. como el 6. respeto del 15. porque tomado dos veces hace 12. que no llega à 15. y repetido tres veces passa, pues hace 18. Dicese *Partes*, porque contiene muchas.

Para mayor inteligencia desto, es menester advertir, que Euclides no tratò de otro genero de parte, fino de la que mide à su todo; y asi, quando dice *Parte* ya se entiende que ha de medir al todo; y como el 6. no mida al 15. no puede decirse parte, respeto del 15. Pues como se nombrará? Digo que *Partes*; porque el 6. contiene dos veces al 3. que es parte del 15. y porque el 3. es la quinta parte del 15. será el 6. respeto del 15. dos quintas partes.

25 Bien conozco, que estas noticias de *Parte*, y *Partes* serán dificultosas de entender à los principiantes; pero no he podido omitirlas por ser de Euclides, y comunes entre los Mathematicos. Pues paraque no causen confusion, dirè lo mismo con terminos mas claros. La parte es en dos maneras, *Aliquota*, y *Aliquanta*. Parte aliquota es la que repetida muchas veces adequa, ò iguala al todo; como el 6. respeto del 24. Al contrario la parte aliquanta, que tomada muchas veces no le iguala; como el 3. respeto del 8. Y esta es la que se dice *Partes*.

26 La parte aliquanta se suele individuar así: Una mitad, un tercio, quarto, quinto, &c. Toma el nombre del numero por quien mide (23) el qual se llama *Denominador*; con que el 3. es mitad del 6. porque le mide por 2. que es denominador; el 5. es tercio del 15. porque le mide por 5. el 2. es quarto del 8. porque le mide por 4. y así de los demás.

27 La parte aliquanta necessariamente se ha de nombrar con dos nombres; como dos tercios, quarto quintos, &c. porque contiene muchas partes aliquotas. El primer nombre expresa el numero de las partes aliquotas que contiene; y el segundo dice quales partes aliquotas sean; como el 6. respeto del 15. es dos quintos, porque contiene dos veces al 3. el qual es un quinto del 15.

28 Una parte aliquota es semejante à otra aliquota, quando se contiene en su todo tantas veces como la otra; y así 3. y 5. son semejantes, respeto del 12. y 20. porque tanto el 3. en el 12. como el 5. en el 20. se contienen quatro veces. Asimismo 2. 4. 7. son semejantes, respeto del 6. 12. 21. porque se contienen tres veces. Los todos que contienen à las partes aliquotas semejantes, como el 12. y 20. respeto de 3. y 5. se llaman *Semejantes*, y tambien igualmente *multiples*.

29 Una parte aliquanta es semejante à otra aliquanta , quando contiene tantas partes aliquotas semejantes de su todo , como la otra del suyo. Y así el 3. y 9. son partes semejantes aliquantas del 5. y 15. porque entrambas contienen tres quintas partes de sus todos. El 4. 6. 10. son semejantes , respecto de 14. 21. 35. porque contiene qualquiera dellas dos septimos de su todo. Estos , todos se dicen *Semejantes* , pero no igualmente *multiplices*.

Las partes aliquotas , ò aliquantas , que tienen un mismo nombre son semejantes ; porque toman el nombre de las veces que se contienen en el todo si son aliquotas (28) : ò de las partes aliquotas semejantes que contienen , si son aliquantas. (29) Y así , porque 2. y 5. respecto de 10. y 25. son un quinto , serán semejante aliquantas ; y 6. y 4. respecto de 9. y 6. son semejante aliquantas , porque entrambas son dos tercios.

### *De la razon , y proporcion de los numeros.*

30 *Razon numerica* es el respeto , relacion , ò habitud , que tiene un numero comparado con otro , segun que es mayor , igual , ò menor : como 4. à 2. 3. à 3. 5. à 6. El numero que se compara se dice *Antecedente* , y à quien se compara *Consequente* : y así en la razon de 4. à 6. el 4. es antecedente , y el 6. consequente.

31 Si el antecedente es igual al consequente se dice *Razon de igualdad* ; como 4. à 4. ò 6. à 6. Si el antecedente es mayor , es *razon de mayor desigualdad* ; como 8. à 4. 10. à 2. Si el antecedente es menor , se llama *razon de menor desigualdad* ; como 2. à 10. 4. à 8. de suerte , que invirtiendo los terminos de la razon de mayor igualdad , resulta la de menor desigualdad ; y al contrario.

Para mayor inteligencia de la razon , digo que consiste en la continencia del antecedente en el consequente , ò al contrario deste en aquel : como la razon de 6. à 3. no es otra cosa mas que el respeto de 6. à 3. en quanto el 6. contiene al 3. dos veces. La razon de 4. à 4. es el respeto de un numero á otro , en quanto el 4. contiene al 4. una sola vez. La razon del 2. al 9. es el respeto del uno al otro , en quanto el 2. se contiene en el 9. quatro veces y media. Qualquier numero dice razon à otro , porque tiene alguna continencia.

32 *Proporcion* es la comparacion , habitud , respeto , ò relacion de dos razones , como la relacion que ay de la razon de 4. à 2. à la razon de 6. à 3. De suerte , que así como la razon està entre dos numeros , la proporcion està entre dos razones ; porque una razon se puede

de comparar à otra, como un numero à otro. Y así como un numero se puede comparar à otro, en quanto es mayor, menor, ò igual, tambien una razon se puede referir à otra del mismo modo: de fuerte, que aquellas razones son iguales, cuyos antecedentes tienen la misma continencia en sus consequentes; aquella razon es mayor, cuyo antecedente contiene mas veces à su consequente, ò es contenido menos veces de su consequente. Pero Euclides solo tratò de la comparacion de las razones de igualdad; porque en la *definicion 4. del lib. 5.* definiò la proporcion, diciendo que es *una semejanza de razones.*

Esta semejanza, ò igualdad de razones consiste, en que en entrambas aya la misma relacion, ò continencia; y así la razon de 4. à 1. es semejante, la misma, ò igual (todo significa lo mismo) à la de 12. à 3. porque así como el 4. contiene al 1. quatro veces, del mismo modo el 12. contiene al 3. quatro veces. Y estos numeros se llaman *Proporcionales*: los quales expresan los Mathematicos deste modo: como 4. à 1. así 12. à 3.

De otro modo podemos explicar esta igualdad de razones, diciendo, que aquellas razones son iguales, cuyos antecedentes son partes, ò todos semejantes de sus consequentes (28. y 29.): como la razon de 10. à 15. es igual à la de 2. à 3. porque los antecedentes 10. y 2. son partes semejantes (esto es dos tercios) de sus consequentes 15. y 3. Asimismo, la razon de 8. à 4. es semejante à la de 10. à 5. porque el 8. y 10. son todos semejantes, respecto de 4. y 5. Bastan estas noticias agora, en el libro segundo se hallarán mas extensas.

### *Del numero par, è impar.*

33 Numero par es el que se puede dividir enteramente en dos partes iguales, ò el que tiene mitad; como 2. 4. 6. 8. &c. Numero impar es el que no se puede dividir enteramente en dos partes iguales, ò el que difiere del par por una unidad; como 3. 5. 7. 9.

Dividese el numero par en *Pariter par*, y en *Pariter impar*. El *pariter par* es un numero medido de par por par, como el 8. à quien mide el par 4. por 2. Y el 12. à quien mide el par 6. por par 2. Numero *pariter impar* es el medido de par por impar; como el 10. à quien mide par 2. por impar 5.

Adviertase que ay muchos numeros, que juntamente son *pariter pares*, y *pariter impares*, como el 12. porque es medido de par 2. por par 6. y tambien de par 4. por impar 3.

El numero impar solo tiene una especie, que es *Impariter impar*, à quien

quien mide impar por impar ; como el 15. que es medido de impar 3. por impar 5.

*Del numero primero , y compuesto.*

34 Numero primo llama Euclides en la defin. 11. del lib. 7. al que solo es medido de la unidad, esto es , que no tiene otra parte aliquota, mas que la unidad ; como 2. 3. 5. 7. y así necesariamente ha de ser numero impar , exceptando al 2.

35 Numeros entre sí primos son los que solo tienen la unidad por medida comun , como 8. y 11. porque aunque el 8. tenga alguna medida fuera de la unidad , pero no es comun para los dos. Tambien 10. 12. 17. son entre sí primos , porque no tienen numero alguno por medida comun à todos los tres. Si entre muchos numeros huviere algun numero primo, todos serán entre sí primos , porque aquel no tendrá medida alguna fuera de la unidad ; y necesariamente ha de aver entre ellos algun numero impar , exceptando al 2.

36 Numero compuesto es el que tiene algun numero que le mide à más de la unidad , ó el que tiene partes aliquotas fuera de la unidad ; como el 12. à quien miden el 2. 3. 4. 6 y el 10. à quien miden 5. y 2. A todo numero compuesto mide algun numero primo , como consta por la prop. 33. del lib 7. de Euclides.

37 Numeros entre sí compuestos son los que tienen alguna medida como à más de la unidad , como 8. y 10. à los quales mide el 2. Asimismo 6. 9. 12. son entre sí compuestos , porque à todos mide el 3. Esta medida comun puede ser uno de los mismos numeros , como 4. 8. 12. cuya medida comun es 4. lo qual sucede siempre , que el uno de ellos mide al otro , à otros.

*Del numero Dígito , Artículo , y Mixto.*

38 Numero dígito es el que solo tiene un guarismo , como 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. que son todos los numeros desde 1. hasta 10. exclusive. Numero artículo es el que tiene muchos guarismos , de los quales el primero es zero ; como 10. 30. 2500. &c. Numero mixto es el que tambien tiene muchos guarismos ; pero el primero no es zero , como 24. 152. 208.

*Del numero perfecto , diminuto , y abundante.*

39 Numero perfecto llama Euclides en la defin. 22. del lib. 7. al que es igual à todas sus partes aliquotas juntas ; como el 6. cuyas partes aliquotas 1. 2. 3. juntas hacen lo mismo 6. El 28. es tambien perfecto , porque sus aliquotas 1. 2. 4. 7. 14. hacen 28. Numero diminuto es aquel , cuyas partes aliquotas juntas no llegan à igualarle ; como el 8. cuyas partes aliquotas 1. 2. 4. hacen 7. El abundante es aquel cuyas partes aliquotas juntas hacen numero mayor ; como el 12. porque sus aliquotas 1. 2. 3. 4. 6. hacen 16.

De los 28. numeros , que Pedro Bungo en el cap. 28. de los misterios de los numeros , dice que son perfectos , solos se hallan ocho perfectos , segun el P. Mariano Merfenne en la prefacion del tom. 1. de su *Physico Mathem.* que son los siguientes : 6. 28. 496. 8128. 23550336. 8589869056. 137438691328. 2385843008139952128.

Son los numeros perfectos muy pocos , y añade el dicho Merfenne , que hasta aora solos se han hallado once ; y que para examinar si un numero de 20. guarismos es perfecto , no bastan cien años. Tiempo mal gastado en cosa de tan poca importancia. El primer guarismo de qualquier numero perfecto es 6. ò 8.

## P A R T E II.

## DE LAS MONEDAS , PESOS , Y MEDIDAS.

**P**ARA que el Arithmetico pueda formar cuentas , y reducciones de monedas , pesos , y medidas de diferentes Reynos, es preciso que primero sepa su cantidad , division , y correspondencia. Por esso he recopilado aqui algunas , assi antiguas , como modernas , entresacando lo mas cierto , porque esta materia es muy dificultosa , y del todo no se puede averiguar. En las monedas no ay cosa fixa. Los pesos , y medidas son tan diferentes , que aun en un mismo Reyno se halla esta diversidad.

*Monedas , pesos , y medidas de los Romanos  
antiguos.*

La primer moneda que tuvieron los Romanos , fue una libra de cobre sin labradura , ni cuño alguno. Llamaronla *Peso* , *Libra* , ò *As* , como si dixessen *as* , que es lo mismo que cobre. Y como la libra de peso tenia 12. onzas , correspondientes à los 12. meses del año , segun lo dice Fannio , dividieron tambien el *As* en 12. partes iguales.

A una parte destas la llamaron *Uncia* , como si dixeran *uncia* ; à dos *Sextans* , que es la sexta parte de 12. à tres *Quadrans* , porque es la quarta parte de los mismos 12. à quatro *Triens* , que es la tercera parte ; à cinco *Quincunx* ; à seis *Semissis* , que es la mitad ; à siete *Septunx* à ocho *Bes* ; à nueve *Dodrans* ; à diez *Dextans* , ò *Decnux* ; y à once *Denax*.

Pero reconociendo los Romanos la incomodidad desta moneda , y apremiados de la necesidad en la primer guerra contra los Cartagineses , segun afirman Macrobio , y Aulo Gelio , la reduxeron à peso de dos onzas , sellandola con figura de una Res ; que por esso , segun Plutarco en la vida de Publicola , la moneda se llama en Latin *Pecunia* del nombre *Pecus*. Despues aun fueron disminuyendola mas hasta media onza , pero quedando el mismo valor , y reparticion ; de suerte , que media onza de cobre sellado tenia el mismo valor , y division que una libra sin sello.

Aqui es conveniente saber dos cosas. La primera , que esta costumbre de sellar la moneda , aunque segun algunos , la introduxo en los Romanos Servio Tulio su sexto Rey : y segun Macrobio en el 1. de los Saturnales , Jano , que segun algunos fue Noe , à quien los Romanos despues adoraron por Dios ; pero si atendemos à lo que dice Josepho , fue Cain el primer inventor de la moneda ; y en tiempo de Abraham es cierto que la huvo.

La segunda , que no solo à este genero de moneda , sino à otras cosas tomadas por entero las llamaron *As* ; y assi los Jurisconsultos à un heredero de toda la hacienda le llaman *Hæredem ex asse* ; y à uno de la tercera parte le dicen *Hæredem ex treinte*. Tambien los Artilleros à la porcion de carbon , y azufre , que se pone en la polvora , la llaman *As* , diciendo que la polvora fina consta de *As* , *As* , y seis ; esto es , de una parte de azufre , otra de carbon , y seis de salitre.

La onza , ó duodecima parte del *As* tambien tenia sus divisiones ,



porque *Semionza* era la mitad de una onza ; *Sicilico* , la quarta parte, *Duela* la tercera ; *Sextula* la sexta ; *Drachma* la octava. La *Drachma* tiene 3. escrupulos, ò 60. granos.

Multiplicando el *As* tambien salian otros pesos , como *Belsis* , *Tresfis* , *Quadrasis* , *Decusis* , *Centusis* , &c. que eran 2. 3. 4. 10. 100. asses , ó con otros nombres *Dupondio* , *Tripondio* , *Quadripondio* , *Decupondio* , *Centupondio* , &c.

El *As* siempre se hacia de cobre ; pero avia una moneda muy pequeña de plata, que se llamava *Libela* , la qual valia lo mismo que un *As*, como lo atestigua *Varron*.

El *Sestercio* , dicho en Latin *Sestertius* , era una moneda que valia dos asses y medio ; pero si se nombrava *Sestertium* , ya no era moneda, sino suma , ò numero de moneda , que valia mil sestercios de los primeros , ò 2500. Asses.

*Quinario* era una moneda que valia dos sestercios , ò 5. Asses : llamavase tambien *Victoriato* , por estar esculpida en él una victoria , como lo trae *Budeo en el lib. 1.*

*Denario* era moneda de 10. Asses , ò 2. quinarios , ò 4. sestercios. Siendo de plata era la septima parte de la onza ; porque *Plinio en el lib. 33. cap. 9.* dice , que de una libra de peso de 12. onzas se sellavan 84. denarios : con que segun esto , 7. denarios hacian una onza.

De aqui se infiere , que la *drachma* , siendo de plata valia 8. asses, y tres quartos ; porque como cada onza de peso tenia 8. drachmas , y la libra 96. por otra parte cada libra contenia 84. denarios, y cada uno 10. asses , que son 840. asses , partiendolos por 96. drachmas tocan á cada *drachma* 8. asses , y tres quartos.

La *drachma* corresponde casi al valor de un Julio Romano , ò un real de plata Mexicano , pero no al peso ; porque 8. onzas , que es un marco , contienen 64. drachmas , y del marco , segun la disposicion del Rey Don Fernando el Catholico año 1497. la qual siempre se ha observado , se facan 67. reales de plata Mexicanos : con que el peso del real de plata Mexicano es menor que el de la *drachma* , porque de un mismo marco ( por ser la onza Castellana igual á la Romana antigua , segun *Vilalpando* , *Mariana* , *Alcazar* , y lo comun de los Autores ) se facan mas reales que drachmas.

Y aunque á la verdad el valor de las drachmas es mayor que el del real Mexicano ; pero como la diferencia es muy poca , comunmente se toma por lo mismo. Y asi , valiendo agora el real de á ocho Mexicano 15. reales de vellon, que son 510. maravedis, valdrá el real sencillo de plata , ò la *drachma* 63. maravedis , y tres quartos de maravedi , que  
al

al presente corresponden á 29. dineros , y un quarto de Valencia ; á 24. dineros de Aragon ; y á 42. de Cataluña.

Y segun esta cuenta valdria cada *As* aora, 7. maravedis, y dos septimos ; ò 3. dineros de Valencia, y 12. treintaycincavos ; ò 2. dineros Aragoneses , y 26. treintaycincavos ; ò 24. dineros Catalanes ; y 28. treintaycincavos. Y quando los Autores dicen , que el *As* vale cerca de 4. maravedis , se han de entender de plata.

Advierto aquí , que aora se hacen en Castilla reales de à ocho , que llaman de Maria , los quales son la quarta parte menores que los Mexicanos ; de fuerte , que el real de à ocho de Maria vale 8. reales de plata , y 12. de vellon ; y el Mexicano , Segoviano , ò Sevillano vale 10. reales de plata , y 15. de vellon ; y al mismo respeto los reales sencillos , de à dos , y de à quatro. Pues para no confundir las cuentas de los Autores , compararé las monedas de las otras Naciones , y Reynos con los reales de plata antiguos , que son los Mexicanos , Segovianos , ò Sevillanos.

Advierto tambien , que muchas veces toman los Autores el denario , y drachma por un mismo valor , y peso : pero en la realidad son diferentes ; porque el denario era la septima parte de la onza : y la drachma , la octava. Verdad es , que como dice Vilalpando , creciendo la avaricia de los Romanos disminuyeron el denario , haciendole igual à la drachma ; y con esto se concilian los Autores.

*Obolo* era la sexta parte de la drachma. Cada uno contenia 10. granos ; era moneda de cobre , segun Budeo en el lib. 1. sellada con una saeta. *Diobolo* eran 2. obolos , ò la tercera parte de la drachma. *Triobolo* , ò *Hemidrachmio* eran 3. obolos , ò media drachma. *Tetrobolo* eran 4. obolos , ò dos tercios de la drachma.

*Sueldo* era una moneda de plata , ò de oro , que pesava la sexta parte de la onza ; y por esso se llamaba tambien *Sextula*. Su tercera parte se decia *Tremissis*.

La mina , y talento no eran monedas , sino peso , ò suma de moneda. Pesava la *Mna* , ò *Mina* 100. drachmas , y el *Talento* 60. minas , ó 6000. drachmas ; y assi valdria 6000. reales de plata.

Algunas destas monedas , y pesos , como la Drachma , Mina , y Talento , no eran propias de los Romanos , sino que las tomaron de los Griegos.

La menor medida de longitud que tenian los Romanos , era lo ancho de un grano de cevada.

El *Dedo* ordinario , ò menor constava de 4. granos de cevada juntos

por los lados. Ahora le dividen en 12. partes iguales , à las quales llaman *Lineas*.

*Onza* , ò *Uncia* era lo mismo que un pulgar , ò dedo mayor : Constava de 5. granos de cevada , y un tercio.

El *Palmo menor* , ó *Quadrante* tenia quatro dedos menores juntos por los lados.

*Bes* llamavan los Romanos à la extension del dedo pulgar , y el índice ; lo que nosotros llamamos xeme , tenia 8. pulgares , ò dos tercios de un piè.

*Dodrante* , ò *Palmo mayor* era medio codo , ò 9. pulgares. Algunos dicen , que era la extension del dedo pulgar , y menique.

El *Piè* tenia 4. palmos menores , ó 16. dedos menores , ò 12. pulgares. El piè romano es el mismo que el Geometrico , y es igual al piè Valenciano , que es el tercio de la vara de Valencia , como lo prueba exactamente Joseph Vicente del Olmo , en su Nueva Descripcion del Orbe , pag. 92.

El *Codo* , contenia piè y medio : era la distancia desde la dobladura del brazo , hasta toda la extremidad de la mano ; deciafe tambien *Ulna*. Es media vara de Valencia.

El *Passo menor* , à quien los Romanos llamavan *Gressus* , tenia dos pies y medio. El *Mayer* , ò *Passo Geometrico* , constava de 5. pies.

La *Pertica* , ó *Radio* constava de 10. pies.

El *Estadio* tenia 125. passos , que es la distancia que corrió Hercules con un aliento , y por esso le llamaron Herculeo.

La *Milla* tenia 8. estadios , ò 1000. passos. Los Romanos contavan las millas por distancias de piedras ; porque en los caminos ponian columnas de piedra para distinguirlas ; y así , una distancia de tres piedras , era lo mismo que 3. millas. Esta fue idea de Cayo Gracho , como consta de Plutarco en su vida.

*Yugada* era un espacio de campo , que contenia 28800. pies quadradados. Deciafe así , segun Plinio lib. 18. cap. 3. porque con un yugo de bueyes se podia arar un dia. Columela en el lib. 2. cap. 9. dice , que para sembrar una yugada de tierra fertil , eran menester 4. modios de trigo , que son 8. celemines Castellanos , y 8. y dos tercios de Valencia.

En quanto à las medidas Romanas de cosas liquidas , se ha de suponer , que así como los Romanos dividian al *As* , ò libra en 12. partes iguales , tambien dividieron al *Sextario* en 12. Cyathos. Era el *Sextario* la sexta parte del Congio. El *Cyatho* , segun lo afirma Tirino en los

*Proleg. à la Sag. Escrit.* era un vaso con que solian sacar el vino à los combidados.

A estas 12. partes las llamaron tambien con los mismos nombres que à las de la libra ; porque à un vaso , que contenia dos cyathos, le llamaron *Sextante* ; al que tenia tres , *Quadrante* ; al de quatro, *Triente* , &c.

Cabian en el sextario 20. onzas de agua , ò vino ( poco se diferenciaban estos dos licores en el peso ) y en el cyatho 1. onza , y dos tercios. Asi lo fienten Fannio , Mariana , y Tirino. De miel cabian en el sextario 30. onzas , y de aceyte 18. segun el mismo Fannio.

La *Hemina* era la mitad de un sextario ; *Quadrante* era media hemina , ò la quarta parte del sextario. *Acetabulo* era la mitad del quadrante , ò la octava parte del sextario ; contenia un cyatho y medio.

*Ligula* era la minima medida de cosas liquidas , que tenian los Romanos ; servia de cuchara para tomar el caldo , ò otros liquidos ; era la quarta parte del cyatho.

El *Congio* era un vaso pequeño , pero al modo de una tinaja ; cabian en él 10. libras de agua. Era igual à un vaso cubico , ò quadrado por todas partes , de medio pié Romano , ò Geometrico. El mismo congio se guarda en el museo Farnesiano , de donde Vilalpando sacò la verdadera quantidad del pié Romano , haciendo un vaso cubico, en el qual cabia la misma agua que en el congio , y el lado del dicho vaso era la mitad del pié.

El *Congio* , y el *Chus*, ò *Chea* Attico eran iguales , aunque el congio contenia 6. sextarios Romanos , y el chus 8. Atticos ; porque el sextario Attico , ò Griego era menor que el Romano. Del nombre *Congio* fue llamado Movello Torquato , Cavallero Milanés , *Tricongio* ; porque segun lo atestigua Plinio lib. 14. cap. 22. beviò tres congios de vino en un aliento , en presencia de Tiberio Cesar , que son 30. libras. Por la misma causa el hijo de Ciceron fue llamado *Bicongio*.

La *Urna* , aunque era un vaso en que solian guardar las cenizas de los muertos ; pero tambien fue tomado por medida , que contenia 4. congios ; y era la mitad de la Anfora.

La *Anfora* , *Cantaro* , ò *Quadrantal* , era un vaso que contenia 8. congios , ò 2. urnas , ò 3. modios : Era igual à un vaso cubico de un pié Romano , à una Metreta de los Griegos.

El *Caleo* era la mayor medida de cosas liquidas que tenian los Romanos ; cabian en él 20. anforas , ò 160. congios ; era de cuero de Bufalo , y para llevarle era menester un carro.

Los Romanos tenian pocos medidas de cosas aridas , ò secas , porque usavan tambien de las medidas de los líquidos. La mayor era el *Modimno* , que contenia 6. modios. Diodoro *lib. 3. cap. 12.* dice, que la carga de un Camello es de 10. Medimnos.

El *Modio* , ò *Celemin* era una medida , en el qual cabian 16. sextarios , los quales siendo de agua pesarian 26. lib. y 8. onzas. El *Modio* era igual al *Sato* de los Hebreos , como lo prueba Mariana pag. 76. contenia 2. celemines Toledanos. Un modio de Trigo levísimo , dice Plinio *lib. 18. cap. 7.* que no excede el peso de 20. libras Romanas.

Los Romanos , como lo atestiguan Donato , y Polibio , solian dar á los Soldados , y esclavos cada mes 4. modios de trigo para su sustento ; y por esso á la medida de 4. modios la llaman algunos *Demenso*: pero otros dicen , que el *demenso* era aquella medida , ò porcion de trigo , que correspondia á cada dia ; y assi el modio contiene 7. *demenfos* , y medio , y cada uno es la comida escasa de un hombre.

### *Monedas , pesos , y medidas Atticas , ò de los Griegos.*

Muchas monedas , pesos , y medidas de los Griegos , fueron las mismas que las de los Romanos , porque unos las tomaron de otros. De la onza es comun sentir de todos , que fue una misma en los Romanos , Griegos , y Hebreos , y aun en casi todas las Naciones.

El Talento Attico fue en dos diferencias ; el uno mayor , y el otro menor. Entrambos contenian , ò pesavan 60. minas ; pero el un genero de minas pesava 100. drachmas , y el otro 75.

La *Drachma* era la octava parte de la onza.

El *Estater* era una moneda de plata , que pesava 4. drachmas , ò media onza , igual al *Siclo* de los Hebreos ; y aun en algunos lugares de la Sagrada Escritura , en donde el Hebreo lee *Siclo* , en Latin se pone *Stater* , como lo advierte Mariana en el *lib. de Pend. & Mens.* Avia tambien Estateros de oro que pesavan doblado.

El *Cistoforo* era una moneda de plata , que pesava casi lo mismo que el Donario Romano.

El *Obolo* es la sexta parte de la drachma.

La *Gramma* era la tercera parte de la drachma , igual al scrupulo Romano , cuya mitad igualava al obolo.

El *Geracio* era la tercera parte del obolo , ò la 18. parte de la drachma.

ma. El ceracio , y filiqua Romana eran de un mismo peso. El Calco, ò Ereolo era la mitad del ceracio.

El Sicario era la mitad del calco , contenia 3. leptas y media. Era la lepta el menor peso de los Griegos.

La menor medida de longitud de los Griegos fue lo ancho de un grano de cevada , como en los Romanos ; pero como los granos eran diferentes segun la fertilidad de la tierra , aunque muchas de las medidas Griegas , y Romanas constassen de un mismo numero de granos , no fueron iguales.

El *Dactylo* , ò dedo tenia 4. granos de cevada juntos por los lados.

*Palette* , ò palmo menor tenia 4. dedos ; era la sexta parte de un codo. Llamavanle tambien los Griegos *Dochme* , *Dactylodochme* , y *Doron*.

*Lycas* era la extension entre las extremidades del dedo indice, y pulgar , que nosotros decimos xeme ; contenia 10. dedos.

*Orthodoron* era la longitud de la mano ; tenia 11. dedos , segun *Po- lux lib. 2.*

*Espithame* , ò palmo mayor tenia 12. dedos. Algunos dicen , que era la extension del dedo pulgar , y menique.

El *piè* tenia 4. palmos menores , ó 16. dedos. Era media uncia , ò pulgar , mayor que el *piè* Romano , y cerca de un quadrante menor que el Hebreo : Con que el *piè* Romano , ò Valenciano , respeto del Griego seria como 24. à 25. y respeto del Hebreo , como 3. à 4. El *pié* Griego al Hebreo es como 25. à 32. y asi , 25. pies Romanos hacian 24. Griegos. Item , 4. Romanos eran 3. Hebreos. Mas 32. Griegos hacian 25. Hebreos.

El *Pygme* era desde la dobladura del brazo , hasta las raizes de los dedos ; tenia 18. dedos.

*Codo* era la distancia que ay desde la dobladura del brazo , hasta toda la extension de la mano , que es *piè* y medio , ò 24. dedos.

*Orgyia* , ò passo constava de 6. pies , ò codos , era lo mismo que una brazada , ò quanto las dos manos se pueden extender , que es la estatura de un hombre. A una medida de 6. pies Romanos la llaman agora *Hexampeda*.

El *Plethro* , ò *Pelethro* , à quien los Latinos llamaron *Jugerum* , constava de 100. pies ; era la sexta parte del estadio. El *Arvo* tenia 100. codos.

El *Estadio* constava de 100. orgyias , ò passos. El estadio Griego era igual al Romano , aunque el numero de los passos , y pies era desigual ; por-

porque el estadio Romano tenia 125. passos , que son 625. pies ; y el estadio Griego constava de 100. passos , ò 600. pies ; como el piè Griego era una parte vigesímaquarta mayor que el Romano, por esso los 600. pies Griegos igualavan à los 625. Romanos.

El *Diaulo* contiene 2. estadios. El *Hippicon* 4. estadios. La *Milla* 8. estadios. El *Dolichos* 12. estadios.

La *Parasanga* constava de 30. estadios , y la llamavan *Scheno* simple. El *Scheno* compuesto era de 60. estadios. Otro *scheno* avia de 40. estadios. El *Estatamo* se componia de 4. *schenos* simples.

De las medidas de cosas liquidas la Anfora era la mayor , contenia 12. chus , ò choas , que son iguales al congio Romano. Llamavase tambien *Metreta* , *Ceramio* , y *Cado*. Era casi igual à un vaso de un piè cubico Griego. Esta era la *Metreta* mayor , porque segun Alcazar avia otras menores , y en particular una igual à la anfora Romana de 8. congios.

La *Artaba* no era medida Griega , sino Egypcia , aunque estava reputada por Attica ; contenia un anforeo y medio , y casi 9. choas.

*Anforeo* era un vaso que contenia 6. choas , ò congios Romanos.

El *Chus* , ò *Choas* era igual al congio Romano ; contenia 6. sextarios Romanos , ò 8. Atticos.

El *Sextario* Attico era la octava parte del congio Romano ; con que el *Sextario* Attico al Romano era como 8. à 6. ò como 4. à 3. y assi, 3. sextarios Romanos hacian 4. Griegos ; contenia 2. cotylas. Cabian en el sextario Attico 15. onzas de agua.

*Cotyla* , ò *Triblio* es la mitad del sextario. El *Quartario* , ò *Hemicytlio* era la quarta parte del sextario. El *Oxybaso* era la octava parte del sextario. El *Cyatho* la duodecima.

*Conca* es la mitad del cyatho. *Mistro* la quarta parte del cyatho. El *Cheme* la quinta parte. El *Cochlear* la decima.

La mayor medida Attica de cosas secas era *Cypsele* , contenia 6. medimnos : era la quinta parte mayor que el *Coro* de los Hebreos.

El *Medimno* Attico era igual al Romano ; contenia 6. modios , ò celemines ; cabian en el dos anforas Romanas de agua , ò 96. sextarios Romanos ; contenia tambien 12. *Hemiectos* , ò 48. chenices.

El *Chenix* era la menor medida de cosas secas que tenian los Griegos ; cabian en el 2. sextarios Romanos , y era la medida de una comida escasa de un hombre en un dia.



*Monedas , pesos , y medidas de los Hebreos.*

Los pesos , y medidas de los Hebreos , casi todos eran doblados de los Romanos , excepto la onza que era igual , como lo nota Tirino en el lugar citado ; y el obolo , que era poco mayor.

El *Kikar* , ò *Talento* pesava 60. Minas Hebreas , ò 120. Romanas. El *Siclo* alguna vez tambien se solia llamar *Talento* , como lo nota Mariana. Algunos admiten dos modos de *Talento* ; uno del Santuario , del tiempo de Moyses , que pesava 2400. drachmas : y otro de la Congregacion , ò Comun que contenia 12000. drachmas.

La *Mina* , segun Vilalpando , y Tirino en el cap. 45. v. 12. de Ezechiel , era en dos maneras ; la una del Santuario , ò Sagrada que contenia 60. siclos , ò 240. drachmas : y otra comun , que pesava 50. siclos , ò 200. drachmas.

El *Siclo* tenia 4. drachmas ; era media onza , la qual era igual á la Romana.

La moneda de los Hebreos solia regularse por el peso del *Siclo* , ò *Estater* ; esto es , ò era igual al *Siclo* , ò á la mitad , ò al quarto , &c. Y assi advierten muchos con Vilalpando tom. 3. pag. 401. que quando en la Sagrada Escritura se nombra *Aureus* , ò *Argentus* , sin añadir otra palabra , se entiende *Siclo*. Algunos quieren , que el *Siclo* de oro fuese doblado del de plata , y que pesava una onza.

El *Ghera* , ò *Obolo* era la vigesima parte del *Siclo* , como consta del cap. 30. v. 13. del Exodo , y del cap. 45. v. 12. de Ezechiel ; la drachma contenia 5. obolos Hebreos. El obolo pesa 16. granos de cevada , y 14. y medio de trigo.

La menor medida de longitud de los Hebreos era el dedo , el qual era igual al pulgar Romano , como lo afirma Mariana lib. de pond. et mens. pag. 118. Del dedo ninguna mencion se hace en la Sagrada Escritura , fino en los libros de los Rabinos.

*Tophach* , ò palmo menor , constava de 4. dedos juntos por los lados.

*Zereth* , ò palmo mayor , era la extension del pulgar , y dedo meñique de un hombre de grande estatura ; contenia 3. palmos menores , ò 12. dedos pulgares ; y essi era igual al pié Geometrico.

*Paghàm* , ò pié , tenia 16. dedos , que era un pié , y un tercio Geometrico. Con que el pié Hebreo al Geometrico era como 4. á 2. y al Griego , como 32. á 25.

El *Amách* , ò codo , segun algunos era en dos maneras ; uno legal , que

que tenia un pié , y medio de los Hebreos , ò 6. palmos menores : y otro comun de 5. palmos , ò 20. dedos.

↳ *Quanech* , ò calamo , tenia 6. codos legales : así lo fienten San Geronimo , Vatablo , Maldonato , y otros : y que el lugar de Ezechiel 40. v. 5. *Et in manu viri calamus mensura sex cubitorum , & palmo* , se ha de entender así : *Sex cubitorum ex cubito , & palmo*. Veanse los expositores sobre este lugar.

*Berath* , ò milla , constava de 1000. codos comunes. Llamavase tambien *Chibrath terre*. Dos destas era la distancia que podian caminar el Sabado.

*Pasah* , ò milla grande tenia 4. millas de las menores , ò 4000. codos.

El *Battho* , ò *Bado* era un vaso en que cabian 72. sextarios Hebreos , segun San Geron. sobre el 45. de Ezech. y Josepho lib. 8. cap. 2. ò 48. sextarios Romanos ; y así era igual al *Ephi* , y à la Anfora de los Romanos. Algunos quieren que huviesse otro Batho legal , que era la mitad mayor , ò de 72. sextarios Romanos. Cabrian en el Batho 15. azumbres Castellanos.

El *Hin* era medida que contenia 12. sextarios Hebreos.

El *Log* , ò sextario , contenia quanto seis huevos de agua , que segun Mariana son 13. onzas , y un tercio : con que el sextario Romano era la mitad mayor que el Hebreo , ò como 3. à 2. El sextario Attico al Hebreo como 9. à 8.

El *Huevo* era la menor medida de liquidos ; pesava siendo lleno de agua 2. onzas , y cerca de un quarto.

El *Chomer* , ò *Coro* era la mayor medida Hebraica de cosas liquidas , y secas ; porque entrambas cosas media , como consta del 3. de los Reyes , cap. 5. v. 11. que Salomon dava cada año al Rey Hiràm veinte mil coros de trigo , y veinte coros de aceyte. Contenian 10. Bathos , ò *Ephi* , como consta de Ezechiel cap. 45. v. 11. en donde se dice , que el Batho , y *Ephi* eran medidas iguales , y entrambas la decima parte del Coro ; solo se diferenciavan , en que el *Ephi* era medida de cosas secas , y el Batho de liquidas.

Contenia el *Coro* , segun San Geronimo sobre el cap. 45. de Ezechiel , 5. Medimnos , ó 30. Modios ; y siendo de trigo pesarian por lo regular 600. libras.

El *Ephi* era la decima parte del coro ; y así cabrian en el 3. Modios , como consta del cap. 2. v. 17. de Ruth.

El *Sato* era la tercera parte del *Ephi* : con que seria igual á un medio ; contenia 6. cabos , ò 4. sextarios Hebreos.

El *Gomer* era la decima parte del *Ephi* , como consta del Exodo cap. 16. v. 6. y asì , el trigo que cabria en el avia de pesar 36. libras ; contenia un cabo , y quatro quintos. Era medida señalada por el mismo Dios para recoger el Manna , para el sustento de un dia de cada persona.

El *Cabo* era una medida que contenia 4. sextarios Hebreos.

### *Monedas , pesos , y medidas de Castilla.*

Solo pendrè las monedas corrientes de Castilla , y estos Reynos , dexando las que no están aora en uso. Y de las monedas , pesos , y medidas hablarè solamente de las que corren en las cabezas de los Reynos , ò de las mas comunes.

El doblon de peso vale al presente quatro reales de à ocho Mexicanos.

El real de á ocho Mexicano , Segoviano , ò Sevillano vale 10. reales de plata , ò 15. de vellon.

El real de à ocho de Maria vale 8. reales de plata , ò 12. de vellon

El real de vellon vale 34. maravedis , ò 8. quartos y medio.

El quarto tiene 4. maravedis.

El ochavo 2. maravedis.

El quintal , ò centupondio tiene 4. arrobas , ò 100. libras.

La arroba contiene 25. libras.

La libra 16. onzas.

La onza 16. adarmes.

El marco tiene 8. onzas , que son media libra ; si es de oro se divide en 50. Castellanos , cada Castellano en 8. tomines , y cada tomin en 12. granos. Pero si es de plata se divide en 8. onzas , cada onza en 8. ochavas , y cada ochava en 75. granos ; aunque algunos quieren que se divida en 6. tomines , y por consiguiente en 72. granos : Y asì que los granos del marco de la plata sean menos en numero que los de oro , pero todos juntos en el peso iguales.

La onza de Castilla es igual à la Romana , asì antigua como moderna , la Griega , y Hebrea , segun Titino , Alcazar , Vilalpando , Mariana , y otros. Segun Alcazar es tambien igual à la de Paris , y Venecia. Mas, 32. onzas de Castilla hacen 31. de Valencia ; y asì , una libra

libra de Castilla son 15. onzas y media de Valencia; 35. de Castilla hacen 36. de Aragon, segun la Tabla de los pesos de Puig: y 14. de Castilla hacen 12. de Cataluña, segun el mismo Autor.

La vara tiene 4. palmos, ò quartas.

El palmo 12. dedos ordinarios.

El piè es la tercera parte de la vara.

El codo es media vara, ò piè, y medio.

Si se toman 13. pies de Castilla, haràn 12. Romanos, ò Valencianos, porque estos dos son iguales, como queda dicho; con que 13. varas de Castilla son 12. de Valencia 9. pies Castellanos hacen 8. Griegos. Mas, 4. pies Castellanos hacen 3. Hebreos. Mas 107. pies de Castilla hacen 100. de Mallorca, Barcelona, y Caller.

Lo mismo que se dize de pies se entiende de palmos, y varas, porque guardan la misma razon; y assi, 13. palmos, ó varas de Castilla son 12. de Valencia.

El *Moyo* es la mayor medida de cosas liquidas, tiene 16. cantaros, ò arrobas.

El cantaro tiene 8. azumbres.

El azumbre 4. quartillos, ò sextarios Castellanos.

El cantaro de aceyte tiene 4. quartas.

Una quarta 16. panillas. La panilla pesa casi 4. onzas.

Cinco sextarios Castellanos hacen 4. Romanos, y 6. Hebreos. Item, 15. Castellanos son 16. Griegos. Un sextario Castellano de agua pesa 16. onzas Castellanas; y por aqui se puede sacar la correspondencia à otras medidas.

Un cahìz tiene 12. hanegas, ò medimnos Romanos.

La hanega. 12. celemines, que son 6. modios Romanos.

El celemin 4. quartillos; caben en el celemin 10. sextarios Castellanos, ò 8. Romanos.

Dos celemines de Castilla son un medio Romano, y 8. chenices Griegos. Mas, 3. celemines hacen 5. Gomor. Mas, 12. celemines de Castilla son 13. celemines Valencianos, segun Puig en el lugar citado y 32. hanegas Castellanas son 25. quarteras de Barcelona.

### *Monedas, pesos, y medidas de Valencia.*

La libra tiene 20. sueldos, y tambien 10. reales Castellanos.

El sueldo 12. dineros.  
 El real Castellano 24. dineros.  
 El real Valenciano 18. dineros.  
 El doblon vale 3. lib. 17. sueldos.  
 El real de á 8. Mexicano 19. sueldos , y 6. dineros.  
 El diezyocho de plata de los ultimos batimientos es medio denario Romano antiguo.

La carga tiene 3. quintales , quando la arroba es de 30. libras ; pero quando es de 36. tiene 10. arrobas , y tanto pesa la carga en un caso como en otro.

El quintal 4. arrobas de 30. libras.

La arroba es en dos maneras , una de 30. lib. que llaman sutil , ó de peso delgado ; y otra de 36. libras , que es la gruesa ; y esta es la mas ordinaria. La arroba de la harina tiene 32. libras.

La libra 12. onzas , fino es de pescado frezco menudo , que tiene 16. onzas , y de pescado gordo 18. La de carne 36.

La onza tiene 4. quartos.

El quarto 4. adarmes.

El adarme 36. granos , solo el de olores tiene 32. granos.

31. onza de Valencia hacen 32. de Castilla : 23. onzas , ó libras de Valencia son 24. de Zaragoza , y 20. de Barcelona , y Mallorca , segun el dicho Puig.

La vara tiene 4. palmos , y tambien 3. pies.

El palmo 4. quartos.

El quarto 3. dedos.

El codo es media vara.

La braza real tiene 9. palmos ; y fiendo quadrada tendrá 81. palmo.

La cuerda para medir los campos tiene 20. brazas , ó 45. varas.

La fanega de tierra tiene 200. brazas quadradas.

La chaizada 1200. brazas quadradas , ó 6. fanegadas.

La yugada 7200. bazas quadradas , ó 6. cahizadas.

12. palmos, pies , ó varas de Valencia son 13. de Castilla. Mas, 44. palmos de Valencia hacen 51. de Zaragoza , y 50. de Barcelona , y Mallorca segun Puig ; pero segun Cortés , 100. palmos de Valencia son 114. de Aragon. El piè de Valencia es igual al Geometrico , ó Romano antiguo.

La carga de vino , y vinagre tiene 15. cantaros , ó arrobas.

El

El cantaro 4. quartas , ò azumbres.

La carga de aceyte tiene 12. cantaros , ò arrobas.

Teniendo el canearo , ò arroba 36. libras , 16. azumbres de Valencia hacen 26. Castellanos , con poca diferencia ; pero teniendo el cantaro 30. libras , 22. azumbres Valencianos son los mismos 26. Castellanos , tambien con poca diferencia.

El cahíz tiene 12. barchillas.

La barchilla 4. celemines.

El celemin 4. quarterones.

Trece celemines de Valencia son 12. de Castilla. Mas 48. celemines , ò un cahíz de Valencia son 42. celemines , ò 3. hanegas y media de Aragon , segun Cortès. Item , 104. barchillas de Valencia son 25. quarteras de Barcelona , segun Puig.

### *Monedas , pesos , y medidas de Aragon.*

La libra tiene 20. sueldos.

El sueldo 12. dineros.

El real Castellano 24. dineros.

El doblon vale 3. lib. 4. sueld.

El real de à ocho Mexicano 16. sueldos.

La carga tiene 3. quintales.

El quintal 4. arrobas.

La arroba 24. lib. y 30. lib. y 36. segun fuere la mercaderia.

La libra 12. onzas ; y siendo de pescado , ò carne 36.

La onza 4. quartos.

El quarto 4. adarmes.

El adarme 32. granos.

36. onzas de Aragon son 35. de Castilla. Item , 24. lib. de Aragon son 23. de Valencia , y 20. de Barcelona.

La vara tiene 4. palmos.

El palmo 4. quartos.

51. varas de Aragon son 44. de Valencia , y 30. de Barcelona.

Un nietro de vino , ò carga tiene 16. cantaros.

Un cantaro 28. libras.

El cahiz tiene 8. hanegas.

La hanega 3. quartales, aunque no en todas partes.

El quartal 4. celemines.

42. celemines de Aragon son 48. de Valencia.

*Monedas , pesos , y medidas de Cataluña.*

La libra vale 20. sueldos.

El sueldo 12. dineros.

El real Castellano 24. dineros.

La dobla 55. reales.

El real de á ocho Mexicano 14. reales.

La carga tiene 3. quintales.

El quintal 4. arrobas.

La arroba 26. libras.

La libra 12. onzas.

La onza 4. quartos.

El quarto 4. adarmes.

El adarme 36. granos.

100. onzas de Cataluña son 117. de Castilla , 115. de Valencia , y 120. de Zaragoza , segun el dicho Puig.

La cana tiene 8. palmos.

El palmo 4. quartos.

100. palmos de Barcelona son 107. de Castilla , y 88. de Valencia , y 102. de Zaragoza , segun el mismo Autor.

La carga de vino 32. quarteros.

El quartero 4. quartos.

La carga de aceyte 30. quartanes.

El quartan 16. quartas.

La quartera de trigo tiene 12. quartanes.

El congio Romano , que segun queda dicho era un vaso igual á un cubo de medio pié Geometrico , esto es á un vaso quadrado por todas partes , que tenga medio pié Geometrico por cada lado, lleno de las especies siguientes pesaria las onzas Romanas , Griegas , Hebreas , ó Castellanas (todas son iguales) que señala esta tabla , segun las expe-



riencias mas exactas de Merfenne , y otros Autores ; de fuerte , que un cubo de oro de medio pié Geometrico pesa 2250. onzas ; de azogue 1608. onzas y tres quartos , &c. Y así , con esto queda conocida la proporcion de los metales , y otras especies.

De oro	2250. onzas.	De marmol	472. onz. $\frac{1}{2}$
De azogue	1608. onz. $\frac{3}{4}$	De piedra comun	315. onzas.
De plomo	1361. onz. $\frac{1}{4}$	De cristal	281. onz. $\frac{1}{4}$
De plata	1127. onz. $\frac{1}{2}$	De azufre	270. onzas.
De cobre	1065. onzas.	De miel	180. onzas.
De laton	1012. onz. $\frac{1}{2}$	De agua	120. onzas.
De hierro	945. onzas.	De vino	118. onz. $\frac{1}{2}$
De estaño comun	877. onz. $\frac{1}{2}$	De cera	112. onz. $\frac{1}{2}$
De estaño puro	892. onz. $\frac{1}{2}$	De aceyte	108. onzas.
De piedra iman.	585. onzas.	De harina.	54. onzas.

La correspondencia de las monedas modernas con facilidad se puede saber por el valor del real de à ocho. La de los pesos , y medidas es mas dificultosa , porque no tenemos copia de pesos , y medidas, justos de otros Reynos para conferirlos con toda puntualidad , como pide esta materia ; y esta es la causa porque los Autores no concuerdan, sino los que se copian unos à otros. Algunos pesos , y medidas están aqui averiguados con toda la precision que en esto cabe. Otros , solamente segun los traen los Autores. Aora faltan las divisiones del tiempo , y circulo , en orden à la Astronomia.

El año civil , si es comun , tiene 365. dias : pero si bisextil 366.

El dia 24. horas.

La hora 60. minutos.

El minuto 60. segundos.

El segundo 60. tercios ; y así infinitamente.

El mes , por el trato comun , y mercantil se toma por 30. dias.

El circulo tiene 360. grados ; y si es la Ecliptica se divide en 12. signos , y cada uno en 30. grados.

El grado tiene 60. minutos.

El minuto 60. segundos.

El segundo 60. tercios ; y así prosiguiendo sin termino.

# LIBRO I.

## DE LA LOGISTICA DE LOS NUMEROS.

**L**OGISTICA, es una parte de la Arithmetica practica, que trata de las quatro reglas elementares de Sumar, Restar, Multiplicar, y Partir, que comunmente llaman *Algorithmo* de los numeros. Contiene quatro partes: La primera, trata de los numeros enteros; la segunda, de los quebrados; la tercera, de los numeros denominados por diferentes especies; la quarta, de las partes decimales.

## P A R T E I.

### DE LA LOGISTICA DE LOS ENTEROS.

40 **N**UMERO entero, es el que se expresa como à todo, sin decir orden à componer, ò ser parte de otro numero; como 6. 10. 24.

En los Proemiales dimos regla para escrivar cada numero de por si. (12) Ahora, que entramos à tratar de muchos numeros juntos, es forzoso declarar el modo de escrivilos, segun la disposicion que piden casi todas las reglas de Arithmetica.

41 Escribanse los numeros unos debajo de otros, de modo , que las unidades corresponden à unidades; las decenas , à decenas ; centenas , à centenas , &c. formando una columna de unidades , otra de decenas , otra de centenas , &c. como parece en el exemplo. Este orden se guardará siempre que no se advierta otra cosa en contrario.

308157  
1500  
12346  
5032  
10  
1060

Siempre que los numeros se huvieren de escribir juntos , se tendrán presentes estas dos advertencias. La primera , que la columna de las unidades , que es la primera , ha de estar siempre llena ; de fuerte , que si ay algun vacío , esté en las otras columnas , pero no en la primera ; lo qual necessariamente se sigue del orden que hemos señalado antes , para escribir muchos numeros.

La segunda , que en una columna jamás se pongan dos guarismos , fino cada uno en su columna , paraque deste modo no se confundan las unidades con decenas , decenas con centenas , &c.

## CAPITULO PRIMERO.

### DEL SUMAR.

42 **S**umar es juntar muchos numeros en uno para saber el valor de todos juntos ; como sumando 8. con 4. sabemos que hacen 12. Los numeros que se han de sumar , comunmente se dicen *Partidas* , y el agregado dellas *Suma*. Las partidas , todas han de ser homogenas ; esto es , de una misma especie , como libras , ò arrobas , ò varas , &c. porque no ay arte para sumar libras con varas , Reales con arrobas , &c. La suma siempre es homogenea con las partidas.

Dirá alguno ; cómo puede ser , que no aya arte para sumar numeros heterogeneos , ò de diferentes especies , pues hallamos muchas sumas como esta : 4. arrobas , y 20. libras , en las quales están juntas cosas de diferente especie ?

Respondo , que quando la una es parte de la otra , como las libras , que son parte de arroba se suman poniendo la especie menor al lado de la mayor , mediante las particulas y , ò mas , deste modo : 4. arrob. y 20. lib. ò deste otro : 4. arrob. mas 20. lib. que es lo mismo que decir , que además de las 4. arrob. ay 20. lib. pero no se suman haciendo un

**Número de todas las especies**, como lo hacemos en los homogéneos; porque cada especie ha de estar distinta: y haciendo un número de todas, que en el exemplo sería 24. no podríamos decir que eran arrobas, ni libras.

*Preceptos.*

43 **Primero**: Escribanse las partidas, de modo, que las unidades correspondan à unidades, decenas à decenas, &c. como se dixo arriba (41) y tirese una linea por debaxo las partidas.

44 **Segundo**: Sumense los números de cada columna, comenzando por las unidades; y si la suma tuviere un solo guarismo, escrivase debaxo la linea enfrente la columna que se suma; pero si tuviere muchos, escrivase el primero como antes, y el otro, u otros guardense en la memoria para sumarlos con los números de la columna siguiente; fino es, que la columna sumada sea la ultima, pues en tal caso los guarismos guardados se escribirán debaxo la linea mas adelante ácia la mano izquierda.

45 **Tercero**: Si entre los números de alguna columna ocurriere alguno, ó algunos zeros, no se haga caso dellos, fino sumense los guarismos significativos como antes; y si toda la columna fuere de zeros, escrivase un zero debaxo la linea, si es que no se guarda algo de la columna antecedente, pues entonces se deve escribir lo que se guardò. Con los exemplos estará todo manifesto.

*Exemplo I.*

Escritas las partidas, como està dicho (43) comenzarè la suma por la columna de las unidades de arriba á baxo, ó al contrario, que en esto no ay singular misterio, diciendo: 3. y 0. hacen 3. y 4. son 7. porque esta suma solo tiene un guarismo, le escribo debaxo la linea enfrente la columna que he sumado, y no guardo cosa alguna. Passo à la segunda columna, diciendo: 0. y 2. son 2. y 2. son 4. escribo el 4. y nada guardo. Passo à la tercera columna, diciendo: 1. y 5. son 6. y 2. son 8. pongo 8. y astà concluida la suma.

103

510

224

837

*Exemplo II.*

Los números 8. 0. 5. 7. de la primer columna, sumados hacen 20. y porque en 20. ay dos guarismos: escribo el primer 0. debaxo la linea, y enfrente la dicha columna, y guardo el segundo guarismo 2. para sumarle con los números de la columna siguiente. Pues digo, 2. que

97068

20

28005

9087

134180

guar-

guardava , y 6. de la segunda columna hacen 10. y 2. son 10. y 0. son los mismos 10. y 8. son 18. escribo el 8. y guardo el 1. y porque en la tercera columna todos son zeros , escribo debaxo la linea el 1. que guardava. Los numeros 7. 8. 9. de la columna quarta hacen 24. pongo 4. y llevo 2. que con los numeros 9. 2. de la ultima columna son 13. pongo el 3. debaxo la ultima columna , y el 1. un lugar mas adelante.

### Exemplo III.

Porque en la primera , y segunda columna todos son zeros , escribo dos zeros debaxo la linea , cada uno enfrente de su columna. En la tercera solo está el 5. significativo , pues escribo 5. debaxo la linea. En la quarta columna todos son zeros , y nada guardava , pues pongo 0. En la quinta columna están 6. 1. 2. que hacen 9. los quales escribo. En la sexta columna solo está el 3. el qual escribo debaxo la linea. Passo à la ultima columna , en la qual solo hallo al 2. pongole debaxo la linea , y está concluida la operacion.

2360000
10000
20500
-----
2390500

### Demonstracion.

La demonstracion consiste en probar , que tantas unidades ay en la suma , como en las partidas ; porque si esto consta , estará claro , que la suma es igual à todas las partidas juntas. Y paraque la demonstracion no sea puramente abstracta , me valgo del Exemplo II.

Sumando , pues , los numeros de la primer columna hacen 20. unidades , que son dos decenas justas , pues por esso he puesto el 0. debaxo la columna de las unidades , que es decir , que no ay unidad alguna , y he guardado las 2. decenas para juntarlas con la segunda columna , que es de decenas.

Juntando aora estas dos decenas con los numeros de la segunda columna hacen 18. decenas ; y porque el 8. son decenas , las he escrito debaxo la columna de las decenas , y he guardado una decena de decena , ó ciento , para juntarlo con la columna siguiente de las centenas , la qual toda es de zeros , y por esso se ha escrito sola la decena guardada.

Los millares de la quarta columna son 24. se han escrito los 4. millares , y se han guardado 2. decenas de millar , las quales sumadas con la siguiente columna , que es decenas de millar , hacen 13. pues se han escrito las 3. decenas , y la decena de decena , ó cien mil , se ha escrito un lugar mas adelante. Con que ni se ha perdido , ni añadido de nuevo unidad alguna : Luego tantas unidades ay en la suma , como en las partidas.

### Observaciones.

46 Si las partidas fueren muchas , será conveniente , para no fatigar la cabeza , dividir las en diferentes classes ; y aviendo sumado cada

En la clase de por sí, se juntarán despues las sumas; como si huviere veinte partidas, tiro una linea por debaxo de las primeras diez, y las sumo: despues sumo las otras diez, y juntando estas dos sumas, tendré la suma total.

47 La suma de numeros pares siempre es par, Euc. prop. 21. del lib. 9. La suma de impares será par quando el numero de las partidas fuere par, Euc. prop. 22. del lib. 9. Pero si fuere impar, será tambien la suma impar, Euc. prop. 23. lib. 9. De donde se infiere, que sumando numero par con par, ó impar con impar, la suma es par; pero sumando par con impar, hace impar.

48 Si dos numeros entre sí primos, como 4. y 7. se suman, el numero de la suma 11. será tambien entre sí primo á qualquiera dellos, Euc. prop. 30. del lib. 7.

## CAPITULO SEGUNDO.

### DEL RESTAR.

49 **R**estar es quitar un numero de otro mayor, ó igual para hallar la diferencia; como quitar 4. de 6. para saber la diferencia 2. ó quitar 4. de 4. para hallar la diferencia zero.

En esta regla solo concurren dos numeros, y se busca un tercero. El primero de los que concurren es de quien se resta, como en el exemplo propuesto es el 6. al qual suelen llamar los Mercaderes *Deuda*. El segundo es el que se resta, como el 4. y se llama *Paga*. El tercero es la *resta*, *diferencia*, ó *residuo*, como el 2. La deuda, y paga han de ser homogeneas, ó de una especie. La resta tambien sale homogenea con la deuda, ó paga.

#### Preceptos.

50 Primero: Escrivase la paga debaxo la deuda, quando la paga es menor, ó igual; pero quando es mayor, pongase la paga encima, y la deuda debaxo, para saber lo que se pagó mas; desuerte, que el numero menor siempre ha de estar debaxo del mayor, correspondiendo las unidades á unidades, decenas á decenas, &c. (41) y tirese una linea por debaxo.

51 Segundo: La operacion se comenzará de la mano derecha ácia la izquierda, restando cada guarismo inferior de su superior,

y escribiendo la diferencia debaxo la linea , enfrente del guarismo que se resta. Y porque el guarismo inferior puede ser menor, igual , ò mayor que el superior , se guardará el precepto siguiente.

§2 Tercero : Si el guarismo inferior es menor que el superior , hecha la resta , se pondrá la diferencia debaxo la linea , como queda dicho. Si es igual , y no se guarda algo de la operacion antecedente , escrivase zero. Pero si es mayor , tomese la diferencia del guarismo inferior hasta 10. y juntandola con el guarismo superior , escrivase la suma debaxo la linea , y entonces se guardará 1. para juntarlo con el guarismo inferior siguiente.

§3 Quarto : Si el guarismo inferior fuere zero , y no se guarda algo de la operacion antecedente , escrivase el mismo guarismo superior debaxo la linea ; lo mismo se hará quando el guarismo inferior fuere 9. y se guarda 1. de la operacion antecedente.

§4 Quinto : Si en el numero superior , ò paga quedan algunos guarismos que no tengan inferiores , y no se guarda algo de la operacion antecedente , escrivanse debaxo la linea. Todo estará claro en los exemplos.

#### Exemplo I.

Pedro devia 869. reales , y pagó 138. reales , quiere saber lo que queda deviendo. Escrita la deuda , y debaxo la paga ; comience la operacion , diciendo : Quien deve 9. y paga 8. queda deviendo 1. escrivale debaxo del 8. Pásse à la otra columna , diciendo : Quien deve 6. y paga 3. queda à deber 3. escrivale debaxo el 3. Pásse à la otra columna : Quien deve 8. y paga 1. deve 7. escrivale , y sabrá que deve 731. reales.

#### Exemplo II.

Comienzo por las unidades , diciendo : Quien de 8. quita 3. le quedan 5. escribo 5. y passo á la segunda columna : quien de 6. quita zero , ò nada , quedan 6. pongo 6. y passo à la otra columna : quien de 3. resta 4. no puede ( aqui entra el precepto tercero ) pues digo , de 4. hasta 10. van 6. y 3. de arriba son 9. escrivoles , y llevo 1. el qual junto con el guarismo inferior siguiente , que es 0. y hace 1. Ahora digo : quien del 0. de arriba quita 1. no puede , pues de 1. hasta 10. van 9. y 0. de arriba son 9. escribo 9. y llevo 1. que con el 9. inferior siguiente hacen 10. Digo ahora , quien de 9. de arriba quita 10. no puede , pues de 10. à 10. va zero , y el nueve superior son 9. escrivole , y lleve 1. Passo adelante : quien de 1. quita el 1. que guardava , queda zero ; escrivole , y tambien el 3. que tiene inferior , y está concluida la resta.

869
138
—
731

3190368
90403
—
3099965

Exem-



Exemplo III.

Quien de 1. resta 6. no pùede, pues de 6. hasta 10. van 4. y 1. de arriba son 5. escrivo 5. y guardo 1. el qual con el 0. hace 1. Digo aora: quien deve 1. y paga 1. nada deve, ponga 0. Passo à la otra columna: quien deve 6. y paga zero, ò nada, deve los mismos 6. escrivoles y passo à la otra columna: quien deve zero, y paga zero, nada deve; escrivo 0. y passo à la otra columna, diciendo: quien de 5. resta 7. no puede, pues de 7. hasta 10. van 3. y 5. son 8. escrivo 8. y llevo 1. el qual con el 9. son 10. Digo aora: quien de 3. quita 10. no puede, pues de 10. hasta 10. va zero, y 3. de arriba son 3. escrivoles, y llevo 1. el qual supongo que està debaxo el 2. ultimo. Digo pues: quien de 2. resta 1. queda deviendo 1. escrivole, y està acabada la resta.

$$\begin{array}{r} 2350611 \\ 970006 \\ \hline 1380605 \end{array}$$

Escolio.

54 Quando el guarismo inferior es mayor que el superior, fueren algunos hacer la resta de otro modo, del qual nos valdrèmos en el partir. En el exemplo figuiente se han de restar 8. de 3. y porque no se puede, toman una decena del numero superior figuiente (qualquier que sea) la qual con el 3. hace 13. Aora pues, restan 8. de 13. quedan 5. y llevan 1. para juntarlo con el 6. inferior figuiente; y hacen 7. restan 7. de 9. y quedan 2. con que la resta es 25. Este modo en la sustancia es el mismo que hemos dado, como aora veremos.

$$\begin{array}{r} 93 \\ 68 \\ \hline 25 \end{array}$$

Demonstracion.

Solo demostrarè la regla del restar, quando el guarismo inferior es mayor que el superior, porque quando es igual, ó menor no ay dificultad. Supongo, pues, que lo mismo es tomar una decena del numero superior, como se hizo en este escolio, que tomar la diferencia del guarismo inferior hasta 10. y juntarla con el superior, como lo hemos enseñado; porque aquel 10. cuya diferencia se toma, es la decena del numero superior.

Esto supuesto, digo, que aquella decena que se tomò del numero superior, se avia de quitar despues del mismo numero, y quedarian 8. en el exemplo antecedente, entonces se restarian 6. de 8. pues porque el quitar la decena del numero superior incluye alguna circunstancia mas facil añadirla al numero inferior 6. dexando intacto el superior 9. y restar 7. de 9. y en los dos casos quedará la misma diferencia; porque el 6. se ha aumentado una unidad, y el 9. tambien se ha aumentado otra unidad, supuesto que se avia de quitar. Luego la misma diferencia avrá de 6. à 8 que de 7. à 9. porque si á dos quantidades añadimos partes iguales, la diferencia será la misma.

Obser-

*Observaciones.*

55 Si muchas partidas se huvieren de restar de otras muchas, será preciso sumar primero todas las partidas de la deuda, y despues las de la paga, para poder hacer la resta con las sumas; como si un Mercader quiere ajustar sus cuentas, para saber su caudal, fume por una parte todas las partidas que le deven, y por otra todas las que él deve, reste pues una suma de otra, y tendrá lo que buscava.

56 Si de un numero par se quita par, ò de impar se resta impar, quedará par, Euc. prop. 24. y 26. del lib. 9. Pero si de numero par se resta impar, ò de impar se quita par, el residuo será impar, Euc. prop. 25. 27. y del lib. 9.

## CAPITULO TERCERO.

## DEL MULTIPLICAR.

37 **M**ultiplicar un numero por otro, es aumentar, ò tomar el uno tantas veces, como unidades tiene el otro: Y así, lo mismo es multiplicar 5. por 4. que aumentar el 5. quatro veces. El numero que se multiplica se dice *Cantidad*, ò *Multiplicando*. Por quien se multiplica se llama *Multiplicador*, ò *Multiplicante*. El que sale de la multiplicacion se dice *Producto*.

De la definicion del multiplicar se infiere lo primero, que el multiplicar es un sumar abreviado; porque lo mismo es multiplicar 5. por 4. que sumar quatro cincos. Lo segundo, que la misma razon tiene el producto à un numero de los multiplicantes, como el otro à la unidad; esto es, en el exemplo propuesto el producto 20. tiene el mismo respeto al 5. que al 4. al 1. porque para hacer el 20. se ha tomado el 5. tantas veces, como unidades tiene el 4. Luego el 20. contiene al 5. tantas veces, como el 4. à la unidad.

Asimismo, la misma razon ay del 20. al 4. que del 5. à la unidad; porque para hacer el 20. se ha tomado el 4. cinco veces; esto es, tantas veces como unidades tiene el 5. Luego el 20. contiene al 4. tantas veces, como el 5. contiene à la unidad. De aqui se infiere, que el multiplicar es hallar un numero que tenga la misma razon à uno de los multiplicantes, como el otro à la unidad.

58 En los numeros contractos, ò en lo mercantil, el numero multiplicando, de ordinario es la especie que se compra, ò vende, y el mul-  
tipli-

El multiplicador es el precio ; con que en esta regla los números dados no es necesario que sean homogéneos , ó de una misma especie , como en el sumar , y restar. El producto es de la especie del precio.

59 Aunque lo mismo es multiplicar un número por otro , que este por aquel , v. g. 6. por 4. que 4. por 6. como lo demuestra Euc. en la prop. 16. del lib. 7. con todo esto , para mayor facilidad en los números abstractos se pondrá el mayor arriba , y el menor debaxo , y en los contratos , la especie arriba , y el precio debaxo , correspondiendo siempre unidades á unidades , decenas á decenas , &c. Este capítulo tiene tres Problemas.

## PROBLEMA I.

**MULTIPLICAR UN NUMERO DIGITO POR otro digito.**

60 **E**L producto de un guarismo por otro , como 6. por 8. (que son números digitos) se hallará , ó por el natural conocimiento , ó por el frecuente exercicio , ó por la tabla Pythagorica , ó por la regla que el vulgo llama del Perezoso.

Por la siguiente tabla , la qual de su autor Pythagoras , se dice Pythagorica , se hallará el producto de la multiplicacion de dos números digitos del modo siguiente. Se ha de multiplicar 7. por 8. busquese uno destes números en el lado izquierdo , y el otro arriba en la frente de la tabla , y corriéndolo las dos columnas adentro en la casilla comun , que corresponde á los dos se hallará el producto 56.

Tabla Pythagorica.

Asimismo , para saber quanto hacen 6. multiplicados por 8. busquese el 6. en el lado , y el 8. arriba , ó al contrario , y corriendo la línea de uno , y otro , en el ángulo comun se hallará el 48.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Por la regla del perezoso (la qual solo es de conveniencia quando los números digitos son mayores que 5.) hallaremos el producto deste

modo. Supongo que se han de multiplicar 7. por 8. escribo el uno debaxo el otro, y al lado las diferencias de cada uno hasta 10. las quales son 3. y 2. Multiplico las diferencias entre si, (lo qual no es dificultoso por ser numeros pequeños) cuyo producto 6. le escribo debaxo las dichas diferencias. Despues resto en cruz qualquier diferencia del numero opuesto; esto es, resto 3. de 8. ò 2. de 7. y quedan cinco; con que será el producto 56.

$$\begin{array}{r} 7 \text{ --- } 3 \\ 8 \text{ --- } 2 \\ \hline 5 \quad 6 \end{array}$$

Otro exemplo: Se han de multiplicar 6. por 7. escritos estos numeros, y sus diferencias hasta 10. como antes, multipliquense las diferencias 4. y 3. entre si, y será el producto 12. el qual porque tiene dos guarismos, escrivase el primero, que es 2. debaxo las diferencias, y guardase el otro; despues restanse las diferencias en cruz, y quedarán 3. á los quales se añadirá el 1. guardado; con que será el producto 42.

$$\begin{array}{r} 6 \text{ --- } 4 \\ 7 \text{ --- } 3 \\ \hline 4 \quad 2 \end{array}$$

## PROBLEMA II.

**MULTIPLICAR UN NUMERO DE MUCHOS GUARISMOS por numero digito.**

### Preceptos.

61 **P**rimero: Escrivase el numero menor debaxo del mayor en el lugar de las unidades, y tirese una linea por debaxo.

62 Segundo: comenzando la operacion de la derecha ácia la izquierda, multipliquese cada guarismo del numero superior por el guarismo inferior, conforme se dixo en el Problema antecedente; y si el producto tiene un guarismo solo, se escribirá debaxo el guarismo multiplicado del numero superior; pero si tuviere dos, escrivase el primero como antes, y el otro guardase en la memoria para juntarlo con el producto siguiente, si no fuere el ultimo, porque en tal caso se escribirá un lugar mas adelante ácia la izquierda.

63 Tercero: Si en la cantidad huviere algun zero, en llegando á multiplicarse se pondrá zero en el producto, si es que no se guarda algo de la operacion antecedente, porque entonces se ha de escribir aquello que no se guardò. Practiquemos los preceptos.

Exemplo I.

Tengo de multiplicar 1036. por 2. Multiplíco 2. 1036  
por 6. diciendo : dos veces 6. son 12. escribo el 2. de- 2  
baxo el 6. y guardo 1. Profigo diciendo : dos veces 3. —————  
son 6. y 1. que guardava son 7. escribo el 7. debaxo el 3. 2072  
y nada guardo. Passo adelante : dos veces 0. es 0. y  
porque nada guardava , escribo el 0. Digo despues : dos veces 1. son  
2. escrivole , y està concluida la operacion.

Exemplo II.

Siete veces 5. son 35. escribo el 5. y guardo 3. 96015  
Otra vez : siete veces 1. son 7. y 3. que guardava son 7  
10. pongo el 0. y guardo 1. Profigo : siete veces 0. —————  
es 0. y 1. que guardava es 1. escrivole. Despues di- 672105  
go : siete veces 6. son 42. escribo el 2. y llevo 4. Ul-  
timamente : siete veces 9. son 63. y 4. que llevava son 67. escribo el 7.  
debaxo el 9. y el 6. un lugar mas adelante.

Exemplo III.

Nueve veces 0. es 0. escrivole. Otra vez ; nue. 200380  
ve veces 8. son 72. escribo el 2. y guardo el 7. Nue- 9  
ve veces 3. son 27. y 7. que guardava hacen 34. ef- —————  
crivo el 4 y llevo 3. Nueve veces 0. es 0. y 3. 1803420  
que llevava son 3. escrivole , y nada guardo. Otra vez:  
nueve veces 0. es 0. y porque nada guardo , escribo el 0. Nueve  
veces 2. son 18. escribo el 8. debaxo el 2. y el 1. una casa mas afuera.

Demonstracion.

Atendiendo con cuydado à la operacion , se verá que es manifesta;  
porque si el primer producto parcial tiene dos guarismos , el prime-  
ro pertenece à las unidades , y por esso se escribe debaxo el primer  
guarismo de la cantidad : y el segundo pertenece à las decenas , y essa es  
la causa porque se guarda para juntarlo con el segundo producto parcial  
que es de decenas ; el qual si tiene dos guarismos , se escribe el primero,  
que es de las decenas , debaxo el segundo guarismo de la cantidad , que  
tambien es de las decenas , y se guarda el segundo gua- 345  
rismo para juntarlo con el tercero producto parcial , que 8  
es de las centenas , y assi de los demás. Lo que se ve —————  
en el exemplo presente , donde escriviendo los produc- 40  
tos parciales cada uno de por si , el 4. del primer pro- 32  
ducto 40. (que se avia de guardar , para juntarle con 24  
el primer numero del segundo producto) corresponde à —————  
este , que es el 2. con quien se suma. 2760

## PROBLEMA III.

*MULTIPLICAR UN NUMERO DE MUCHOS GUARISMOS  
por otro tambien de muchos guarismos.*

*Preceptos.*

64 **P**rimero : Dispuesto los numeros de modo , que en los *Abstractos* el menor , y en los *Contrastos* el precio , estén debaxo , correspondiendo unidades à unidades , &c. ( 59 ) y tirada una linea , multipliquese cada guarismo del numero inferior por todos los del superior , como si estuviera solo , segun se dixo en el Problema antecedente , comenzando à escribir cada producto debaxo el guarismo que multiplica , procediendo ácia la izquierda.

65 Segundo : Sumense los productos parciales del mismo modo que están escritos , y la suma será el producto total. Los preceptos quedarán manifiestos con los exemplos.

*Exemplo I.*

Multiplico el 4. por todos los guarismos de la cantidad , ó numero superior , como si estuviera solo , conforme queda dicho en el Problema antecedente , y el producto le comienzo à escribir baxo el mismo 4. y voy procediendo ácia la izquierda. Del mismo modo multiplico el segundo guarismo del numero multiplicador , que es 2. por todos los guarismos de la cantidad , comenzando à escribir el producto baxo el mismo 2. Despues sumo los productos parciales segun están escritos , y tengo el producto total que buscava.

$$\begin{array}{r}
 8006 \\
 \cdot 24 \\
 \hline
 32024 \\
 16012 \\
 \hline
 192144
 \end{array}$$

*Exemplo II.*

Multiplico el 0. del multiplicador por toda la cantidad , cuyo producto es todo de zeros , los quales comienzo à escribir baxo el mismo 0. Multiplico despues el 1. del multiplicador por toda la cantidad , comenzando à escribir el producto baxo el mismo 1. y porque la unidad no aumenta la multiplicacion , basta copiar la misma cantidad en el lugar del producto. Multiplico ultimamente el 9. por toda la cantidad , comenzando à escribir el producto baxo el mismo 9. Hago la suma , y tengo el producto total deseado.

$$\begin{array}{r}
 1600 \\
 910 \\
 \hline
 0000 \\
 1600 \\
 14400 \\
 \hline
 1456000
 \end{array}$$

*Exem-*

*Exemplo III.*

Multiplico el 8. por todos los guarismos de la cantidad , y el producto le comienzo à escribir baxo el mismo 8. como se dixo antes. Despues multiplico el 1. por toda la cantidad ; y porque la unidad no aumenta la multiplicacion , basta copiar la cantidad , comenzando à escribirla baxo el mismo 1. Multiplico el 0. del multiplicador por toda la cantidad , cuyo producto todo es de zeros. Multiplico ultimamente el 8. por toda la cantidad; y porque en el multiplicador ay otro 8. basta copiar el producto correspondiente al primer 8. porque es el mismo , ò igual , el qual comienzo à escribir baxo el 8. que se multiplica ; despues sumando los productos parciales del modo que están escritos , hallo el producto total que buscava.

$$\begin{array}{r}
 90136 \\
 8018 \\
 \hline
 721088 \\
 90136 \\
 00000 \\
 721088 \\
 \hline
 722710448
 \end{array}$$

*Demonstracion.*

Que la regla , para hallar los productos parciales sea verdadera , yá está demonstrado en el Problema antecedente. Ahora solo falta probar , que los dichos productos parciales se devan comenzar à escribir baxo el guarismo multiplicador , y despues sumarlos segun están escritos ; lo qual es evidente , porque el primer guarismo del multiplicador , que pertenece à las unidades , multiplicando los guarismos de la cantidad , primero produce unidades , despues decenas , centenas , &c. y así su producto se ha de comenzar à escribir baxo las unidades.

El segundo guarismo del multiplicador , porque pertenece á las decenas , produce primero decenas , despues centenas millares , &c. y así su producto se ha de comenzar à escribir baxo las decenas ; suponiendo que en el lugar de las unidades ay un zero , el qual no se escribe por no confundir.

El tercer guarismo es de las centenas ; y por esso quando multiplica los guarismos de la cantidad , produce primero centenas , despues millares , decenas de millar , &c. con que su producto se ha de comenzar à escribir baxo las centenas , suponiendo que al principio ay dos zeros para llenar los lugares de las unidades , y decenas , que no se escriben por no perturbar , y así de los demás productos. Luego los productos están bien escritos para sumarlos ; porque aunque la primer columna no esté llena , pero faltan zeros que la llenen , como está dicho.

*Escolio.*

66 Para alivio de los que se fatigan la cabeza en cuentas largas, ser.



servirá la regla siguiente de multiplicar por sumas, la qual es muy segura, y de grande descanso, en particular quando una misma cantidad se ha de multiplicar muchas veces por diferentes números.

Escrivase la cantidad aparte, y doblandola, que es multiplicar por 2. saldrá la segunda linea; sumense la primera, y segunda linea, y tendrèmos la tercera: sumando la primera con la tercera hallarèmos la quarta: juntando la primera con la quarta, conocerèmos la quinta, y así de las demás. Al lado de cada linea escrivanse los exponentes 1. 2. 3. 4. &c. como parece en la formula.

653	—1
1306	—2
1959	—3
2612	—4
3265	—5
3918	—6
4571	—7
5224	—8
5877	—9

Supongo, pues, que se ha de multiplicar la cantidad misma por 829. porque el primer guarismo del multiplicador es 9. copiese la linea del 6. comenzando de baxo el 9. del multiplicador. Porque el segundo guarismo del multiplicador es 2. copiese la linea del 2. comenzando baxo el segundo guarismo del multiplicador. Y porque el tercer guarismo del multiplicador es 8. copiasse la linea del 8. comenzando à escribirla baxo el mismo 8. Despues se sumarán los productos, para saber el producto total. Este modo de obrar, en la substancia es el mismo que hemos dado en los Problemas antecedentes.

653
829
—
5877
1306
5224
—
541337

#### Observaciones.

67 Para hacer con mayor brevedad algunas operaciones del multiplicar, observanse estas reglas, nacidas de las que hemos dado arriba. La primera: Si entre los guarismos del multiplicador ocurriere algun zero, basta poner zero en el producto parcial, baxo el mismo zero del multiplicador; y passando al otro producto, se escribirà en la misma linea, como parece en este exemplo, en el qual para multiplicar el zero, solo se ha escrito un zero, y el producto de la multiplicacion por el 2. se ha continuado en la misma linea; porque si se escribieran los zeros, como en el exemplo tercero, los que estan entre los otros guarismos no mudan la suma, y así no es necesario escribirlos.

637
205
—
3185
12740
—
130585

68 La segunda: Si en el principio de la cantidad, ò multiplicador huviere alguno, ò algunos zeros, como en el exemplo presente basta

basta multiplicar los guarismos significativos, como si estuvieran solos, y al producto añadirle tantos zeros como huviere en la cantidad, ò en el multiplicador, ò en entrambos juntos. La razon deste modo de abreviar entenderá claramente quien la cotejare con el Exemplo II.

$$\begin{array}{r} 2360 \\ 1400 \\ \hline 944 \\ 236 \\ \hline 3304000 \end{array}$$

69 De aqui se infiere, que si un numero se ha de multiplicar por 10. 100. 1000. 10000. &c.

basta añadirle tantos zeros como tiene el multiplicador; y assi, multiplicando 84. por 100. será el producto 8400. Porque como la unidad no aumenta la multiplicacion, queda el mismo numero, ò cantidad por producto: à mas desto, quando en el multiplicador ay zeros al principio, basta añadirlos al producto, como se dixo antes; luego multiplicando por numero que tiene una unidad, y zeros, con añadir otros tantos zeros à la cantidad, queda multiplicada.

70 Un numero par, multiplicado por qualquier numero par, produce par: un numero impar, multiplicado por par, hace par, *Euc. prop. 28. del lib. 9.* Tambien un numero impar, multiplicado por impar, hace impar, *Euc. prop. 29. del lib. 9.*

71 Si un numero multiplica à otros dos, los productos tienen la misma razon, que los numeros multiplicados: como si el 6. multiplica al 8. y 4. los productos 48. y 24. tienen entre si la misma razon que los numeros multiplicados 8. y 4. con que son quatro proporcionales, como 8. à 4. assi 48. à 24. (32) esto demuestra *Euc. en la prop. 17. del lib. 7.*

72 Si dos numeros, como 5. y 3. fueren primos à un tercio 4. el producto 15. de los dos será tambien primo al mismo 4. *Euc. prop. 26. del lib. 7.* Y si dos numeros, como 7. y 5. cada uno fuere primo à cada uno de otros dos, como à 3. y à 2. el producto 35. de los primeros será tambien primo al producto 6. de los segundos, *Euclides prop. 28. del lib. 7.*

73 Si dos numeros, como 4. y 7. fueren entre si primos, y el uno 4. se multiplica por si mismo, el producto 16. será tambien primo al otro 7. *Euc. prop. 27. del lib. 7.* y si cada uno de los mismos numeros se multiplica por si mismo, los productos 16. y 49. serán tambien entre si primos. Y si otra vez estos productos se multiplican por los mismos numeros, los productos que saldrán 64. y 343. serán tambien entre si primos, y assi infinitamente, *Euc. prop. 29. del lib. 7.*

74 Si quatro numeros, como 8. 2. 12. 3. son proporcionales, esto es, si la misma razon tiene el primero 8. al segundo 2. que el ter-

cero 12. al quarto 3. será el producto de los extremos 8. y 3. igual al producto de los medios 2. y 12. esto es, multiplicando 8. por 3. sale 24. y multiplicando 2. por 12. tambien sale 24. Y al contrario : si de quatro numeros el producto de los extremos fuere igual al producto de los medios , los quatro numeros serán proporcionales , Euc. prop. 19. del lib. 7.

*Aplicacion del multiplicar.*

75 Por esta regla del multiplicar , aplicada à numeros contrattos , sabremos el valor de lo que se compra , ò vende , multiplicando la especie por el precio ; como si Pedro comprò 12. varas de paño à 3. libras la vara , para saber quanto valen multiplique 12. por 3. y hallará 6. libras , que es el valor de las 12. varas.

Asi mismo : Pedro vende 32. cavallos por 25. reales de à ocho cada uno ; si quiere saber el valor de todos , multiplique 32. por 25. y hallará que valen 800. reales de à ocho. Del mismo modo : Pedro compra 18. arrobas de azucar à razon de 30. reales la arroba , para saber quanto deve , multiplique 18. por 30. y hallará 540. reales.

76 Tambien por esta misma regla convertiremos la especie de mayor valor en la de menor , ò la moneda mas alta en la mas baxa , multiplicandola por el numero en que la especie mayor , ò mas alta se divide para hacer la menor , ò mas baxa , que es el numero de las veces que la especie mayor contiene à la menor , el qual se hallará en la segunda parte de los proemiales.

Quiero reducir 36. libras , moneda de Valencia , à sueldos : porque la libra contiene 20. sueldos : multiplico 36. por 20. y hallo 720. sueldos ; los quales , si los quiero convertir en dineros , porque el sueldo tiene 12. dineros , multiplico los 720. sueldos por 12. y salen 8640. dineros.

Para reducir 48. libras de la misma moneda à dineros , conviertolas primero à sueldos , multiplicando por 20. y salen 960. sueldos , los quales multiplico por 12. y hallo 11520. dineros. Podia tambien de primera instancia hacer lo mismo , multiplicando las 48. libras por 240. dineros que tiene cada libra , y saldrà lo mismo.

Otro exemplo : Se han de reducir 20. reales , moneda de Castilla , à maravediz ; porque cada real consta de 34. maravediz , multiplico los 20. reales por 34. y hallo 680. maravediz. Asimismo : He de convertir 10. cahices de Castilla à celemines ; porque cada cahiz tiene 12. hanegas , multiplico 10. cahices por 12. y salen 120. hanegas ; y porque cada una contiene 12. celemines , multiplicas por 12. y hallo 1440. celemines.

Para reducir toda esta cantidad 8. libras 17. sueldos , y 10. dineros, moneda de Valencia , à la ultima especie , que son dineros , multiplicarè las 8. libras por 20. sueldos que tiene cada libra , y al producto 160. añadirè los 17. sueldos de la cantidad , y seràn 177. sueldos ; los quales multiplicarè por 12. dineros que tiene cada sueldo , y al producto 2124. añadirè los 10. dineros de la cantidad , y estará toda reducida à 2134. dineros.

Del mismo modo : Si quiero reducir 5. arrobas 18. libras , y 9. onzas , peso de Castilla , à la ultima especie , que son onzas , multiplicarè las 5. arrobas por 25. libras que tiene cada arroba Castellana , y al producto 125. añadirè las 18. libras de la cantidad , con que seràn 143. libras , las quales multiplicarè por 16. onzas que tiene cada libra en Castilla , y al producto 2288. añadirè las 9. onzas de la cantidad , y quedará reducida à 2297. onzas.

## CAPÍTULO CUARTO.

### DEL PARTIR.

77 **P**artir un numero por otro es distribuirle en tantas partes quantas unidades tiene el numero por quien se parte; como partir 12. por 4. es dividir el 12. en quatro partes , porque tantas unidades tiene el 4. De otro modo se puede explicar , diciendo, que partir es sacar un numero de otro , tantas veces quantas se contiene en èl.

Al numero que se parte llamaremos *Cantidad* , ò *Dividendo* ; à aquel por quien se parte *Partidor* , ò *Divisor* ; y à lo que sale de la division *Quociente* , porque señala las veces que el partidor se contiene en la cantidad. La cantidad , y el partidor no es preciso que sean de una misma especie ; pero el quociente casi siempre sale de la especie de la cantidad.

78 De lo dicho se infiere dos cosas ; la primera , que el partir es un restar abreviado ; porque es sacar un numero de otro tantas veces como se contiene en èl ; luego es lo mismo que restarle las mismas veces : como si el 4. se resta del 12. quedará el residuo 8. con que yá se ha sacado un 4. del 12. Si otra vez se resta el 4. del 8. quedará 4. yá se ha sacado otro 4. Si otra vez se resta 4. de 4. queda zero , yá se ha sacado otro 4. y así se han sacado tres quattros ; pues para no hacer

tantas veces se divide el 12. por 4. y viene al quociente 3. que son las veces que el 4. se contiene en el 12. Por esso algunos à la division suelen llamar *Aplicacion*, porque un numero se entiende que se aplica muchas veces para restarle.

79 La segunda, que despues de hecha la division, la misma razon tiene el quociente con la unidad, que la cantidad con el partidor; como en el exemplo propuesto el quociente 3. tiene à 1. la misma razon que 12. à 4. porque como el partir sea sacar un numero de otras tantas veces quantas se contiene en el, y tantas veces se contiene quantas unidades tiene el divisor: luego la misma razon ay del quociente à la unidad, que de la cantidad al divisor. Y assi, el partir se puede explicar de otro modo, diciendo, que es buscar un numero que tenga con la unidad la misma razon, que la cantidad con el divisor.

Esta regla de partir es inversa, ò contraria à la del multiplicar; porque enseña à resolver lo que compone el multiplicar, y lo que la una hace, la otra deshace: como por la multiplicacion de 5. por 3. se hace el 12. y por la division del 12. por 4. se resuelve el mismo 12. viniendo al quociente 3. Este capitulo contiene dos problemas; en el primero se enseña à partir por numero digito, que vulgarmente llaman medio partir: En el segundo se dà regla para partir por numero de muchos guarismos, que es entero partir.

## PROBLEMA I.

### PARTIR POR NUMERO DIGITO, O MEDIO PARTIR.

#### Preceptos.

80 **P**rimero: Escrívase el divisor al lado de la cantidad, tirando una linea por el lado, y que corra por debaxo, y la operacion se comenzará de la izquierda à la derecha; porque como la division resuelve lo que compuso la multiplicacion, ha de comenzar por donde èsta acaba; pues lo ultimo de la composicion, es lo primero en la resolucion.

81 Segundo: Si el ultimo guarismo de la cantidad es igual, ó mayor que el partidor, pongase una distincion antes de dicho ultimo guarismo; pero si fuere menor, se tomarà un guarismo mas, poniendo la dicha distincion antes de los dos ultimos guarismos, y con esto quedará separado el primer miembro, y el quociente ha de tener tantos  
gua-

guarismos , quantos tuviere la cantidad , contando al primer miembro por un solo guarismo , aunque en él aya muchos.

82 Tercero : Divídase el primer miembro por el divisor ; esto es , mirese quantas veces el partidor cabe en el dicho miembro , que es lo mismo que ver por qué numero se multiplicará el partidor , de suerte , que el producto iguale , ò haga el numero proxime menor , que pueda caber en el mismo miembro , y será el quociente , el qual se escribirá debaxo el partidor. Despues se multiplicará el quociente por el partidor , y restando el producto del miembro , se escribirá el residuo debaxo , el qual no puede ser mayor , ni igual al partidor , sino menor ; porque si fuera igual , ò mayor , podria el partidor caber en la cantidad alomenos una vez mas.

83 Quarto : De la cantidad se abaxará el guarismo siguiente al miembro , poniendole al lado del residuo , y hará el segundo miembro , el qual se partirá por el divisor , como antes ; despues se abaxará el siguiente guarismo de la cantidad al lado del segundo guarismo , para tener el tercer miembro ; y así de los demás.

84 Quinto : Si algun miembro , por ser menor , no se puede partir por el divisor , se pondrá zero en el quociente , y se abaxará el guarismo siguiente , para tener el otro miembro.

85 Sexto : Si divididos todos los miembros sobrare algo , se escribirá al lado derecho del quociente encima de una linea , y debaxo se pondrá el partidor en forma de quebrado. Practiquemos los preceptos.

*Exemplo I.*

Se ha de partir este numero de 627. reales á 3. hombres ; dispuestos los numeros , como parece en la formula , porque el ultimo guarismo 6. de la cantidad, es mayor que el partidor 3. pongo una distincion al 6. y divido el 6. por el 3. esto es , veo quantas veces cabe el 3. en el 6. ò por qual numero se ha de multiplicar el 3. paraque haga 6. u otro numero proxime menor , y hallo que es el 2. escrivole debaxo el partidor , ( que es el lugar del quociente ) y le multiplico por el mismo partidor , diciendo : Dos veces 3. son 6. restoles del 6. de la cantidad , y queda zero , escrivole por primer residuo debaxo el 6. del miembro.

$$\begin{array}{r} 6,27 \quad \underline{\phantom{0}3} \\ 02 \quad \phantom{0}2 \end{array}$$

Despues abaxo el 2. de la cantidad , poniendole al lado del primer residuo , para hacer el segundo miembro 02, el qual divido por 3. Y porque no puedo por ser menor que el divisor,

$$\begin{array}{r} 6,27 \quad \underline{\phantom{0}3} \\ 027 \quad \phantom{0}209 \\ 0 \end{array}$$

D 3

pon.

pongo 0. en el quociente à la derecha del 2. y abaxo el 7. de la cantidad, escribiendole al lado del residuo segundo, que es 02. y será el tercer miembro 27. Ahora divido el 27. por 3. y hallo el quociente 9. escrivo al lado del 0. y multiplico el 9. por 3. diciendo: Nueve veces 3. son 27. restolos del miembro 27. queda 0. con que está concluida la operacion, siendo el quociente 209. reales, que son los que tocan à cada un hombre.

### Exemplo II.

He de partir 10540. à 6. porque el ultimo guarismo 0. es menor que el partidor 6. tomo un guarismo mas, y separe el primer miembro 10. con una distincion; y porque en la cantidad ay quatro guarismos, contando el primer miembro por uno, sabrè que el quociente ha de tener tambien quatro guarismos. Divido, pues, el miembro 10. por 6. diciendo: 10. partidos à 6. doy 1. al quociente (porque el 6. sola uno vez cabe en el 10.) escrivo el 1. debaxo el partidor, y le multiplico por el mismo partidor, diciendo: Una vez 6. son 6. restados de 10. quedan 4. escrivoles debaxo el miembro 10. y tengo el primer residuo 4.

$$\begin{array}{r} 10,540 \\ 4 \overline{) 6} \\ 1 \end{array}$$

Para tener el miembro segundo abaxo el 5. escribiendole al lado del residuo 4. y será 45. dividiendole por 6. y caben al quociente 7. escrivo 7. en el lugar del quociente al lado del 1. y multiplicando los 7. por 6. resto el producto 42. del miembro 45. quedan 3. que escrivo debaxo el 5. del miembro, y será el 3. el residuo segundo.

$$\begin{array}{r} 10,540 \\ 45 \overline{) 6} \\ 17 \end{array}$$

Despues abaxo el otro guarismo 4. de la cantidad, poniendole al lado del residuo 3. para hacer el tercer miembro 34. el qual divido por 6. y hallo que al quociente le caben 5. escrivoles en el quociente al lado de 17. y multiplicando 5. por el divisor 6. resto el producto 30. del miembro 34. y queda el residuo 4. el qual escrivo debaxo el 4. del 34.

$$\begin{array}{r} 10,540 \\ 45 \overline{) 6} \\ 175 \end{array}$$

Luego abaxo el 0. de la cantidad al lado del residuo 4. para tener el miembro quarto 40. divido por 6. y hallo que le tocan à 6. escrivoles en el quociente, y aviendolos multiplicado por el partidor 6. resto el

$$\begin{array}{r} 10,540 \\ 45 \overline{) 6} \\ 1756 \end{array}$$



producto 36. del miembro 40. y quedan 4. y porque este residuo es el ultimo , pongole al lado del quociente , tirando por debaxo una linea pequena , debaxo de la qual escreviré el partidor , como parece el formula.

Exemplo III.

Se han de repartir 108035. hanegas de trigo entre nueve casas. Pongo la distincion al 10. porque el ultimo guarismo 5. es menor que el partidor , y parto el primer miembro 10. á 9. hallo que el quociente es 1. escrivole debaxo el partidor, y multiplicando 1. por 9. hacen 9. restolos de 10. queda 1. por residuo , el qual escribo debaxo del 0.

$$\begin{array}{r} 10,8035 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 1 \end{array}$$

Abaxo el 8. de la cantidad , escribiendolo al lado del residuo 1. y tendré el segundo miembro 18. dividole por 9. y le doy al quociente á 2. escribo 2. en el quociente al lado del 1. y multiplicando el 2. por el partidor 9. resto el producto 18. del miembro 18. y queda 0. por residuo , el qual escribo debaxo el 8. del 18.

$$\begin{array}{r} 10,8035 \\ 18 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

Profigo en abaxar el guarismo siguiente 0. de la cantidad , y será el tercer miembro 00. y porque no le puedo partir por el 9. escribo 0. en el quociente , y abaxo el otro guarismo 3. para hacer el miembro quarto 003. el qual tampoco puede partirse por el 9. por ser menor , pues pongo otro 0. en el quociente.

$$\begin{array}{r} 10,8035 \\ 18 \\ 003 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 1200 \end{array}$$

Ultimamente , abaxo el 5. de la cantidad , y tendré el otro miembro 35. dividole por 9. y le doy 3. al quociente ; multiplico 3. por 9. son 27. restolos de 35. y quedan 8. y por ser el ultimo residuo le escribo al lado del quociente encima una linea , y debaxo el partidor 9. Con que pertenecen á cada casa 12003. hanegas , y ocho novenos de hanega.

$$\begin{array}{r} 10,8035 \\ 18 \\ 0035 \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 12005 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 9 \end{array}$$

Si preguntares qué significa el ultimo residuo encima de una linea, y debaxo el partidor ? Digo, que si una unidad de la cantidad se considera dividida en tantas partes como unidades tiene el divisor , se han de tomar tantas destas , como unidades tiene el ultimo residuo ; como en el exemplo presente , una hanega se ha de dividir en 9. partes iguales , y destas se han de tomar 8. que tocan á cada casa; de suerte , que

à demàs de las 12003. hanegas que tocan à cada casa , se han de tomar 8. partes de las 9. en que se ha de dividir una hanega , que son ocho novenos de hanega : y para esso son las 8. hanegas que sobran.

*Demonstracion.*

La demonstracion contiene muchas partes , las quales se demonstraràn de por sî. La primera : que la operacion se aya de comenzar de la izquierda àcia la derecha , ya se hizo notorio en el precepto primero.

La segunda : que el quociente conste de tantos guarismos como ay en la cantidad , contando el primer miembro por uno , como queda advertido en el precepto segundo , es manifesto , porque tantas veces se puede aplicar el partidor à la cantidad ; y si bien se advierte , multiplicando el partidor por el quociente , se verà que los productos parciales tienen correspondencia con los miembros de la division , y en particular quando nada sobra.

La tercera : que qualquier guarismo del quociente sea el verdadero ( si està bien hecha la operacion ) lo pruebo assi : Multiplicando el quociente parcial por el partidor , y restando el producto del miembro , queda un residuo menor que el divisor : luego el dicho guarismo , ò quociente parcial es el verdadero , pues manifesta quantas veces cabe el partidor en el miembro.

La quarta : que quando sobra algo en la particion , se aya de poner encima de una linea , y el divisor debaxo en forma de quebrado , es claro si se considera lo siguiente : Supongo , que partiendo un qualquier numero de reales à 4. companeros , sobra 1. real , sin duda que este real que sobra se ha de partir en quatro partes iguales , y à cada companero le tocarà una parte , que es un quarto de real , ò 6. dineros ; si sobran 2. reales tocarà à cada companero dos quartos , ò 12. dineros , porque sobrando un real tocò un quarto à cada uno ; luego sobrando dos reales tocaràn dos quartos : si sobran 3. reales , vendrà à cada companero tres quartos , ò 18. dineros , porque sobrando un real tocò à cada uno un quarto ; luego sobrando 3. reales tocaràn tres quartos : con que obrando conforme mandan los preceptos , saldrà el verdadero quociente.



P R O B L E M A II. .

*PARTIR POR NUMERO DE MUCHOS GUARISMOS,  
ó entero partir.*

**E**N este Problema los preceptos son casi los mismos que en el antecedente ; pero paraque no aya la menor dificultad en aplicarlos , pondré los mas principales.

*Preceptos.*

86 Primero : Despues de escritos el partidor , y cantidad , como en el Problema passado , se han de separar de la cantidad con una distincion tantos guarismos , quantos tuviere el partidor , con tal que hagan numero igual , ó mayor que el partidor ; porque si hiciere numero menor , se ha de tomar un guarismo mas , y quedará distinguido el primer miembro.

87 Segundo : Partase el ultimo guarismo del miembro , ( ó los dos ultimos ) quando el miembro tuviere un guarismo mas que el divisor , por el ultimo guarismo del mismo divisor , dandole por quociente aquel numero , que despues de multiplicado por todo el divisor pueda el producto restarse de tal miembro ; y así , no siempre se podrá dar al quociente todas las veces que el ultimo guarismo del divisor cabe en el ultimo , ó ultimos del miembro , porque se ha de atender à la multiplicacion : ni tampoco se podrá dar al quociente 10. porque en un asiente no puede aver dos guarismos , ( 41 ) con que lo mas que se puede dar son 9. Hecho esto , vayase multiplicando el quociente por todos los guarismos del partidor , camenzando por la derecha ; y juntamente restando los productos parciales del miembro , comenzando tambien à restar de la derecha , y escribiendo el residuo debaxo el miembro ; el qual residuo ( como està dicho ) no puede ser igual , ni mayor que el partidor.

88 Tercero : Baxese el guarismo siguiente de la cantidad , escribiendole al lado del residuo , para hacer el miembro segun , el qual se partirà del mismo modo. Si algun miembro no se pudiere partir por ser menor que el divisor , se pondrà 0. en el quociente ; y se abaxará el guarismo siguiente de la cantidad , para hacer el otro miembro. Si à lo ultimo sobrare algo , se pondrà al lado del quociente encima de una linea , y debaxo se escribirà el divisor , como està dicho en el Problema antecedente. Esto es dificultoso , y quiere mucha practica.

*Exem-*

Exemplo I.

Tengo 984. reales de renta cada año , y quiero saber quanto tengo cada mes : porque el año tiene 12. meses , divido los 984. reales por 12. deste modo. Separo los dos guarismos ultimos de la cantidad con una distincion , (porque hacen numero mayor que los del divisor ) y tendré el primer miembro 98. Divido el ultimo guarismo del miembro , que es 4. por el ultimo del divisor , que es 1. y le doy à 8. por quociente , el qual escrivo debaxo el partidore. Multiplico aora el quociente 8. por todos los guarismos del divisor , y juntamente resto el producto de todos los guarismos del miembros deste modo : Ocho veces 2. son 16. los quales porque no puedo restarlos del 8. del miembro , tomo una unidad del 9. y serán 18. resto aora 16. de 18. y quedan 2. que escrivo debaxo el 8. del miembro , y guardo 1. por la unidad que tomè : despues multiplico 8. por 1. son 8. y 1. que guardava son 9. restolos del 9. del miembro , y queda 0. Con que será el primer residuo 2.

$$\begin{array}{r} 98,4 \quad \overline{)12} \\ 02 \quad \underline{\phantom{00}} \\ 8 \end{array}$$

Abaxo el guarismo siguiente 4. de la cantidad , escribiendole al lado del residuo , y tengo el segundo miembro 24. Divido aora el 2. del 24. por el 1. del 12. y le doy 2. por quociente , el qual escrivo al lado del quociente parcial 8. multiplico el 2. por el 2. del partidore , y el producto 4. le resto del 4. del miembro , queda 0. multiplico otra vez el quociente parcial 2. por el 1. del partidore , y resto el producto 2. del otro guarismo 2. del miembro , queda 0. y està concluda la operacion. Con que cada mes tengo 82. reales.

$$\begin{array}{r} 98,4 \quad \overline{)12} \\ 24 \quad \underline{\phantom{00}} \\ 00 \quad \underline{\phantom{00}} \\ 82 \end{array}$$

Exemplo II.

Se han de partir 23065. à 79. porque los dos ultimos guarismos 23. de la cantidad son numero menor , que los del partidore , pongo la distincion al tercero , y será el primer miembro 230. el qual , porque tiene un guarismo mas , que el partidore , parto los dos ultimos guarismos , esto es , el 23. por el ultimo 7. del partidore ; y aunque parece que podia dar al quociente 3. pero si atiende à la multiplicacion , no puedo dar fino 2. escrivole en el lugar del quociente : aora multiplico el 2. del quociente por el 9. del partidore , y el producto 18. le resto del primer guarismo 0. del miembro , pues porque no puedo restarle , por ser menor , tomo dos decenas del 23. y serán 20. resto aora 18. y quedan 2. los quales escrivo debaxo el 0. y guardo 2. por

$$\begin{array}{r} 230,65 \quad \overline{)79} \\ 72 \quad \underline{\phantom{00}} \\ 2 \end{array}$$

por las dos decenas que tomè prestadas ; multiplico otra vez el quociente 2. por el 7. del partidor , y al producto 14. añado las dos decenas que guardava ; con que seràn 16. restolos de 23. y quedan 7. que escrivo debaxo el 3. y será el residuo 72. menor que el partidor.

Hecho esto , baxo el guarismo figuiente 6. de la cantidad , y le escrivo al lado del residuo , para hacer el segundo miembro 726. el qual porque tiene un guarismo mas que el divisor , parto los dos guarismos ultimos 72. por el 7. del partidor , y

le doy 9. al quociente , el qual escrivo al lado del quociente parcial 2. Ahora multiplico el quociente 9. por los 9. del partidor , y el producto 81. le resto del 6. del

miembro , pues porque no puedo , tomo ocho decenas del 72. y seràn 80. de los quales restando 81. quedan 5. que escrivo debaxo el 6. y guardo 8. por las decenas tomadas ; multiplico otra vez el 9. del quociente por el 7. del partidor , y al producto 63. añado los 8. que guardava , y son 71. restados de 72. del miembro queda 1. Con que será el residuo 15.

Ahora abaxo el guarismo figuiente 3. de la cantidad , y le pongo al lado del residuo 15. para hacer el miembro 155. el qual tiene un guarismo mas que el partidor , pues parto los dos ultimos 15. al ultimo del partidor 7. y

le doy uno al quociente , el qual escrivo en su lugar ; multiplico 1. por 9. del partidor , y el producto 9. le resto del primer guarismo 5. del miembro , ó de 15. tomando una decena , y quedan 6. que escrivo debaxo el 5. y llevo 1. multiplico otra vez el 1. del quociente por el 7. del partidor , y al producto 7. añado 1. que guardava , y son 8. restolos de 15. del miembro , y quedan 7. Con que el residuo será 76. el qual escrivo encima de una linea , y debaxo pongo el partidor , como parece en el exemplo.

$$\begin{array}{r} 230,65 \\ 726 \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 230,65 \\ 726 \\ 155 \\ 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ \hline 291 \quad 76 \\ 97 \end{array}$$

Exemplo III.

Se han de partir 26492. ducados entre 358. Soldados : Porque el partidor tiene tres guarismos , veo si los tres ultimos

guarismos de la cantidad hacen numero mayor , menor , ó igual al partidor , y hallo que menor , ( 18 ) pues tomo un guarismo mas , separando con una distincion al primer miembro 2649. y porque tiene un guarismo mas que el partidor , divido los dos ultimos 26. por el ultimo 3. del partidor , dando 7. al quociente , el qual escrivo en su lu-

$$\begin{array}{r} 2649,2 \\ 143 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 358 \\ \hline 7 \end{array}$$

gar,

gar. Aora multiplico el 7. por el 8. del partidor, y el producto 56. le resto del primer guarismo 9. del miembro, ò de 59. tomando cinco decenas, y quedan 3. que escrivo debaxo el 9. y guardo 5. Multiplico otra vez el 7. por el 5. del partidor, y al producto 35. añado los 5. que guardava, y son 40. restolos del segundo guarismo 4. del miembro, ò de 44. tomando quatro decenas, y quedan 4. que escrivo, y guardo 4. Multiplico otra vez 7. por 3. del partidor, son 21. añado los 4. que guardava, y son 25. restolos de 26. del miembro, y queda 1. Con que será el primer residuo. 143.

Baxo el guarismo siguiente 2. de la cantidad, escribiendole al lado del residuo, para hacer el miembro 1432. el qual tiene un guarismo mas que el partidor, pues

$$\begin{array}{r} 2649,2 \\ 143\ 2 \\ 00\ 0 \\ \hline 358 \\ 74 \end{array}$$

divido los dos guarismos ultimos 14. por el ultimo 3. del partidor, dando 4. al quociente, el qual escrivo al lado del quociente parcial 7. Aora multiplico el 4. del quociente por el 8. del partidor, y resto el producto 32. del primer guarismo 2. del miembro, ò de 32. tomando tres decenas del 143. para hacer la resta, y queda 0. y guardo 3. por las decenas tomadas. Multiplico otra vez el 4. por el segundo guarismo del partidor, que es 5. y al producto 20. añado el 3. que guardava, son 23. resto del segundo guarismo 3. del miembro, ò de 23. tomando dos decenas, y queda 0. y guardo 2. Multiplico otra vez el 4. del quociente por el 3. del partidor, y al producto 12. añado 2. que guardava, son 14. restolos de 14. del miembro queda 0. Con que tocan à cada Soldado 74. ducados justos.

#### Exemplo IV.

Se han de partir 4575397. à 5719. porque el partidor tiene quatro guarismos, examino si los quatro guarismos ultimos de la cantidad hacen numero mayor igual, ò menor que el divisor, y hallo que menor, pues separo con una distincion un guarismo mas; con que el primer miembro será 45753. y porque tiene un guarismo mas que el partidor, divido los dos ultimos 45. por el ultimo 9. del divisor, y doy al quociente 8. (no puedo darle à 9. porque tengo de atender à la multiplicacion de los otros guarismos del divisor) el qual escrivo en su lugar.

Aora multiplico los 8. del quociente por el 9. del partidor, y resto el quociente 72. del primer guarismo 3. del miembro, ò de 73. tomando siete decenas, y sobra 1. que escrivo debaxo el 3. y guardo 7. Multiplico otra vez el 8. por el segundo

$$\begin{array}{r} 45753,97 \\ 0001 \\ \hline 5719 \\ 8 \end{array}$$

gua-



guarismo 1. del divisor, y al producto 8. añado los 7. que guardava, son 15. restolos del segundo guarismo 5. del miembro, ò de 15. tomando una decena queda 0. y guardo 1. Otra vez multiplico el 8. por el tercer guarismo 7. del divisor, y al producto 56. añado 1. que guardava, son 57. restolos del tercer guarismo 7. del miembro, ò de 57. tomando 5. decenas queda 0. y guardo 5. Multiplico otra vez el 8. por el 5. del partidor, y al producto 40. añado los 5. que guardava, son 45. restados de 45. del miembro queda 0. Con que el primer residuo es 1.

Baxo el guarismo figuiente 9. de la cantidad, escribiendole al lado del residuo para hacer el miembro 19. el qual por no poderse partir por el divisor, por ser menor, escrivo 0. en el quociente, y baxo el figuiente guarismo 7. para hacer el miembro 197. y porque tampoco se puede partir, pongo otro 0. en el quociente, quedando el ultimo residuo 197. el qual escrivo al lado del quociente encima de una linea, y debaxo el divisor, como parece en la formula.

$$\begin{array}{r} 45753,97 \\ 197 \\ \hline 5719 \\ 800 \\ \hline 5719 \end{array}$$

Este modo de partir, à quien los Italianos llaman *Partir por Danda*, no está muy usado en España, pero es el mejor, y el mas alabado de los Autores; porque procede con grande claridad, y distincion en escribir cada miembro, y residuo; de suerte, que si en el quociente huviere auido algun yerro, con facilidad se puede enmendar, borrando el residuo, y bolviendo à hacer la operacion de aquel miembro solamente, sin ser necesario bolver à comenzar desde el principio, lo qual no es facil hacerlo siempre en el modo ordinario, y en particular quando ay muchos guarismos. A mas desto es muy breve, pues no es necesario escribir muchas veces el partidor, ni borrar guarismos, como en otros modos. La demonstracion es la misma que dimos en el problema antecedente.

*Escolio.*

El partir es la regla mas difícil de toda la Logística, y el escolio en donde suelen naufragar los principiantes; toda su dificultad consiste en conocer lo que se deve dar al quociente, paraque se puede restar el producto, y el residuo no sea mayor, ni igual al partidor. No ay en esto regla fixa, porque depende de los guarismos que acompañan al ultimo guarismo del partidor, y del miembro; si estos guarismos en el partidor, y en particular el penultimo, fueren de grande valor, como 9. 8. 7. por lo regular no se podrá dar al quociente tanto, como veces cabe el ultimo guarismo del divisor en el ultimo, ò dos ultimos del miembro; pero si fueren de poco valor, como 0. 1. 2. casi siempre se podrán dar al quociente las veces



veces que el ultimo guarismo del divisor cabe en el ultimo , ò dos ultimos del miembro.

Aunque, como queda advertido, no ay regla fixa para conocer el verdadero quociente, pero ay dos señales infalibles; el primero, que despues de hecha la multiplicacion del quociente por el partidor, se pueda restar el producto del miembro; porque si no se puede, es mayor el quociente de lo justo. El segundo, que hecha la resta sea el residuo menor que el divisor; porque si fuere mayor, ò igual, será el quociente menor que el verdadero. De fuerte, que tomando el quociente mayor que el verdadero, no se podrá restar el producto; y tomándole menor de lo justo, será el residuo mayor, ó igual al partidor: Con que el verdadero quociente parcial tiene las dos circunstancias, de poderse restar el producto, y quedar menor el residuo.

Pues guiado el principiante destos dos señales, podrá hacerse facil en conocer quanto deve dar al quociente, exercitandose muchas veces en darle aquel numero que le pareciere mas congruente, y haciendo la multiplicacion, y despues la resta, verá si se puede restar, ò si el residuo es igual, ò mayor que el partidor; porque si no se pudiere restar, avrá de tomar el quociente menor; y si el residuo fuere igual, ò mayor que el divisor, avrá de aumentar el quociente, y borrando el residuo, y quociente, bolver à hacer la operacion, hasta que encuentre con el quociente verdadero. Y para no hacer tantos borrones, podrá con la imaginacion hacer la multiplicacion, y resta, antes de escribir el quociente.

Pero paraque el principiante tenga norte fixo en hallar los quocientes, podrá valerse desta otra regla, que aunque larga, y cansada, pero muy segura, y no fatiga la cabeza; la qual es muy util para quando se han de hacer muchas particiones por un mismo partidor.

Escrivase el partidor aparte, y hagase la tabla que se enseñò en el escolio del problema 3. del multiplicar. Supongo, pues, que se han de partir 2200567. à 296. formo la tabla del partidor, y pongo la distincion en la cantidad como antes, y tendré el primer miembro 1200. Ahora busco en la tabla què numero es el mayor de los que pueden caber en dicho miembro, y hallo que es el 1184. cuyo exponente es 4. escrivole debaxo del miembro, y al lado el 4. por quociente: hago la resta, y queda el residuo 16.

296	—	1
592	—	2
888	—	3
1184	—	4
1480	—	5
1776	—	6
2072	—	7
2368	—	8
2664	—	9

Abaxo el siguiente guarismo 5. de la cantidad, escrivindole al lado del residuo, para hacer el segundo miembro 165. Veo qual numero de la

tabla

tabla es el proximo menor , y ninguno hallo , porque todos son mayores, pues pongo zeros debaxo del miembro y al lado zero por quociente , hago la resta , y queda el residuo 165.

Baxo el siguiente guarismo 6. de la cantidad , y será el tercer miembro 1656. veo qual numero de la tabla es el proximo menor , y hallo el 1480. cuyo exponente es 5. escrivole debaxo del miembro , y al lado 5. por quociente : hago la resta , y quedan 176.

$$\begin{array}{r}
 1200,567 \\
 1184 \quad \underline{\hspace{1cm}} 4 \\
 0165 \\
 000 \quad \underline{\hspace{1cm}} 0 \\
 1656 \\
 1480 \quad \underline{\hspace{1cm}} 5 \\
 1767 \\
 1480 \quad \underline{\hspace{1cm}} 5 \\
 287
 \end{array}$$

Baxo el otro guarismo 7. para hacer el miembro 1767. busco què numero en la tabla es el proximo menor, y hallo que es el 1480. cuyo exponente es 5. escrivole debaxo del miembro , y al lado el 5. por quociente, hago la resta , y quedan 287. que se han de escrivir encima una linea , y debaxo el partidor , como antes : Con que el quociente será 4055. y mas el quebrado.

La razon deste modo de partir es clara, porque los numeros de la tabla son los productos de los quocientes , que son los exponentes , por el partidor , ó primer numero , y por esso se escriven debaxo de cada miembro para hacer la resta ; en lo demás es la misma operacion que hemos explicado en los problemas antecedentes.

### Observaciones.

89 Para abreviar algunas operaciones del partir , será bien observar lo siguiente. Quando el partidor tiene al principio alguno , ó algunos zeros , se separarán los dichos zeros , y otros tantos guarismos primeros de la cantidad con un parentesis , y despues haciendo la particion en lo que quedáre, se pondrá el ultimo residuo à la izquierda de los guarismos separados de la cantidad , para hacer quebrado , como aora diremos.

Supongo que se han de partir 3624. à 2900. porque en el partidor ay dos zeros al principio , los separo con un parentesis; y asimismo separo otros tantos guarismos de la cantidad , y quedarán 36. en la cantidad , y 29. en el partidor. Divido aora 36. à 29. por el modo ordinario, y cabe al quociente 1. y sobran 7. los quales pondré al lado izquierdo de los guarismos separados de la cantidad , y serán 724. escri-

$$\begin{array}{r}
 36(24 \quad \underline{29(00} \\
 7 \quad \quad \quad 1 \quad 724 \\
 \quad \quad \quad 2900
 \end{array}$$

escrivolos encima de una linea , y todo el partidor debaxo en forma de quebrado , como parece en el exemplo.

La razon desto es manifesta ; porque aviendo zeros al principio del partidor , los primeros guarismos de la cantidad quedan intactos , porque los primeros productos del quociente por el partidor son zeros , los quales restados de los primeros guarismos de la cantidad , quedan los mismos.

90 De aqui se colige , que si el partidor es 10. 100. 1000. &c. esto es , una unidad con zeros , basta separar tantos guarismos primeros de la cantidad , quantos zeros ay en el partidor , y los que quedaren en la cantidad serán el quociente ; los que están separados se escribirán encima de una linea , y todo el partidor debaxo : como partiendo 97895. à 100. será el quociente 978  $\frac{95}{100}$ .

Pero si los guarismos separados de la cantidad fueren tambien zeros , en tal caso se quitarán del todo , tanto de la cantidad , como del partidor , y se hará la particion en lo que quedare ; porque quitando zeros de una cantidad , es lo mismo que partirla por un numero que conste de una unidad , y tantos zeros como se quitan ; y así , quitando tantos zeros de la cantidad como del divisor , es lo mismo que partirla por un mismo numero ; luego quedarán proporcionales , como luego diremos ; luego el quociente será el mismo. Y así , para partir 3800. por 90. quitando un zero de cada parte , se partirán los 380. por 9. como está dicho , y vendrá 42. y 2. novenos al quociente.

91 Si un numero menor se ha de partir por otro mayor , no ay mas que hacer , sino poner la cantidad encima de una linea , y el partidor debaxo en forma de quebrado : como para partir 24. à 96. será el quociente  $\frac{24}{96}$  , porque la cantidad 24. no puede contener aun una vez al divisor 96. luego el quociente ha de ser quebrado , que es lo mismo que el ultimo residuo de la division.

Desto modo de partir en forma de quebrado suelen usar muchas veces los Arithmeticos , aun quando la cantidad es mayor que el partidor ; y en particular , quando la cantidad no contiene veces justas al partidor , y despues se ha de hacer alguna otra operacion.

92 Si dos numeros desiguales , como 93. y 12. tienen tantos guarismos el uno como el otro , el mayor contendrá al menor menos que 10. veces ; porque si el menor 12. se multiplica por 10. será 120. con que tendrá un guarismo mas que el mayor 93. luego el 120 será mayor que el 93. ( 18 ) y así , necessariamente el 93. ha de contener al 12. menos que diez veces , porque el 93. es menor que 120. el qual contiene al 12. diez veces justas.

93 Si un numero tiene un guarismo mas que otro , como 124. y 98 y el ultimo guarismo del 124. es menor que el ultimo del 98. contendrà el 124. al 98. menos que diez veces ; porque si multiplicamos al 98. por 10. el producto 980. contendrà al 98. diez veces justas, y el 980. tendrá tantos guarismos , y será mayor ( 18 ) que el 124. luego el 124. no puede incluir , ò contener al 98. diez veces.

94 Si dos numeros , como 24. y 12. se dividen por un qualquier numero 3. los quocientes 8. y 4. tendrán la misma razon que los divididos 24. y 12. porque multiplicando los quocientes 8. y 4. por el divisor 3. se restituyen los numeros 24. y 12. los quales tienen la misma razon que 8. à 4. segun Euc. prop. 17. del lib. 7. ( 71 ) luego son proporcionales 24. à 12. como 8. à 4.

95 Si un numero impar , como el 3. mide à par como al 12. tambien mide á su mitad 6. Euc. prop. 30. del lib. 9. Y si un numero impar , como el 5. es entre sí primo à otro 4. tambien será primo al duplo 8. Euc. prop. 31. del lib. 9.

96 Si un numero mide à uno de dos entre sí primos , es necesario que el mismo numero sea entre sí primo con el otro de los dos ; y así , porque el 3. mide á uno destos dos 9. 7. es à saber al 9. será el 3. entre sí primo con el otro 7. Euc. prop. 25. del lib. 7.

97 A todo numero compuesto , como al 12. mide algun numero primo , como el 3. Euc. prop. 33. lib. 7. Y así todo numero , ò es primo , ò es medido de algun primo , Euc. prop. 34. del lib. 7.

98 Si un numero se divide por 9. quedará el mismo residuo, que si la suma de sus guarismos ( no atendiendo al lugar , sino como si fueran unidades ) se divide tambien por 9. como partiendo 38. à 9. sobran 2. partiendo , pues, la suma de 3. y 8. que es 11. por 9. tambien sobran 2. Del mismo modo, dividiendo 45. à 9. sobra 0. pues dividiendo la suma de 4. y 5. que es 9. à 9. sobra tambien 0.

La razon dello depende de la disposicion de los guarismos ; porque el 3. en el primer exemplo , por estar en segundo lugar , vale diez veces mas de lo que significa , ( 13 ) luego vale nueve veces lo que él significa, y sobran 3. unidades, las quales juntas con las 8. unidades del 38. son 11. quitando 9. quedan 2. con que resolviendo el 38. en nueves, se vienen á sumar los guarismos 3. y 8. luego el mismo residuo queda de la division de 38. por 9. que de la suma 11. por el mismo 9. Este es el fundamento de las pruebas del 9. que traen muchos Autores.

*Aplicacion del partir.*

99 Por esta regla de partir , dado el valor total de la especie , y el numero dellas , vendremos en conocimiento del precio de cada una;

ò sabiendo el valor total , y el precio de cada especie , conocerémos el numero de las especies, dividiendo el valor total por el numero de las especies , ò por el precio de cada una dellas.

Pedro empleò 1000. ducados en comprar 50. cavallos , y quiere saber á como costò cada uno. Divida 1000. por 50. y el quociente 20. será lo que buscava. Otro exemplo : Un Mercader comprò una pieza de paño por 2540. reales, y cada vara le costò à 30. reales, para saber quantas varas tiene la pieza, divida los 2540. por 30. y hallará 84. varas , y dos tercios.

100 Tambien por esta regla del partir convertirémos la especie menor , ò moneda mas baxa en la mayor , ò mas alta , dividiendola por el numero de las veces que la moneda , ò especie mayor contiene à la menor , el qual sabrémos por la segunda parte de los Proemiales.

Se han de reducir 510. maravedis à reales Castellanos : porque cada real tiene 34. maravedis , divido los 510. por 34. y hallo que son 15. reales. Asi mismo , si se han de reducir 1540. dineros á sueldos , y libras de Valencia , porque cada sueldo tiene 12. dineros , divido los 1540. por 12. y hallo 128. sueldos , y 4. dineros ; y porque cada libra tiene 20. sueldos , divido los 128. sueldos por 20. y hallo 6. libras , y 8. sueldos : Con que los 1540. dineros hacen 6. libras 8. sueldos , y 4. dineros.

Otro exemplo : Se han de reducir 624. quartos de palmo á canas, medida de Cataluña : porque cada palmo tiene 4. quartos , divido los 624. quartos por 4. y hallo 156. palmos justos ; y porque cada cana tiene 8. palmos , divido los 156. palmos por 8. y hallaré 19. canas , y 4. palmos.

Otro exemplo : Se han de reducir 1005. minutos de tiempo en horas : porque cada hora tiene 60. minutos, divido los 1005. minutos por 60. y hallaré 16. horas , y 45. minutos. Asi mismo , tengo de convertir 11264. minutos de circulo en grados , y signos : porque cada grado tiene 60. minutos , dividoslos por 60. y hallo 187. grados, y 44. minutos ; y porque cada signo tiene 30. grados , divido los 187. grados por 30. y hallo 6. signos 7. grados , y 44. minutos.



CAPITULO QUINTO.

DEL EXAMEN DE LAS QUATRO  
operaciones de la Logistica de los  
Enteros.

101

**E**Xamen es una prueba con que se averigua si está bien hecha la operacion. No se examina la regla, fino la obra; aquella pide demonstracion, este examen, ó prueba. Por muchos modos se pueden examinar las quatro operaciones de Sumar, Restar, Multiplicar, y Partir; pero no todos son infalibles. Solo explicaré el que comunmente llaman *Prueba real*, dexando los otros por no gastar tiempo en cosa de poco provecho, pues casi todos se contentan con bolver à hacer la operacion.

*Prueba del sumar.*

102 La prueba real del sumar es restar. En el exemplo presente restese la primer partida 364. de la suma 693. y quedarán 329. de donde se restará la segunda partida 180. y quedará el residuo 149. del qual se restará la tercera partida 15. y quedará 134. de donde se restará la ultima partida 134. y quedan zeros, con. que está bien hecha la suma; porque como la suma 693. es igual á todas las partidas juntas, si estas se restan ha de quedar zero, ó nada.

Para abreviar basta quitar la primer partida de la suma, y el residuo 329. ha de ser la suma de las otras partidas; esto es, sumando 180. 15. y 134. han de hacer 329.

*Prueba del restar.*

103 La prueba real del restar es sumar. Sumese la paga con la resta, y ha de salir la deuda, como parece en el exemplo; porque sacando la paga de la deuda, queda la resta: luego sumando la paga con la resta, buelve à hacer la deuda.

2611 Deuda.

305 Paga.

2306 Resta.

2611 Suma.

Prue-

*Prueba del multiplicar.*

104 La prueba real del multiplicar es partir. Divídase el producto por el multiplicador, y ha de salir la cantidad; ò divídase el producto por la cantidad, y ha de salir el multiplicador: como multiplicando 24. por 8. sale el producto 192. pues para examinar la operacion, divídase el producto 192. por 24. y saldrá el quociente 8. ò divídase por 8. y será el quociente 24. porque la division resuelve lo que compuso la multiplicacion: luego partiendo el producto por uno de los numeros multiplicantes, ha de salir el otro.

$$\begin{array}{r} 24 \\ 8 \\ \hline 192 \end{array}$$

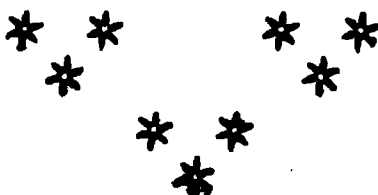
*Prueba del partir.*

105 La prueba real del partir es multiplicar. Multiplíquese el quociente por el partidor, y si en la division sobró algo añádase al producto, y ha de salir el numero dividiendo: como dividiendo 29568. por 869. salen al quociente 34. y sobran 22. pues multiplíquense los 34. por 869. ò al contrario, y al producto 29546. añadanse los 22. que sobraron, y serán 29568. que es el dividendo: porque la multiplicacion compone lo que la division resuelve; luego multiplicando el quociente por el divisor, saldrá la cantidad que se dividió.

$$\begin{array}{r} 29568 \\ 3498 \\ 22 \\ \hline 29568 \end{array} \quad \begin{array}{r} 896 \\ 34 \\ \hline 896 \end{array}$$

Aquí dirá alguno que las pruebas reales son circulos viciosos, como dicen los Filósofos; porque el fumar se prueba por el restar, y el restar por el fumar: como si uno probára que es de dia, porque luce el Sol; y juntamente probára que luce el Sol, porque es de dia, cometer á circulo vicioso, y de ninguno seria admitida esta prueba.

Respondo, que estas no son pruebas demonstrativas, sino señales, ò indicios, con los quales se descubre si ay algun yerro en la operacion; y así no cometen circulo vicioso, pues solo manifiestan que la operacion no está errada, fundandose en que es casi imposible, que dos modos de obrar entre sí opuestos estén cerrados, y convengan en la verdad.





CAPITULO SEXTO.

DEL EXERCICIO DE LA LOGISTICA  
de los enteros.

**P**araque el principiante se exercite en las quatro reglas de Sumar, Restar, Multiplicar, y Partir enteros, me ha parecido conveniente poner aqui algunas questiones, à cuya semejanza podrá inventar otras.

106 Question 1. Què numero se sumará con 12. que la suma sea 32. ? Restense 12. de 32. y quedarán 20. que es el numero buscado; porque si de la suma 32. se resta una partida 12. quedará la otra 20. y sumandolas bolverán à hacer el mismo 32. Si la suma 32. fuera menor, ò igual al numero dado, la question es imposible.

106 Question 2. Con qual numero se sumará el producto de 4. por 6. que la suma sea 84. ? Multipliquese 4. por 6. y el producto 24. restese del 84. y quedarán 60. por el numero buscado : Si no se puede restar, la question es imposible.

107 Question 3. De qué numero se restarán 8. paraque queden 16. ? Sumense 8. con 16. y la suma 24. será el numero que se busca, como està claro.

108 Question 4. De qual numero se podrá restar el quociente de la division de 40. por 8. que la resta sea 15. ? Dividase 40. por 8. y el quociente 5. sumese con 15. y será la suma 20. Digo, que si de 20. se quita el quociente 5. será la resta 15. porque como 5. y 15. se sumaron: luego restando 5. de la suma 20. quedará el 15. quando el quociente tiene quebrado, se resolverá la question por las reglas de quebrados, que luego darèmos, porque hasta agora aun no se puede resolver.

109 Question 5. Por qual numero se multiplicará 7. paraque hagan 140. ? Dividanse los 140. por 7. y hallaremos 20. que es el numero buscado; porque por la multiplicacion de 7. por 20. se constituye el numero 140. Si en la division vienen quebrados, no se podrá resolver la question hasta que tratèmos de quebrados.

110 Question 6. Què numero ha de ser partido por 8. paraque el quociente sea 5. ? Multipliquese el 8. por 5. y hallarèmos 40.

111 Question 7. Por qual numero se partirán 84. paraque el

quociente sea 12. ? Dividanse los 84. por 12. y vendrán 7. que es el número buscado.

112 Question 8. Què numero será tanto mayor que 8. quanto menor que 24. ? Sumense 8. y 24. y la mitad de la suma 32. que es 16. será el numero que se busca ; esto es , el 16. es mayor que el 8. en 8. y es menor que el 24. tambien en 8. porque sumando los dos números dados , la mitad de la suma dista igualmente dellos.

113 Question 9. El 6. de qué numero es un septimo ? Multipliquese por 7. y será el producto 42. el numero buscado : porque el 6. tomando , ó repetido siete veces , hace al 42. luego es su septimo.

114 Question 10. El 10. de qué numero es dos tercios ! Porque los tercios son dos, dividiendo en dos partes al 10. y será 5. la una; aora multiplico el 5. por 3. porque son tercios, y hallaré 15. digo que el 10. es dos tercios de 15. porque aviendo de ser el 10. dos tercios : luego partiendo por dos tendré un tercio, y multiplicandole por 3. tendré tres tercios ; luego el 10. será dos tercios destos tres. Si ay quebrados, se resolverá la question quando trataremos dellos.

115 Question 11. Què numero multiplicado por 4. y el producto partido por 6. hará 12. ? Multipliquese el 12. por 6. y el producto 72. partase por el 4. y será el quociente 18. el numero buscado.

116 Question 12. Pedro mercò 90. arrobas de cierta mercaderia , peso de Castilla, à razon de 5. reales la libra , y despues la vende à 6. reales , preguntase quanto gana. Reduzganse las 90. arrobas à libras (76) multiplicandolas por 25. libras que tiene cada arroba en Castilla , y serán 2250. libras , las quales se han de multiplicar por 5. reales , que es el precio de la compra , y el producto 11250. serán los reales , que costaron las 90. arrobas. Y pues se vendieron à 6. reales la libra , multipliquense las mismas libras 2250. por 6. y vendrà el valor de la venda 13500. Restese el valor de la compra del de la venda , esto es , 11250. de 13500. y se hallará la ganancia 2250. reales.

117 Question 13. Un Mercader quiere emplear 50. doblones en Valencia en tres generos de ropas : la vara del primer genero vale 10. sueldos, la del segundo 8. sueldos, y la del tercero 7. sueldos, y quiere tantas varas de un genero como de otro , quantas varas tomarà de cada uno ? Porque el precio de las varas son sueldos , y los doblones se han de emplear en Valencia, reduzganse los 50. doblones à sueldos, multiplicandolos por 77. sueldos que vale cada doblon en Valencia , y serán 3850. sueldos. Aora juntense los tres precios 10. 8. y 7. y harán 25. sueldos, que es el valor de 3. varas , una de cada genero ; dividanse los 3850. por 25. y será el quociente 154. varas de cada genero, que es lo

lo que buscava; porque si 25. sueldos es el valor de 3. varas, de las quales cada una es de un genero: luego dividiendo los 3850. sueldos por 25. se hallarán las varas de cada genero.

118 Question 14. Pedro prestò à Juan 10. doblones en Valencia, y quiere que se los buélva en quatro generos de moneda, es à saber, en reales de à ocho, en reales de à quatro, en medios doblones, y en diezyochenos, de suerte, que aya tantas piezas de unos, como de otros; quantas piezas avrà de cada uno? Esta question es la misma que la antecedente.

El real de à ocho en Valencia vale 19. sueldos, y 6. dineros; el de à quatro 9. sueldos, y 9. dineros; el medio doblon vale una libra 18. sueldos, y 6. dineros; el diezyocheno vale 1. sueldo, y 6. dineros; pues porque en el valor de las monedas ay dineros, que es la minima especie, reduzganse à dineros. (76) y así, los 10. doblones serán 9240. dineros. El real de à ocho reducido será 234. dineros. El real de à quatro reducido será 117. dineros. El medio doblon 462. dineros. El diezyocheno son 18. dineros. Sumense los 234. 117. 462. y 18. dineros, y será la suma 831. dineros; dividanse los 9240. dineros, que valen 10. doblones, por esta suma, y se hallará que le ha de bolver 11. y  $8\frac{2}{3}$  de cada pieza.

119 Question 15. Pedro mercò 4. piezas de tafetan, que cada una tirava 100. varas, à 8. sueldos la vara, à como le bolverà à vender, paraque gane 40. libras? Multipliquense las 4. piezas por 100. varas, y serán 400. varas, multipliquense por 8. sueldos, y será el valor de todas 3200. sueldos; y porque quiere ganar 40. libras, reduzganse à sueldos, y serán 800. sueldos, y sumense con los 3200. sueldos, y serán 4000. sueldos, que es el valor de las quatro piezas, al precio que se han de vender; dividanse los 4000. sueldos por las 400. varas, y se hallará que ha de vender la vara à 10. sueldos.

120 Question 16. Pedro quiere emplear 8000. reales en tres especies de ganados; halla terneras à 80. reales cada una, carneros à 20. reales cada uno, y cabritos à 10. reales: quiere que aya doblados carneros que terneras, y doblados cabritos que carneros, quantas cabezas comprará de cada suerte?

Si quifiera mercar tanto de una especie como de otra, estava resuelta la question, segun la practica de la question 13. pero porque quiere dobladas cabezas de carneros que de terneras, se doblará el valor de cada carnero, que será 40. reales; y porque quiere doblados cabritos que carneros, se quatrodoblará el precio de cada cabrito, y será tambien 40. reales.; porque como el precio de los carneros se doblò, y los

cabritos han de ser doblados de los carneros, se ha de quatrodoblar, que es doblarle dos veces; sumense estos precios 80. 40. y 40. y la suma 160. será el partidor, por quien se dividirán los 8000. reales: con que vendrán al quociente 50. que es el numero de las terneras; doblándole será 100. el numero de los carneros; y doblándole otra vez serán 200. el numero de los cabritos. La prueba es multiplicar los 50. por 80. reales, los 100. por 20. y los 200. por 10. y todo ha de sumar los 8000. reales.

121 Question 17. San Geronymo, en la vida de San Hilarion afirma, que havia un hombre llamado Marfita, que llevaba à qualquier distancia 15. modios Romanos de trigo: preguntase quantas libras Castellanas de peso llevaba. Para la resolucion desta question es menester suponer lo que dice Plinio en el lib. 18. cap. 7. que un modio de trigo levíssimo no excede 20. libras: y la experiencia del P. Mariana, fol. 85. que un modio de trigo el mas pesado, pesa 21. libra Romana. Pues supongo, que el trigo que llevaba Marfita era de mediano peso, y que cada modio pesava 20. libras Romanas: Multipliquense 20. por 15. y saldrán 300. libras Romanas; quítese el tercio, porque la libra Castellana es el tercio mayor que la Romana, y quedarán 200. libras Castellanas, que son 2. quintales Castellanos.

122 Question 18. El Coloso de Rhodas fue una estatua muy grande de metal, que segun Plinio en el lib. 34. tenia de alto 70. codos; costò de fabricar 300. talentos de plata por espacio de 12. años; cayó por un terremoto el año 223. antes de la venida de Christo; quedó postrada hasta el año 653. que el Rey Mahuvias la vendió, y se cargaron de su metal 900. Camellos, segun lo escribe Casalio. Preguntase quanta alta era, que valia, y que pesava, segun las monedas, pesos, y medidas de Valencia.

Porque cada codo contiene dos palmos de Valencia, multipliquense los 70. codos por 2. y saldrán 140. palmos que tenia el Coloso. Cada talento tiene 60. minas, ò 6000. drachmas, ò reales de plata; pues multipliquense los 300. talentos que costò el Coloso por 6000. drachmas, y valdrá 1800000. drachmas; y porque cada drachma vale 29. dineros, y  $\frac{1}{4}$  de Valencia, multipliquense las 1800000. por 29. y  $\frac{1}{4}$  y se hallarán 52650000. dineros, los quales reducidos á libras, sueldos, y dineros (100) son 219375. libras justas: y tanto valia el Coloso.

En quanto al peso del Coloso es de notar, que segun Plinio, y Diodoro lib. 3. cap. 12. la carga ordinaria de un Camello era de 10. medimnos de trigo, que pesava cada uno 120. libras Romanas, ò Atticas; pues si multiplicamos las cargas de los 900. Camellos por 1200. libras que

que llevaba cada uno , hallarèmos 1080000. libras Romanas , ò Atticas , que con poca diferencia son iguales à las de Valencia ; y así ; pesava cerca de 30000. arrobas.

123 Question 19. Pedro ha comprado 10. varas de vayeta, que tiene 8. palmos de ancho, y la quiere aforrar de olandilla, que tiene 3. palmos de ancho: preguntase quantas varas de olandilla avrá menester. Multipliquense las 10. varas por lo ancho 8. y serán 80. palmos ; partense por 3. que es lo ancho del aforro , y vendrán 26. varas, y  $\frac{2}{3}$  de la olandilla.

124 Question 20. En el Templo de Salomon avia un vaso muy grande de agua , el qual por su capacidad , y materia se llamava *Mare aneum* , Mar de bronce ; cabian en el 2000. Bathos de agua , como consta del 3. de los Reyes cap. 7. v. 26. los quales eran legales de 72. sextarios Romanos , ò 3000. Metretas , como consta del 2. del Paralipomenon cap. 4. v. 5. que eran iguales à la Anfora Romana de 48. sextarios , Alapide , Alcazar , y Tirino : Preguntase quantas onzas de agua cabian.

Porque cada sextario contenia 20. onzas de agua , como queda dicho en la 2. parte de los Proemiales , multipliquense los 2000. Bathos por 72. sextarios : ò las 3000. Metretas por 48. sextarios ; y de entrambas multiplicaciones saldrán 144000. sextarios , los quales se multiplicarán por 20. onzas , y serán 2880000. las onzas de agua que cabian en el *Mare aneum* , que son cerca de 8000. cantaros de agua , de la medida de Valencia.

Bastan estas questions para exercicio , à cuya semejanza podrá el estudianto hallar otras : agora passemos à los quebrados.

## PARTE II.

### DE LA LOGISTICA DE LOS Quebrados.

125 **N**UMERO *Quebrado*, como queda advertido en los Proemiales, es parte, ò partes de la unidad, en quanto supone, ò representa algun todo dividido en partes iguales; como si un real està dividido en quatro partes iguales, y dellas se toman tres, será quebrado.

Siendo, pues, el quebrado parte, ò partes de un todo dividido, necesariamente ha de decir algun orden, ò respeto à las partes en que està dividido el dicho todo, porque las partes que se toman, alguna denominacion han de tener; pues no basta decir tres partes, fino que se ha de declarar quales sean; esto es, si son partes de quartos, quintos, sextos, &c.

Y paraque esto se entienda mejor, usarè de exemplos en numeros contrahidos. Supongo que un real que en Valencia llamamos Castellano, y tiene 24. dineros, se divide en quatro partes, de las quales se toman tres; cada parte de las 4. son 6. dineros; y así, las tres partes serán 18. dineros. Supongo otra vez, que el mismo real se divide en 6. partes, y se toman tres, aora cada parte de las 6. son 4. dineros; y así las tres serán 12. dineros.

En entrambos casos se han tomado tres partes del real; pero como en el primero las tres partes eran de quartos, y en el segundo de sextos, por ello en ambos casos, aunque sea el mismo numero de partes el que se toma, pero no es el mismo valor, pues en el primer caso las tres partes valen 18. dineros, y en el segundo valen 12. Con que es preciso, que las partes que se toman (que es el quebrado) tengan algun orden à las partes en que està dividido el todo, ò la unidad.

126 Con esto queda manifesto, que es forzoso que el quebrado se declare, y escriba con dos numeros. El uno enseña las partes que se toman del todo dividido, y se dice *Numerador*, porque numera las partes tomadas, el qual se escribe encima de una línea. El otro manifiesta

fiesta en quantas partes se divide el mismo todo , y se llama *Denominador* , ò *Nombrador* , porque dá nombre , y explica quales sean las partes del todo , y se escribe debaxo de el numerador.

Sea un qualquier todo , como un real dividido en ocho partes iguales , de las quales si tomamos una , será el quebrado un ochavo ( de ordinario para expressar el denominador se añade desta particula *Avo* , ò *Avos* ) el qual se escribirá assi  $\frac{1}{8}$ . Si tomamos dos partes , será el quebrado *Dos ochavos* , y se señalará deste modo  $\frac{2}{8}$ . Si separámos tres partes , será *Tres ochavos* , y assi  $\frac{3}{8}$  ; y assi de los demás.

En estos quebrados , ò en qualquier otros , el numerador es el numero que está encima de la linea , y el denominador el que está debaxo ; con que el numerador de  $\frac{5}{7}$  es 5. y el denominador 7.

127 A qui es menester advertir, que aunque es verdad, que escrivimos , y nombramos qualquier quebrado con dos numeros: pero el quebrado solo consiste en el numerador , no tomado absolutamente sin respeto à otro , sino con orden al denominador ; porque el quebrado son las partes que se toman del todo : luego solo consiste en el numerador que las numèra , diciendo relacion al denominador , para expressar quales sean las partes tomadas , por lo qual se diferencia del entero.

Y assi , esta diferencia ay del numero entero al quebrado ; que las unidades del entero son absolutas , sin expressar respeto , ni orden à componer , ò ser partes de algún todo , alomenos en lo explicito ; porque implicitamente tambien son respectivas , como luego diremos. En el quebrado las unidades no son absolutas , sino que expressemente dicen orden al todo de quien son partes ; y assi , quando de un entero partido en 6. partes , tomamos cinco, no decimos absolutamente cinco, sino *cinco sextos*.

Con que el entero no se diferencia del quebrado en otra cosa mas, que las unidades del entero son expressemente absolutas , y las del quebrado respectivas ; pero en la realidad en nada difieren , porque las unidades del entero tambien dicen orden à la unidad. Supongo para explicarme, que 35. varas de paño se han de repartir entre 8. hecha la division vienen al quociente 4. varas , y tres quartos de vara ( los quebrados de ordinario salen de la particion ) entonces el quarto significa 4. unidades de vara , y el quebrado denota tres unidades de quarto de vara : con que tanto el entero 4. como el quebrado *tres quartos de vara* , dicen orden à la unidad ; pero en los enteros no se expresa el orden , y en los quebrados si.

128 De aqui se infiere , que podemos expressar qualquier numero



mero entero como quebrado, poniendole encima de una línea, y una unidad debaxo, lo qual se estila en la multiplicacion, y division de los quebrados, como veremos en su lugar; y assi este numero 10. le podemos expressar deste modo  $10^1$ , porque qualquier numero entero dice orden implicito à la unidad, pues consta de muchas unidades.

129 Paraque el principiante no halle dificultad en algunos quebrados que encontrará en el discurso deste tratado, es menester que advierta, que aunque el quebrado tomado con todo rigor sea menor que la unidad, y por configuiente su numerador aya de ser menor que su denominador, el qual supone por la unidad; esso no obstante acostumbran los Arithmeticos para facilitar la operacion, poner algunos quebrados mayores, ò iguales à la unidad, esto es, cuyos numeradores sean mayores, ò iguales à los denominadores; como  $\frac{3}{2}$   $\frac{5}{2}$   $\frac{6}{6}$   $\frac{8}{3}$  &c.

Y para conocer qual quebrado sea mayor, igual, ò menor que la unidad, se guardará esta regla: Siempre que el numerador fuere menor que el denominador, el quebrado será menor que la unidad: Siempre que el numerador, y denominador fueren iguales, será el quebrado igual à la unidad, ò à un entero: Pero quando el numerador fuere mayor que el denominador, entonces el quebrado tambien será mayor que la unidad, como luego diremos; y por configuiente contendrá alomenos un entero.

130 Con las noticias, que hasta aquí hemos dado de los quebrados, no será dificultoso el nombrarlos, y escribirlos: porque primero se nombra el numerador, y despues el denominador, añadiendole casi siempre la particula *avo*, ò *avos*, como queda advertido; y assi este quebrado  $\frac{8}{2}$  será ocho dozavos; este otro  $\frac{124}{36}$  será ciento y veinte y quatro, trescientos cinquenta y seisavos. Para escribirlos se pondrá el primer nombre en guarismo encima de una línea, y el segundo debaxo; como dos tercios se escribirá assi  $\frac{2}{3}$ .

131 El quebrado se divide en sencillo, y compuesto. Quebrado sencillo, ò simple, es aquel que es parte, ò partes de un entero, ò de la unidad, como dos tercios de un real. Quebrado compuesto es aquel que es parte, ò partes de un quebrado simple, tomado como à todo; como si  $\frac{2}{3}$  se suponen divididos en quatro partes, y se toman tres, serán  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$ , tres quartos de dos tercios.

132 El quebrado compuesto se subdivide en quebrado de quebrado, y en quebrado de parte de quebrado. El quebrado de quebrado es parte, ò partes de otro quebrado. El quebrado de parte de quebrado es parte, ò partes de una unidad de quebrado. Con un exemplo contracto lo explicarè mejor. Si  $\frac{2}{3}$  de dia (que son 16. horas, porque cada

de tercio son 8. horas ) se supone dividiendo en 4. partes, de las quales se toman 3. serán  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  de dia, que son 12. horas, porque cada quarto de 16. es 4. y tomando tres, serán las 12. horas: si los  $\frac{3}{4}$  se suponen divididos en 16. partes, y se toma 4. será  $\frac{4}{16}$  de  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  de dia, que son 8. horas, porque los  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  de dia son 12. Cada sexto son 2. horas; pues si se toman 4. sextos, serán 8. horas, y entonces será quebrado de quebrado de quebrado, y así infinitamente.

En el mismo quebrado  $\frac{2}{3}$  de dia, explicaré el quebrado de parte de quebrado; supongo que una parte, ó unidad de  $\frac{2}{3}$ , que es  $\frac{1}{2}$ , está dividida en dos partes, y se toma una, será  $\frac{1}{2}$  de una unidad de  $\frac{2}{3}$ ; y como el tercio del dia sean 8. horas, será la mitad 4. horas; con que  $\frac{1}{2}$  de una unidad de  $\frac{2}{3}$  de dia son 4. horas. Tambien una unidad desta  $\frac{1}{2}$  se puede dividir en otras partes, para hacer quebrado de quebrado. Con que el quebrado de quebrado es parte, ó partes de un quebrado siemple: y el quebrado de parte de quebrado es parte, ó partes de una unidad de quebrado siemple.

*Observacion.*

133 Quando dos, ó mas quebrados se comparan entre sí, ó se habla dellos, siempre se ha de entender, que son parte, ó partes de un mismo entero, mientras no se advierta otra cosa en contrario. Y así, tratando destes dos quebrados  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{6}$ , se entiende que son partes de un mismo todo, ó sea libra, sueldo, vara, ó qualquier otro todo de quien se hace mencion; y así, no se ha de entender que el un quebrado es de libra, y el otro de vara, ó de qualquier otro todo, sino entrambos de un mismo todo.


## CAPITULO PRIMERO.

### DE LA THEORICA DE LOS

#### *Quebrados.*

**E**ste Capitulo comprehende todos los fundamentos de la Logistica de los quebrados. Es de mucha importancia; quien le entendiére bien, no hallará dificultad en toda la Logistica de los quebrados; pero quien solo gustáre de la práctica, sin atender á la demonstracion, podrá omitirle.

## THEOREMA I.

**QUALQUIER QUEBRADO TIENE LA MISMA RAZON**   
*su todo , ò à la unidad , que el numerador al denominador.*

*Exposicion.*

134 **S**ea qualquier quebrado  $\frac{2}{3}$  dos tercios de un dia, que son 16. horas. Digo que la misma razon ay de  $\frac{2}{3}$  de dia á 1. dia, que del numerador 2. al denominador 3. esto es, que si el numerador 2. se contiene una vez y media en el denominador 3. tambien los  $\frac{2}{3}$ , que son 16. horas, se contienen en un dia, que son 24. horas, una vez y media.

*Demonstracion.*

El quebrado es el mismo numerador ; y la unidad , ò todo dividido es el mismo denominador. (127) Luego el mismo respeto, ò razon dice el quebrado á la unidad, que el numerador al denominador : como si un padre se llama Pedro , y su hijo se dice Juan , el mismo respeto ò relacion de paternidad dice el padre al hijo ; que Pedro à Juan.

*Conseñarios.*

135 Quanto mayor fuere el numerador, respeto del mismo, ò igual denominador , tanto mayor será el quebrado , y al contrario ; y así,  $\frac{3}{4}$  es mas que  $\frac{2}{4}$  , porque el 3. al 4. dice mayor razon , que el 2. al mismo 4. (32)

Con què si un numerador fuere doblado de otro será tambien doblado el quebrado del otro , con tal que tengan un mismo denominador ; y así ,  $\frac{4}{7}$  es doblado de  $\frac{2}{7}$  y lo mismo es de qualquiera otra razon.

136 Quando el numerador es menor que el denominador , el quebrado es menor que la unidad ; porque como el denominador supone por la unidad , y la misma razon ay del numerador al denominador que del quebrado à la unidad : y si el numerador es menor que el denominador , tambien el quebrado será menor que la unidad.

Quando el numerador es igual al denominador , el quebrado es igual á la unidad , ò contiene un entero justamente ; porque entonces el numerador contiene una vez sola al denominador : luego el quebrado tambien contiene una vez sola al entero , ò unidad.

Quando el numerador es mayor que el denominador , tambien el quebrado es mayor que la unidad , y contiene à lo menos un entero ; porque como el quebrado tiene la misma razon al entero, ò unidad, que el numerador al denominador , si el numerador es mayor que el denominador , tambien el quebrado será mayor que la unidad.

T H E O R E M A II.

**LOS QUEBRADOS, CUYOS NUMERADORES TIENEN UNA misma razon á sus denominadores, son iguales.**

*Exposicion.*

137 **S**Ean dos, ò mas quebrados  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{6}$  de un mismo entero, cuyos numeradores 2. y 4. tengan una misma razon á sus denominadores 3. y 6. esto es, que así como el 2. se contiene en su denominador 3 una vez y media, tambien el 4. es contenido en su denominador 6. una vez y media. Digo que los quebrados dichos son iguales

*Demonstracion.*

Porque por el Theotema antecedente la misma razon tiene el quebrado  $\frac{2}{3}$  á su entero, que 2. á 3. Y la misma razon tiene el quebrado  $\frac{4}{6}$ , al mismo entero ( entrambos son quebrados de un mismo entero, como está advertido arriba ) que 4. á 6. Luego fiendo la razon de 2. á 3. la misma que la de 4. á 6. por la suposicion, será tambien la razon del quebrado  $\frac{2}{3}$  á su todo la misma que de  $\frac{4}{6}$  al mismo todo; con que los dichos quebrados tienen una misma razon al todo; luego son iguales; porque quando dos cantidades tienen una misma razon á una tercera, son iguales entre si, como consta de la prop. 9. del lib 5. de Euc.

*Conseñario.*

138 De aqui se infiere, que la magnitud de los quebrados no se ha de tomar de la magnitud de los numeros con que se expresan, sino de la razon que los numeradores tienen á sus denominadores; de fuerte, que un quebrado no será mayor que otro porque tenga mayores numeros, sino porque el numerador diga mayor razon al denominador; y así,  $\frac{2}{7}$  será menor que  $\frac{1}{2}$ ; porque menor razon tiene el 2. al 7. que el 1. al 2. ( 32 ) Tambien  $\frac{1}{20}$ , aunque se expresse con numeros mayores que  $\frac{1}{20}$ , es igual al dicho  $\frac{1}{2}$ , porque así como 10. es mitad de 20. tambien 1. es mitad de 2.

T H E O R E M A III.

**AQUEL QUEBRADO ES MAYOR CUYO NUMERADOR tiene mayor razon á su denominador.**

*Exposicion.*

139 **S**Ean dos, ò mas quebrados  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{1}{2}$ , y la razon del numerador 5. al denominador 6. sea mayor que la de 1. á 2. Digo, que el quebrado  $\frac{5}{6}$  mayor que  $\frac{1}{2}$ . De-

*Demonstracion*

Siendo la razon de 5. à 6. mayor que la de 1. à 2. será la razon del quebrado  $\frac{5}{6}$  à su todo mayor (134) que la del quebrado  $\frac{1}{2}$  al mismo todo. (son quebrados de un mismo todo) Luego  $\frac{5}{6}$  es mayor que  $\frac{1}{2}$ ; porque de dos cantidades, la que tiene mayor razon à una tercera, que aqui es el todo, ó unidad, es mayor, como consta por la prop. 10. del lib. 5. de Euclides.

## THEOREMA IV.

**LOS QUEBRADOS QUE TIENEN IGUAL, O UN MISMO denominador, tienen entre si la razon de los numeradores.**

*Exposicion.*

140 Sean dos, ó mas quebrados  $\frac{3}{6}$   $\frac{1}{6}$  de un mismo todo, los quales tengan un mismo, ó igual denominador 6. Digo, que la misma razon tienen el quebrado  $\frac{3}{6}$  á  $\frac{1}{6}$  que el numerador 3. à 1. Esto es, que si el 3. es triplo del 1. tambien el quebrado  $\frac{3}{6}$  es triplo de  $\frac{1}{6}$ .

*Demonstracion.*

El quebrado consiste en el numerador con respeto al denominador. (127) Luego siendo el denominador igual, tendrán los quebrados la misma razon de los numeradores.

A mas desto, siendo los denominadores iguales, toda la igualdad, ó desigualdad de los quebrados depende de los numeradores; luego los quebrados tienen la misma razon de los numeradores.

*Conseñarios.*

141 De aqui se buelve á inferir, que quanto mayor será el numerador, respeto de un mismo denominador, tanto mayor será el quebrado; y así,  $\frac{3}{6}$  es mayor que  $\frac{2}{6}$ . Tambien  $\frac{3}{6}$  será menor que  $\frac{4}{6}$ ; porque teniendo entrambos quebrados un mismo denominador, tienen la razon de los numeradores.

142 Si el numerador de un quebrado se multiplica por un qualquier numero, crece el quebrado tantas veces, como unidades ay en el tal numero; como si el numerador 3. deste quebrado  $\frac{3}{6}$ , se multiplica por 4. será el nuevo quebrado  $\frac{12}{6}$ , quatro veces mayor que  $\frac{3}{6}$ ; porque como  $\frac{12}{6}$ , y  $\frac{3}{6}$  tienen igual denominador, tienen la razon de los numeradores, la qual es quadrupla, porque en el 12. entra quatro veces el 3. que son tantas veces como unidades tiene el 4. por quien se ha multiplicado.

143 Pero si el numerador de un quebrado se parte por un qualquier numero, se disminuye el quebrado tantas veces, como unidades tiene el par-

partidor ; y así , partiendo el numerador 24. deste quebrado  $\frac{24}{30}$  por 6. saldrá  $\frac{4}{5}$  que será seis veces menor , que el primero ; porque  $\frac{24}{30}$  , y  $\frac{4}{5}$  tienen igual denominador , con que tienen la razon de los numeradores , de los quales el 4. es seis veces menor que el 24.

## THEOREMA V.

**LOS QUEBRADOS TIENEN ENTRE SI LA MISMA RAZON**  
que los productos de la multiplicacion en cruz de los numeradores por los denominadores.

### Exposición.

144 Sean dos quebrados  $\frac{3}{6}$  , y  $\frac{2}{8}$  , multiplicando el numerador 3. por el denominador 8. sale el producto 24. multiplicando el numerador 2. por el denominador 6. sale el producto 12. de modo que las multiplicaciones se han de hacer en cruz como se vè figurado. Digo , pues , que la misma razon tiene el quebrado  $\frac{3}{6}$  à  $\frac{2}{8}$  , que 24. à 12. que son los productos de cada numerador , por los denominadores opuestos , y porque 24. es doblado de doce , tambien tres sextos será doblado de dos octavos.

$$\begin{array}{r} 24 \quad 12 \\ \frac{3}{6} \times \frac{2}{8} \\ 48 \end{array}$$

Antes de la demonstracion es menester suponer dos cosas. La primera , que los denominadores 6. y 8. se multipliquen entre sí , y harán 48. La segunda , que si un numero multiplica à otros dos , los productos tienen la misma razon entre sí , que los numeros multiplicados ; como lo demuestra Euclides en la proposicion 17. del libro 7. y lo vemos insinuado en las observaciones del multiplicar.

### Demonstracion.

El 6. multiplicando al 2. y al 8. produce 12. y 48. y así tendrá el 12. al 48. la misma razon que el 2. al 8. luego los quebrados  $\frac{2}{8}$  , y  $\frac{12}{48}$  serán iguales. (137) Así mismo el 8. multiplicando al 3. y al 6. produce 24. y 48. que tendrán la misma razon que 3. y 6. con que los quebrados  $\frac{3}{6}$  , y  $\frac{24}{48}$  serán iguales ; (137) pues porque los quebrados  $\frac{24}{48}$  , y  $\frac{12}{48}$  , tienen un mismo , o igual denominador , tienen entre sí la razon de los denominadores 24 à 12. (140) luego sus iguales  $\frac{3}{6}$  , y  $\frac{2}{8}$  tienen entre sí la razon de 24. à 12.

### Consejo.

145 De aqui consta claramente , que multiplicando en cruz , como está dicho , si salieren los productos iguales , serán los quebrados iguales ; pero si los productos fueren desiguales , tambien serán los quebrados desiguales ; y aquel quebrado será mayor , cuyo numerador multi-

plicando al denominador opuesto produxere mayor número.

Con que con facilidad se puede conocer si dos quebrados son iguales, ó desiguales: sean, pues, dos quintos, y tres septimos: para conocer si son iguales, ó qual de los dos es mayor, multiplico en cruz: y porque 15. es mayor que 14. dire, que tres septimos es mayor que dos quintos. Así mismo multiplicando en cruz en estos otros quebrados  $\frac{1}{2}$   $\frac{10}{20}$  salen los productos iguales, por lo qual diré que los quebrados son iguales.

## THEOREMA VI.

**LOS QUEBRADOS QUE TIENEN IGUALES NUMERADORES, tienen entre sí la razon reciproca de los denominadores.**

### Exposicion.

146 Sean los quebrados dos tercios, y dos sextos, cuyos numeradores sean iguales. Digo que el quebrado dos tercios al quebrado dos sextos, tendrá la misma razon que el denominador 6. al denominador 3. que es razon reciproca; y así dos tercios será doblado de dos sextos, porque el 6. es doblado del 3.

### Demonstracion.

Siendo los numeradores iguales, toda la desigualdad de los quebrados proviene de los denominadores; pues multiplicando en cruz, tendrán los quebrados la misma razon de los productos, (144) los cuales tienen la misma razon, que los denominadores, porque los numeradores son iguales, que es lo mismo que si fuera un solo número, el qual multiplicando à otros dos, produce números proporcionales, (71) con que los productos 12. y 6. tienen la misma razon que los denominadores; y por averse multiplicado en cruz, se han invertido; de fuerte, que la misma razon ay de 12. à 6. que del numerador 6. à 3. Los quebrados, pues, dos tercios, y dos sextos, tienen la misma razon que 12. à 6. y esta es la misma que 6. à 3. luego los dichos quebrados tienen la razon reciproca de los denominadores.

### Consejario.

147 De aquí consta, que si el denominador de un quebrado se multiplica por un qualquier número, se disminuye el quebrado tantas veces, quantas unidades ay en el multiplicador; como multiplicando el denominador deste quebrado  $\frac{3}{4}$  por 4. sale el quebrado  $\frac{3}{20}$  quatro veces



es menor ; porque los quebrados  $\frac{3}{20}$   $\frac{3}{4}$  , tienen la razon reciproca de 5. à 20. pues como el 5. se ha multiplicado por 4. será el 20. quatro veces mayor que el 5. y el 5. será quatro veces menor : y así el un quebrado quatro doblado del otro.

148 Pero si el denominador de un quebrado se parte por qualquier numero , quedando el mismo numerador como antes , crece el quebrado tantas veces, quantas unidades ay en el partidor : y así partiendo el denominador deste quebrado  $\frac{6}{40}$  por 5. saldrá el quebrado  $\frac{6}{8}$  cinco veces mayor : porque los quebrados  $\frac{6}{8}$   $\frac{6}{40}$  , tienen la razon de 40. à 8. que es cinco veces mayor.

## CAPITULO SEGUNDO.

### DE LA REDUCCION DE LOS QUEBRADOS.

**R**educion de los quebrados es una mutacion de unos en otros, guardando el mismo valor. Contiene este Capitulo algunos Problemas necesarios para la Logistica de los quebrados , y otros solamente utiles , y convenientes. Tambien se comprenden aquí las reducciones de enteros à quebrados , y destes à aquellos.

#### PROBLEMA I.

#### REDUCIR UN QUEBRADO A LOS MINIMOS TERMINOS.

**E**ste Problema solo es conveniente , pero no necesario. Enseña à reducir un quebrado de numeros grande à otro del mismo valor , que esté expressado con los menores terminos que se puedan hallar , quedando en el mismo valor.

Ya queda advertido , (138) que el valor , ò magnitud de un quebrado , no depende de la magnitud de los numeros con que se significa, sino de la razon que tiene el numerador al denominador ; porque un mismo quebrado se puede expressar con diferentes numeros , como parece en estos  $\frac{102}{204}$   $\frac{100}{200}$  , &c. los quales todos valen una mitad.

Esto supuesto , lo que se busca en este Problema , es reducir un quebrado de numeros grandes , como el  $\frac{100}{200}$  , à un quebrado que tenga los minimos terminos , ò numeros de todos aquellos , con que se puede sig-

nificar el mismo valor del dicho quebrado, que será  $\frac{1}{2}$  porque no hay otros numeros menores, que puedan significar una mitad.

Esta reduccion, como queda dicho, no es necessaria, porque todas las operaciones de los quebrados se pueden hacer sin ella; pero es de grande conveniencia, porque mas facilmente se conoce el valor del quebrado, y mejor se obra con numeros pequenos, que con grandes. Para la reduccion es menester saber lo siguiente.

*Propuestos dos, ó mas numeros, conocer si son entre sí primos, ó compuestos, y hallar la maxima medida comun.*

149 Quales sean los numeros entre sí primos, ó compuestos, ya queda explicado en los Proëmiales, (35. y 37.) agora lo que buscamos es conocerlos. Partase el mayor por el menor, y si sobra algo dividase el amor por el residuo: si desta particion sobra algo, partase el primer residuo por el segundo; y desta suerte se ha de continuar hasta que sobre zero, ó unidad: si sobra zero son los tales numeros entre sí compuestos, y el ultimo partidior será la maxima medida comun; pero si sobra 1. serán entre sí primos.

Sean estos dos numeros 3241. y 159. los que se han de examinar. Divido el mayor por el menor, y quedan 61. (no se hace caso del quociente, sino del residuo) Divido el menor 159. por el residuo 61. y sobran 37. Divido el primer residuo 61. por el segundo 37. y sobran 24. Divido el segundo residuo 37. por el tercero 24. y sobran 13. Divido el 24. por 13. y sobran 11. Divido el 13. por 11. y sobran 2. Divido el 11. por 2. y sobra 1. con que son numeros entre sí primos.

Otro exemplo: Tengo de examinar estos numeros 824. y 278. Divido el mayor por el menor, y sobran 268. Divido el menor 278. por el residuo 268. y sobran 10. Divido el 268. por 10. y sobran 8. Divido el 10. por 8. y sobran 2. Divido el 8. por 2. y sobra 0. con que son numeros entre sí compuestos, y el ultimo partidior 2. será la mayor medida comun.

Si los numeros propuestos fueren mas que dos, primeramente se han de examinar dos de ellos, los quales si fueren entre sí primos, tambien todos los numeros propuestos serán entre sí primos; pero si fueren compuestos, tomese la maxima medida comun, y comparandola con el otro de los numeros propuestos, vease si hacen numeros entre sí primos, ó compuestos; si primos, todos serán primos, si compuestos faquese la maxima medida comun, la qual será maxima medida comun de todos los tres numeros propuestos. Si huviere mas numeros, se

conferirá esta medida comun del mismo modo con el quarto numero, y así de los demás.

Sean estos tres numeros 84. 32. 16. los que se han de examinar. Primeramente miro si los dos 84. y 32. son entre si primos, ò compuestos, y hallo que son compuestos, cuya maxima medida comun es 2. Examino si esta medida comun 2. y el otro numero 16. son entre si primos, ò compuestos, y hallo que son compuestos, cuya maxima medida comun tambien es 2. pues, digo, que el 2. es maxima medida comun de los tres numeros propuestos.

Otro exemplo: Sean propuestos quatro numeros 12. 18. 24. 30. Examino los dos 12. y 18. y hallo que son compuestos, y que su medida comun es 6. Examino otra vez el 6. y el 24. y hallo que son compuestos, y que su maxima medida comun es otra vez 6. Examino este 6. y el 30. y hallo que son compuestos, y que su medida comun es tambien el 6. pues, digo, que el 6. es maxima medida comun de todos los quatro numeros propuestos. Estos modos de obrar enseña Euclides en las proposiciones 2. y 3. del lib. 7.

*Resuélvese el Problema.*

150 Examinense el numerador, y denominador del quebrado si son entre si primos, ò compuestos: si son primos ya está el quebrado reducido à los minimos terminos; de fuerte, que aunque esté expresado con grandes numeros, como  $\frac{2\frac{2}{3}6}{7}$ , no se puede reducir quedando el mismo valor, por ser los minimos terminos en aquella razon que dice el numerador al denominador, en la qual consiste el valor del quebrado.

Pero si el numerador, y denominador son entre si compuestos, busquese la mayor medida comun, por la qual se partirán los mismos numerador, y denominador, y los quocientes serán los terminos del quebrado reducido.

Como para reducir  $\frac{84}{100}$  à minimos terminos, buscará primero la maxima medida comun, (149) que es 4. por la qual partiré el 84. y el 100. y estará el quebrado reducido à  $\frac{21}{25}$ . Así mismo este otro quebrado  $\frac{128}{160}$ , se reducirá à los minimos terminos, partiendo el numerador, y denominador por 16. que es la maxima medida comun entre el numerador, y denominador, y vendrá el quebrado reducido  $\frac{8}{10}$ .

*Demonstracion.*

Dividiendo dos numeros por un partidor, salen los quocientes proporcionales, ò en una misma proporcion, que todo es uno, con los nume-

ros dividendos , (94) luego en el exemplo primero , los quocientes 22. y 25. son proporcionales con los dividendos 84. y 100. y así , los quebrados  $\frac{84}{100}$  , y  $\frac{22}{25}$  son iguales, porque tienen los numeradores la misma razon á los denominadores. (137) A mas desto , dividiendo por la maxima medida comun , salen los quocientes minimos , porque quanto mayor es el divisor , es menor el quociente ; y consta tambien por el corolario de la *prop. 35. del lib. 7. de Eucl.* luego el quebrado  $\frac{22}{25}$  , es igual á  $\frac{84}{100}$  , y está reducido á los minimos terminos.

*Escolio.*

151 Esta reduccion , como dixe , no es necessaria , sino conveniente ; y así por no gastar tiempo , y fatigar la cabeza en esta operacion la qual suele ser muy cansada , se podrá reducir el quebrado las mas veces á menores terminos , aunque no siempre á los minimos , deste modo.

Saque se la mitad , tercio , quarto , quinto , sexto , &c. ó aquella parte que se pudiere del numerador , y denominador del quebrado ; esto es , partanse por 2. 3. 4. 5. 6. &c. hagase lo mismo del quebrado que saliere ; y así , prosiguiendo hasta que no se pueda partir mas ; entonces estará reducido el quebrado á menores terminos , y muchas veces á los minimos ; porque partiendo los terminos del quebrado por un numero , no se muda la proporcion , y por consiguiente , ni el valor del quebrado.

Como para reducir este quebrado  $\frac{48}{64}$  , divido los terminos por 2. que es sacar mitad , y será  $\frac{24}{32}$  , dividiendole otra vez por 2. saldrá  $\frac{12}{16}$  , dividiendole otra vez por 2. sale  $\frac{6}{8}$  , ahora por abreviar sacando el sexto , ó partiendole por 6. saldrá  $\frac{1}{2}$  , que es lo mas que se puede reducir.

Si en el numerador , y denominador huviere al principio alguno , ó algunos zeros , quiten se tantos de uno , como de otro , y quedará mas reducido , como en este  $\frac{240}{600}$  , quito un zero de cada parte , y restará  $\frac{24}{60}$  , que es lo mismo que partir por 10. Así mismo , quitando dos zeros deste quebrado  $\frac{600}{6000}$  , que es lo mismo que partir por 100. quedará mas reducido á  $\frac{6}{60}$  ; porque partiendo por un mismo numero , quedan los quebrados iguales , como se dixo antes.

152 A esta regla de reducir quebrados á minimos , ó menores terminos , suelen llamar los Arithmeticos , *abreviar quebrados* ; su opuesta es , la regla de aumentarlos ; la qual , aunque es de poco , ó de ningún provecho , pero para cumplimiento deste escolio no omitiré el enseñarla.

Multipliquense el numerador , y denominador del quebrado que se ha de aumentar por un qualquier numero , ó por aquel que importare ; y saldrá el quebrado aumentado á mayores terminos ; como para aumentar  $\frac{2}{3}$  multiplico por 4. y tendré  $\frac{8}{12}$  ; si multiplico por 5. tendré  $\frac{10}{15}$  ; porque quando un numero multiplica á otros dos , salen los productos ;

pro-

proporcionales; (71) luego los quebrados  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{8}{12}$ ,  $\frac{10}{15}$  son iguales, porque los numeradores tienen la misma razon á sus denominadores.

*Examen.*

153 Para examinar la reduccion, ó aumento de los quebrados, se hará así: Multipliquense los terminos del quebrado reducido por la maxima medida comun, y saldrá el quebrado que se reduxo, como si  $\frac{84}{100}$  está reducido á  $\frac{21}{25}$ , multiplico el 21. y el 25. por 4. que es la medida comun, y se bolverá á restituir el  $\frac{84}{100}$  como es manifesto.

Si los terminos aumentados del quebrado se dividen por el numero que se multiplicaron, bolverá á salir el quebrado primero, como si  $\frac{2}{3}$  se aumentó á mayores terminos  $\frac{20}{30}$ , multiplicando por 10. Dividase ahora por 10. y bolverá á salir como antes.

P R O B L E M A II.

**R E D U C I R L O S Q U E B R A D O S A U N C O M U N**  
denominador.

154 **R**educir los quebrados á una denominacion, ó comun denominador, es buscar otros iguales, ó del mismo valor, que tengan un mismo, comun, ó igual denominador.

Si los quebrados son dos, como  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{5}$ , se reducirán multiplicando entre sí los denominadores 3. y 5. y será el producto 15. el comun denominador. Para hallar los numeradores competentes al comun denominador, multipliquense los numeradores en cruz por los denominadores, como en el exemplo propuesto, multiplicando 2. por 5. sale el numerador 10. y multiplicando el 4. por 3. sale el otro numerador 12. con que los  $\frac{2}{3}$ , y  $\frac{4}{5}$  estarán reducidos á un comun denominador  $\frac{10}{15}$  y  $\frac{12}{15}$ .

$$\begin{array}{r} 10 \quad 12 \\ \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \\ 15 \end{array}$$

Otro exemplo. Se han de reducir los quebrados  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{5}{6}$  á un comun denominador. Multiplico los denominadores 2. y 6. y saldrá el comun denominador. Multiplico ahora en cruz, y saldrán los nuevos numeradores 6. y 10. con que estarán reducidos á  $\frac{6}{12}$  y  $\frac{10}{12}$ . La demonstracion desta primera parte del Problema, es la misma que la del Theorema 5.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 10 \\ \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \\ 12 \end{array}$$

Si los quebrados, que se han de reducir fueren mas que dos, se multiplicará el denominador del primero, por el denominador del segundo;

gundo ; y el producto , por el denominador del tercero , y este producto , por el denominador del quarto , &c. El ultimo producto , será el denominador comun. Para hallar los numeradores competentes à este denominador comun , multipliquese el numerador de cada quebrado por los denominadores de los otros quebrados , no por el propio , y el producto será el numerador competente al comun denominador.

Como si se han de reducir los quebrados  $\frac{2}{3}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{6}{7}$ . Multiplicando 3. por 5. y el producto 15. por 7. será el comun denominador 105. Para los nuevos numeradores , multiplico, el numerador 2. por los denominadores 5. y 7. diciendo 2. veces 5. son 10.

otra vez 10. veces 7. son 70. que es el un numerador. Multiplico el numerador 4. por 3. y 7. y será 84. el otro numerador. Multiplico el numerador 6. por 3. y 5. y será el otro numerador 90. con que los quebrados reducidos à un comun denominador , serán  $\frac{70}{105}$   $\frac{84}{105}$   $\frac{90}{105}$ .

70      84      90

$\frac{2}{3}$        $\frac{4}{5}$        $\frac{6}{7}$

105

Otro exemplo : Se han de reducir estos quebrados  $\frac{1}{2}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{5}{6}$   $\frac{7}{8}$  à un comun denominador. Multiplicando los denominadores entre si , saldrà el denominador comun 384. Multiplicando cada numerador por todos los denominadores , menos que por el propio , saldrán los numeradores nuevos 192. 288.

192      288      320      336

$\frac{1}{2}$        $\frac{3}{4}$        $\frac{5}{6}$        $\frac{7}{8}$

320. 336. con que estarán reducidos à

384

$\frac{192}{384}$   $\frac{288}{384}$   $\frac{320}{384}$   $\frac{336}{384}$ .

#### Demonstracion.

Si se atiende con cuydado à la operacion , constará claramente, que es lo mismo que reducir los quebrados de dos en dos à un comun denominador ; porque si en el exemplo primero se reducen los  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{5}$  à un comun denominador , serán  $\frac{10}{15}$  y  $\frac{12}{15}$  ; y si cada uno de estos se hermana con el otro quebrado  $\frac{6}{7}$  reduciendolos à un comun denominador ; esto es, reduciendo por una parte  $\frac{10}{15}$  y  $\frac{6}{7}$  , y por otra  $\frac{12}{15}$  y  $\frac{6}{7}$  , quedarán todos reducidos , porque es la misma operacion que hemos hecho antes : pues como la reduccion de dos quebrados està ya demonstrada , lo estará tambien la de muchos.

#### Escolio.

155 De otro modo podemos hacer la misma reduccion en quanto al hallar los nuevos numeradores. Multipliquese cada numerador por el

comun denominador , y partiendo el producto por el denominador propio de cada quebrado, los quocientes serán los nuevos numeradores. Como si se han de reducir  $\frac{1}{3}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$  á un comun denominador. Multiplicando los denominadores 3. 3. y 4. entre sí, tendré el denominador comun 36. Ahora multiplico el numerador 1. por el comun denominador 36. y el producto (que es 36.) le divido por el denominador 3. d l quebrado  $\frac{1}{3}$  será el quociente el numerador nuevo 12. Asimismo: multiplico el numerador 2. por el 36. y partiendo el producto 72. por el denominador 3. del quebrado  $\frac{2}{3}$  saldrá el nuevo numerador 24. Ultimamente: multiplico el numerador 3. por el comun denominador 36. y el producto 108. le divido por el denominador 4. del quebrado  $\frac{3}{4}$  el quociente 27. será el nuevo numerador.

12 24 27.

$\frac{1}{3}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$

36

La razon desto depende de lo que diremos en la demonstracion de la regla de tres ; porque aqui ay una regla de tres implicita deste modo : Si el denominador 3. (en el primer quebrado) dá el numerador 1. quedará el comun denominador 36. la qual regla se hace multiplicando el termino segundo por el tercero, que aqui es el 1. por el 36. y partiendo el producto por el primer termino , que es el denominador 3. como le veremos en su lugar.

### Examen.

Para examinar esta reduccion , solo se ha de atender á que los quebrados reducidos sean iguales á los quebrados antes de reducir; porque el saber si tienen un comun denominador no necessita de prueba, pues se ve á la primera vista. Supongo, pues, que estos quebrados  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{3}{4}$  están reducidos á estos  $\frac{8}{20}$  y  $\frac{15}{20}$ . Examinense si los quebrados  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{8}{20}$  si son iguales multiplicando en cruz , y viendo si los productos salen iguales. ( 145 ) Del mismo modo se examinarán los otros dos  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{15}{20}$ , y si los  $\frac{8}{20}$  y  $\frac{15}{20}$  fueren iguales á  $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$  estará bien hecha la reduccion.

## P R O B L E M A III.

**REDUCIR UN QUEBRADO A UN DENOMINADOR DETERMINADO quando se puede hacer.**

156 **R**educir un quebrado á un denominador determinado , es buscar un quebrado de igual valor , que tenga el denominador , que se pide. Multipliquese el numerador del quebrado por el denominador señalado , y el producto partase por el denominador del



del mismo quebrado, el quociente será el nuevo numerador competente al denominador determinado.

Este quebrado  $\frac{2}{3}$  se ha de reducir á un quebrado que tenga por denominador 6. Multiplíquese el numerador 2. por 6. y el producto 12. divídase por el denominador 3. del quebrado, el quociente 4. será el numerador competente al denominador 6. con que el quebrado reducido es  $\frac{4}{6}$  igual á  $\frac{2}{3}$ .

Otro exemplo: Tengo de reducir  $\frac{6}{8}$  á quartos, ó á un denominador 4. multiplico 6. por 4. y el producto 24. le parto por el denominador 8. y será el quociente 3. con que el quebrado reducido es  $\frac{3}{4}$ .

*Demonstracion.*

157 Que el quebrado reducido  $\frac{4}{6}$  en el primer exemplo, ( lo mismo se dirá de qualquier otro ) sea igual á los  $\frac{2}{3}$  estará manifestado por el Theor. 2. con que puebe, que la misma razon tiene el numerador 2. al denominador 3. que el otro numerador 4. á su denominador 6. esto es, que estos quatro numeros 2. 3. 4. 6. son proporcionales, lo qual pruebo assi.

El 2. se ha multiplicado por el otro extremo 6. y el producto 12. que es de los dos extremos, se ha partido por el 3. que es un medio, para hallar el otro medio 4. y assi multiplicando 3. por 4. se buelve á restituir el 12. que es el producto de los medios: con que de los quatro numeros 2. 3. 4. 6. el producto de los extremos es igual al de los medios luego por la prop. 19. del lib. 7. de Euc. son proporcionales; que es el intento.

*Observacion.*

158 Quando el producto del numerador por el denominador determinado no se puede partir enteramente por el denominador del quebrado, no tiene lugar esta reduccion sin aver quebrado de parte de quebrado; como reduciendo  $\frac{2}{3}$  á octavos, salen  $\frac{3}{8}$  y  $\frac{1}{8}$  de un céntavo: con que no siempre se podrá hacer esta reduccion á quebrado simple. El examen desta operacion es el mismo que dimos en el Problema antecedente. En esta doctrina se fundan las partes Decimas, que explicaremos en la quarta parte deste Libro, y el Problema siguiente.

*Hallar el valor de un quebrado.*

159 Hallar el valor del quebrado, es saber lo que vale en alguna especie determinada; como que  $\frac{3}{4}$  de vara son 3. palmos. Primeramente es necesario saber el valor del entero, respecto de quien es quebrado; esto es, en que partes se divide el dicho entero: pues multiplicando el valor del entero por el numerador del quebrado, y partiendo el producto por el denominador, se hallará lo que se busca.

Exemplo: Para saber  $\frac{3}{4}$  de libra, moneda de Valencia, qué valen: porque la libra tiene 20. sueldos, multiplico el numerador 3. por 20.   
 la-

salen 60. divídelos por el denominador 5. y hallo 12. pues tantos sueldos son los  $\frac{2}{3}$  de libra.

Otro exemplo : Si se busca què valen  $\frac{2}{3}$  de libra , moneda de Valencia Multiplico el 2. por 20. son 40. sueldos ; divídelos por 3. caben 13. sueldos , y sobra  $\frac{1}{3}$  de sueldo , el qual porque contiene 12. dineros, multiplico el numerador 1. deste ultimo quebrado por 12. y el producto 12. le divido por el denominador 3. salen 4. dineros : con que valdrá el quebrado 13. sueldos y 4. dineros.

Otro exemplo : Quiero saber el valor de  $\frac{2}{7}$  de arroba peso de Castilla ; porque la arroba en Castilla tiene 25. libras , multipícolas por 2. y el producto 50. le divido por el denominador 7. caben à 7. y sobra  $\frac{1}{7}$  de libra ; la qual porque tiene 16. onzas las multiplico por el numerador 1. deste ultimo quebrado, y partiendo el producto 16. por el denominador 7. caben à 2. y sobran  $\frac{2}{7}$  de onza ; la qual porque tiene 8. ochavas, las multiplico por el numerador 2. deste ultimo quebrado , y dividiendo el producto 16. por 7. hallo 2. ochavas, y sobran  $\frac{2}{7}$  de ochava la qual porque tiene 75. granos , les multiplico por 2. y parto el producto 150. por 7. caben à 21. granos , y sobran  $\frac{3}{7}$  de grano, el qual ya no tiene division : con que los  $\frac{2}{7}$  de arroba son 7. libras , 2. onzas, 2. ochavas , 21. granos , y  $\frac{2}{7}$  de grano.

*Demonstracion.*

El quebrado se reduce al denominador en que se divide el entero, como en el exemplo primero los  $\frac{2}{3}$  de libra , segun la operacion , están reducidos à  $\frac{12}{20}$  de libra ; y porque el denominador son las mismas partes del todo, que aqui es la libra , no ay necesidad de nombrarle , sino solo el numerador 12. sueldos. De fuerte , que saber el valor de un quebrado, es reducirle à un denominador, que sea el numero de las partes en que se divide el todo, ò especie mayor, para hacerla menor, ó mas baxa.

PROBLEMA IV.

REDUCIR LOS ENTEROS A QUEBRADOS.

**R**educir un entero á quebrado , es buscar un quebrado igual al mismo entero. Tiene este Problema muchos casos.

*Caso primero.*

160 Para reducir un entero à qualquier quebrado sin determinar la especie , ò el denominador , se pondrá debaxo del entero una unidad , y estará reducido , como consta por lo que advertimos arriba, (128.) y assi para reducir 12. à quebrado se hará deste modo  $\frac{12}{1}$ .

Ca-

*Caso segundo.*

161 Pero para reducir el entero à quebrado , cuyo denominador se ha determinado , se multiplicará el entero por el denominador señalado , y el producto será numerador respecto del dicho denominador ; como si 16. se han de reducir á quintos , multipliquense los 16. por 5. y será el quebrado  $80/5$ . Si la unidad se ha de reducir à un denominador determinado , como à 5. pongase un 5. encima la linea , y otro dabaxo así  $5/5$  , y estará reducida.

La razón de esto es , porque si el 16. le ponemos como à quebrado así  $16/1$  , para reducirle à quintos , multiplicamos el 16. por 5. y para hallar el nuevo numerador partimos el producto por el denominador 1. del quebrado ; (156) pues como partir por 1. no disminuye la cantidad , quedará por numerador nuevo el mismo producto de 16. por 5. luego con multiplicar el entero por el denominador determinado , y el producto ponerle encima del mismo denominador , estará reducido el entero à quebrado.

*Caso tercero.*

162 Para reducir, ò incorporar el entero en un quebrado , multipliquese el entero por el denominador del quebrado , y al producto añadase el numerador del mismo quebrado ; la suma será el nuevo numerador : como si 10. se han de reducir á  $2/3$  , multiplico 10. por 3. y al producto 30. añado el numerador 2. será todo 32. que es el numerador nuevo , debaxo del qual pondré el mismo denominador , y estará reducido así  $32/3$ .

Porque si el entero 10. solo se huviera de reducir á tercios , sería  $30/3$  , por la regla antecedente , à mas desto ay 2. tercios : luego se han de añadir para hacer  $32/3$  : y como la unidad no aumenta la multiplicacion , se sigue desta regla , que para reducir la unidad à un quebrado , basta sumar el numerador , y denominador , y la suma será el nuevo numerador , debaxo del qual se pondrá el mismo denominador ; y así si 1. se ha de reducir à  $3/4$  , sumense 3. y 4. y debaxo la suma 7. pongase el mismo denominador 4. con que serán  $7/4$ .

*Caso quarto.*

163 Se han de reducir 12. y  $3/4$  à  $2/8$ . Primeramente reduzganse los 12. enteros al quebrado  $3/4$  que les acompaña por la regla antecedente , y serán  $9/4$  , los quales se reducirán à un quebrado , que tenga por denominador 8. (156) y serán  $18/8$  añadanse los 2. octavos , y será el quebrado reducido  $20/8$ . La reduccion de este caso no es universal , porque depende del Problema antecedente , el qual no siempre tiene solucion , como así se advirtió.

P R O B L E M A V.

R E D U C I R L O S Q U E B R A D O S A E N T E R O S.

**Q**Uando el numerador es mayor que el denominador , el quebrado es mayor que la unidad , y por consiguiente contiene à lo menos un entero. ( 136 ) Pues lo que se busca en este Problema , es hallar quantos enteros ay en un quebrado mayor que la unidad.

164 Dividase el numerador por el denominador , y el quociente enseñará los enteros : Como en este quebrado  $\frac{36}{9}$  , dividiendo 36. por 9. hallarèmos que ay 4. enteros justos. En este otro  $\frac{45}{6}$  , dividiendo el 45. por 6. hallarèmos 7. enteros , y sobran  $\frac{3}{6}$ . La razon es clara , porque como el denominador es un entero , partiendo por èl , sabremos quantos enteros contiene el quebrado. El examen serà reducir los enteros al quebrado , que tenga por denominador el mismo de antes , ( 161. y 162. ) y ha de salir el quebrado , que se reduxo.

P R O B L E M A VI.

R E D U C I R E L Q U E B R A D O C O M P U E S T O A S I M P L E.

**R**educir el quebrado compuesto à simple , es hallar un quebrado sencillo , que sea igual al compuesto. Y como el quebrado compuesto sea en dos maneras ; es à saber , quebrado de quebrado , y quebrado de parte de quebrado , ( 132 ) tendrá este Problema dos partes.

*Primera parte.*

165 Para reducir quebrado de quebrado , à quebrado simple , multipliquense los numeradores entre si unos por otros , y saldrà el nuevo numerador : multipliquense del mismo modo los denominadores , y el producto serà el nuevo denominador.

Como para reducir  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{4}{5}$  à quebrado sencillo , multiplicando los numeradores 2. y 4. serà 8. el nuevo numerador ; multiplicando tambien los denominadores 3. por 5. serà 15. el nuevo denominador , y el quebrado simple reducido serà  $\frac{8}{15}$ .

Si ay quebrado de quebrado de quebrado , como  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$  , multiplicando assi mismo los numeradores entre si 1. por 3. y el producto por 2. saldrà el nuevo numerador 6. Multiplicando tambien entre si los denominadores 2. por 4. y el producto 8. por 3. serà 24. el nuevo denominador.

minador , y el quebrado reducido  $\frac{6}{4}$  , ò  $\frac{3}{2}$ . Del mismo modo se reducirán muchos quebrados de quebrados.

*Demonstracion.*

En el exemplo primero (lo mismo dirè de qualquier otro) los  $\frac{2}{3}$  son de  $\frac{1}{3}$ : luego si  $\frac{1}{3}$  se dividen en tres partes , y se toman dos , se tendrá el intento. Pues dividir los  $\frac{1}{3}$  en tres partes es multiplicar el denominador 3. por 3. ò aumentarle tres veces , porque tanto quanto se aumenta el denominador , mengua el quebrado , ( 147 ) con que el tercio de  $\frac{1}{3}$  será  $\frac{1}{9}$ . Y porque son dos tercios se ha de tomar dos veces el quebrado  $\frac{1}{9}$  , que es lo mismo que multiplicar el numerador 4. por 2. porque quanto crece el numerador , se aumenta el quebrado , ( 142 ) y será  $\frac{2}{9}$  , que es el mismo quebrado producido. Pues si este modo de obrar se mira bien , es lo mismo que multiplicar numerador por numerador , y denominador por denominador , que es lo que avemos hecho en el exemplo. Lo mismo es quando ay muchos quebrados de quebrados.

*Segunda parte.*

166 Para reducir el quebrado de parte de quebrado , à quebrado simple , saquese una parte del quebrado de quien el otro es parte , con la qual , y el quebrado de parte se hará la reduccion como antes.

Como si  $\frac{2}{3}$  de una parte de  $\frac{3}{4}$  se han de reducir à quebrado simple , tome se una parte de los  $\frac{3}{4}$  , y será  $\frac{1}{4}$  con que los  $\frac{2}{3}$  respeto de  $\frac{1}{4}$  serán quebrado de quebrado : deste modo  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{4}$  , reduzgan se multiplicando numerador por numerador , y denominador por denominador , ( 165 ) y será el quebrado simple reducido  $\frac{2}{12}$ .

Otro exemplo : Sean  $\frac{2}{3}$  de una parte de  $\frac{2}{3}$  , tomando una parte de los  $\frac{2}{3}$  será lo mismo , que  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{1}{3}$  , reduzgan se , ( 165 ) y serán  $\frac{1}{9}$ . Otro

exemplo : Sean  $\frac{1}{2}$  de una parte de  $\frac{1}{3}$  de una parte de  $\frac{2}{7}$ . Tomando cada parte de los quebrados será  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{7}$  , y reducidos como antes serán  $\frac{1}{42}$ . la demonstracion es la misma.

*Examen.*

En los quebrados de quebrado , dividanse los terminos del quebrado simple por los terminos de qualquiera de los quebrados de quebrado , y saldrà el otro : Como si  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{6}$  están reducidos à  $\frac{1}{9}$  , partiendo el 8. y el 18. por los terminos 2. y 3. del quebrado  $\frac{2}{3}$  saldrà el otro quebrado  $\frac{1}{6}$  , porque como  $\frac{1}{9}$  provino de la multiplicacion de los terminos de  $\frac{2}{3}$  , y  $\frac{1}{6}$ : luego partiendo por los terminos de un quebrado , saldrà el otro.

En los quebrados de parte de quebrado se hará el mismo examen , pero no con todo el quebrado , sino con la parte del quebrado : Como si son  $\frac{2}{3}$  de una parte de  $\frac{1}{3}$  saquese una parte deste quebrado , y será  $\frac{1}{9}$  , como

mo se dixo antes , y serán  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  , los quales reducidos à quebrado simple será  $\frac{2}{3}$  ; pues si los terminos deste quebrado se dividen por los terminos de  $\frac{2}{3}$  , saldràn los terminos de  $\frac{1}{2}$  , pues es la misma operacion de antes.

*Observacion.*

El quebrado , que se reduce en estas dos operaciones , es el primero, ò el que es parte , porque no se ha de entender, que todos los quebrados juntos se reducen tanto el que es parte , como el que es todo, sino solo el que es parte; de fuerte, que el reducir  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  es hallar quanto valdrà  $\frac{1}{3}$  de la mitad ; y si la mitad es de sueldo , (que consta de 12. dineros) valdrà 6. dineros , con que  $\frac{1}{3}$  desta mitad serán 2. dineros , y assi  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  de sueldo valdrà 2. dineros. En el Problema siguiente reducirèmos todos los quebrados, tanto el que es parte, como el que es todo.

P R O B L E M A VII.

INCORPORAR LOS QUEBRADOS COMPUESTOS.

**E**N el Problema antecedente dimos regla para reducir el quebrado compuesto à simple ; agora enseñaremos el modo de incorporarlos, ò reducirlos à un quebrado solo , que sea igual al quebrado que es parte , y al que es todo , de fuerte , que todos se haga uno solo. Contiene tambien este Problema dos partes.

*Primera parte.*

167 Incorporar un quebrado de quebrado , es hallar un quebrado simple , que sea igual al quebrado que es parte , y al que es todo : Como si son  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  , para incorporarlos se ha de buscar un quebrado, que sea la suma de entrambos; esto es , que sea igual à los  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  los dos juntos.

Reduzganse primero à quebrado sencillo , (165) y serán en el exemplo propuesto  $\frac{8}{15}$ . Ahora multipliquese el numerador del quebrado  $\frac{1}{2}$  , que es el todo , por el denominador del quebrado  $\frac{2}{3}$  , que es parte , y el producto 12. añadase al numerador del quebrado reducido  $\frac{8}{15}$  , serán  $\frac{20}{15}$  el quebrado que se busca.

Otro exemplo : Se ha de incorporar el quebrado  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{4}$  en el mismo quebrado  $\frac{3}{4}$ . Reducidos à quebrado simple son  $\frac{3}{8}$  ; multiplicando el numerador 3. por el denominador 2. son 6. añadidos al numerador 3. del quebrado reducido  $\frac{3}{8}$  son  $\frac{9}{8}$  , que es la suma de  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{4}$ .



Si ay muchos quebrados de quebrados se incorporarán primero los dos primeros , y despues el siguiente , &c. como si son  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{3}{7}$ . Por la regla antecedente se incorporarán los  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{2}$  , y serán  $\frac{5}{6}$  , despues se incorporarán los  $\frac{5}{6}$  en los  $\frac{2}{3}$  , y serán  $\frac{20}{30}$  , los quales se incorporarán con los  $\frac{3}{7}$  , y serán  $\frac{116}{210}$  , que es el quebrado que se busca.

*Demonstracion.*

En el primer exemplo , ( lo mismo dié de qualquier otro ) multiplicando el denominador 3. por los terminos del quebrado  $\frac{1}{3}$  , saldrá el quebrado  $\frac{1}{3}$  igual á  $\frac{1}{3}$  , como consta por el Problema 2. A mas desto el quebrado  $\frac{1}{3}$  , por la construccion es igual al quebrado de quebrado  $\frac{2}{3}$ . ( 165 ) luego sumando los quebrados  $\frac{1}{3}$  con  $\frac{1}{3}$  , ( que teniendo un mismo , ó igual denominador , basta añadir los numeradores , como luego diremos ) será la suma  $\frac{2}{3}$  el quebrado que se busca. Quando ay muchos quebrados de quebrados , la demonstracion es la misma , pues que se incorporan de dos en dos.

*Segunda parte.*

168. Para incorporar un quebrado de parte de quebrado , como  $\frac{2}{3}$  de una parte de  $\frac{3}{7}$  , se multiplicarán los denominadores , y será el nuevo denominador 35. Para hallar el nuevo numerador se multiplicará el numerador 3. del quebrado de quien se toma la parte , por el denominador 5. del quebrado que es parte ; y al producto 15. se añadirá el numerador 2. y será el nuevo numerador 17. y todo el quebrado  $\frac{17}{35}$ .

Otro exemplo : Se han de incorporar  $\frac{3}{4}$  de una parte de  $\frac{1}{2}$  , multiplicando los denominadores 4. por 2. salen 8. multiplicando el numerador 1. por el denominador 4 y al producto 4. añadiendo el numerador 3. salen 7. que es el nuevo numerador , y todo el quebrado  $\frac{7}{8}$ .

Si son muchos quebrados ; como  $\frac{1}{2}$  de una parte de  $\frac{3}{4}$  , de una parte de  $\frac{2}{3}$  , de una parte de  $\frac{1}{3}$  , se incorporarán de dos en dos ; esto es ,  $\frac{1}{2}$  con  $\frac{3}{4}$  , y serán  $\frac{7}{8}$  , los quales se incorporarán con  $\frac{2}{3}$  , y serán  $\frac{23}{24}$  , los quales se incorporarán con  $\frac{1}{3}$  , y serán todo  $\frac{119}{120}$ .

*Demonstracion.*

En el exemplo primero el quebrado  $\frac{2}{3}$  de una parte de  $\frac{3}{7}$  , reducido á quebrado simple es  $\frac{2}{3}$ . ( 166 ) El quebrado  $\frac{3}{7}$  es igual á  $\frac{1}{3}$  , como consta por el Problema 2. luego teniendo un comun denominador los dos quebrados basta añadir los numeradores , y será el quebrado  $\frac{1}{3}$  el que se busca. Quando ay muchos quebrados es lo mismo , porque se incorporan de dos en dos , como está dicho.



CAPITULO TERCERO.

DEL SUMAR QUEBRADOS.

**E**ste Capitulo , y los tres siguientes contienen diferentes reglas , las quales reducirè à Problemas , para proceder con toda claridad , y distincion.

PROBLEMA I.

S U M A R Q U E B R A D O S .

169 **S**I los quebrados tienen un mismo , ò igual denominador , sùmenfe los numeradores , y la suma serà el nuevo numerador , debaxo del qual se pondrà el mismo denominador : como si se han de sumar  $\frac{2}{5}$  con  $\frac{3}{5}$  , sumando los numeradores 2. y 3. será la suma 5. debaxo del qual se pondrà el denominador 5. y será el quebrado , ò suma  $\frac{5}{5}$  , que es lo mismo que un entero.

Otro exemplo : Sean  $\frac{3}{7}$  , y  $\frac{6}{7}$  , sumando 3. con 6. será el nuevo numerador 9. debaxo del qual se pondrà el 7. y saldrá la suma  $\frac{9}{7}$  , que es uno entero , y  $\frac{2}{7}$ .

Pero si los quebrados que se han de sumar tienen diferentes denominadores , reduzganse primero à un comun denominador ; ( 154 ) despues sùmenfe los numeradores nuevos , poniendo debaxo de la suma el denominador comun : como para sumar  $\frac{2}{3}$  con  $\frac{5}{7}$  , reduzganse à  $\frac{14}{21}$  , y  $\frac{15}{21}$  , sùmenfe 14. y 15. serán 29. debaxo se pondrán el 21. y así será la suma  $\frac{29}{21}$  , que es un entero , y  $\frac{8}{21}$ .

Otro exemplo : Se han de sumar  $\frac{1}{2}$  ,  $\frac{2}{3}$  , y  $\frac{4}{6}$  , reducidos à un comun denominador , ( 154 ) son  $\frac{30}{60}$  ,  $\frac{24}{60}$  ,  $\frac{40}{60}$  ; sùmenfe los numeradores 30. 24. y 40. debaxo de la suma 94. escrivase el comun denominador 60. con que la suma será el quebrado  $\frac{94}{60}$ .

*Demonstracion.*

Teniendo los quebrados un comun denominador , serán partes de un todo denominadas por un mismo numero ; esto es , serán partes homogeneas , ò de una misma especie: luego la suma destas partes ( en las

G

qua-

quales confisten los quebrados , como se dixo arriba } en orden al comun denominador , como será la suma de los quebrados.

## PROBLEMA II.

### SUMAR ENTERO CON QUEBRADO.

170 **T**Res casos puede tener este Problema. El primero , es sumar un entero con un quebrado , y este caso no tiene dificultad ; porque si se pone el quebrado al lado derecho del entero , estará sumado : como si se han de sumar 12. enteros con  $\frac{2}{3}$  , será la suma 12. y  $\frac{2}{3}$  ; porque como el quebrado no es homogéneo con el entero , se suma con la conjuncion , y como está dicho en el numero 42.

El segundo caso es , quando se han de sumar muchos enteros con un quebrado : Sumense los enteros , y al lado de la suma escrivase el quebrado como antes : como para sumar 12. y 15. con  $\frac{2}{3}$  , sumo 12. y 15. y al lado de la suma 27. pongo el quebrado así : 27. y  $\frac{2}{3}$ .

El tercer caso , es quando han de sumar uno , ó muchos enteros con muchos quebrados ; como en el exemplo : Sumense los quebrados , y serán  $\frac{13}{10}$ . (169) Y porque el numerador es mayor que el denominador , reduzganse á enteros , (164) y será 1. y  $\frac{3}{10}$  ; escrivanse los  $\frac{3}{10}$  , y el 1. se sumará con los enteros ; con que será la suma 45. y  $\frac{3}{10}$ . La razon deste modo de obrar por sí misma es manifesta.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 34 \\ \frac{13}{10} \\ \hline 45 \frac{3}{10} \end{array}$$

## PROBLEMA III.

### SUMAR ENTEROS , Y QUEBRADOS , CON ENTEROS , y quebrados.

171 **S**umenfe primero los quebrados , ( 169 ) y reducida la suma á enteros ( si es que el numerador fuere igual , ó mayor que el denominador ) se escrivirá el quebrado que sobrare debaxo de la linea , y enfrente de los otros quebrados ; despues sumando los enteros hallados por el quebrado reducido ( si es que los ay ) con los enteros de las partidas , estará concluida la suma.

Como.

Como si se han de sumar 6. y quatro quintos, con 12. y tres quartos, la suma de los quebrados es  $\frac{3}{20}$ , sacados los enteros, ò reducidos, es 1. y  $\frac{1}{20}$ ; escrivanse los  $\frac{1}{20}$ , y sumese 1. con los 6. y 12. y ferà toda la suma 19. y  $\frac{1}{20}$ .

$$\begin{array}{r} 6 \quad \frac{4}{5} \\ 12 \quad \frac{3}{4} \\ \hline 19 \quad \frac{11}{20} \end{array}$$

Otro exemplo: Se han de sumar los numeros, ò partidas que estàn en el exemplo: los quebrados sumados son  $\frac{3}{16}$ , y reducidos à enteros son 2. y  $\frac{102}{216}$ ; escrivase este quebrado, y guardense los 2. enteros, para sumarlos con los enteros de las partidas; con que ferà la suma 178. y  $\frac{102}{216}$ .

$$\begin{array}{r} 16 \quad \frac{3}{8} \\ 10 \quad \frac{3}{4} \\ 150 \quad \frac{5}{6} \\ \hline 178 \quad \frac{102}{216} \end{array}$$

## CAPITULO QUARTO.

### DEL RESTAR QUEBRADOS.

#### PROBLEMA I.

##### RESTAR UN QUEBRADO DE OTRO.

172 **S**I los dos quebrados tienen igual denominador, restese el menor numerador del mayor, y la diferencia, ò resta ferà el nuevo numerador, debaxo del qual se pondrà el denominador de los quebrados: como si se haq de restar tres quintos de quatro quintos, restense 3. de 4. y quedará 1. y el quebrado de la resta ferà un quinto. Otro exemplo: Se han de restar  $\frac{8}{12}$  de  $\frac{11}{12}$ , restando 8. de 11. quedaràn 3. y el quebrado residuo ferà  $\frac{3}{12}$ .

Pero si no tienen un mismo, ò igual denominador, reduzganse à un comun denominador por el Problema 2. del Capitulo 2. y se harà la resta como antes: como si se han de restar tres quintos de tres quartos, reducidos son  $\frac{12}{20}$ , y  $\frac{15}{20}$ ; y restando 12. de 15. quedaràn 3. que ferà el numerador nuevo, debaxo del qual se pondrá el comun denominador; con que la resta ferà  $\frac{3}{20}$ .

Otro exemplo: Se han de restar dos tercios de quatro sextos, reducidos son  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ , restando 12. de 12. queda zero; con que ningun

residuo queda; porque quien deve  $\frac{2}{3}$ , ò  $\frac{1}{3}$ , y paga  $\frac{4}{6}$ , ò  $\frac{1}{3}$ , todo lo ha pagado, y nada queda deviendo.

*Demonstracion.*

— Los quebrados consisten en el numerador, ( 127 ) y siendo el denominador el mismo, ò comun, serán partes de un todo denominado por un mismo numero, y toda la igualdad, ò desigualdad está en los numeradores: luego restando un numerador de otro, quedará la diferencia, resta, ò residuo.

*Observacion.*

En el restar quebrados no pueden concurrir mas que dos numeros, como se dixo en el restar enteros; y así, quando se huviere de restar un quebrado de muchos, ò al contrario, se hará primero la suma, y despues la resta: como para restar tres quartos de un medio y dos quintos, se sumarán los dos, y de la suma  $\frac{9}{10}$  se restarán los tres quartos, y quedarán  $\frac{6}{40}$ .

Si un quebrado no se puede restar de otro, por ser este menor, como tres quartos de un medio, se hará la resta al contrario, para saber lo que se pagò mas, ( como se dixo en el restar enteros ) restando un medio de tres quartos.

## PROBLEMA II.

### RESTAR QUEBRADOS DE ENTERO.

173 **R**esuelvase una unidad del entero en quebrado, cuyo denominador sea igual al denominador del quebrado que se ha de restar; ( 161 ) despues restese el quebrado dado de la unidad así reducida, y restando 1. que se tomò del entero, quedará la resta.

Como si se han de restar dos quintos de 16. tomo una unidad de los 16. y reducida á quintos será cinco quintos; restense aora dos quintos de cinco quintos, y quedarán tres quintos, que se escribirán debaxo la linea; despues restese 1. que se tomò del numero 16. y quedarán 15. con que será la resta 15. y tres quintos: la razon deste modo de obrar por sí misma es manifesta.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \phantom{00} \frac{2}{5} \\ \hline 15 \frac{3}{5} \end{array}$$

*Observacion.*

174 Atendiendo con cuydado à la regla sobredicha, consta claramente,

mente , que se puede restar quebrado de entero , sin hacer reduccion de unidad ; porque como la unidad reducida tenga el numerador igual al denominador del quebrado que se resta , es lo mismo quitar el numerador deste quebrado de su denominador , que del numerador de la unidad reducida ; y assi para hacer la resta , basta quitar el numerador del quebrado de su denominador , y luego quitar 1. del entero : como para restar cinco sextos de 8. restese el numerador 5. del denominador 6. y quedará un sexto : aora restese 1. de 8. y quedará toda la resta 7. y un sexto.

### PROBLEMA III.

*RESTAR ENTERO , Y QUEBRADO , DE ENTERO SOLO.*

175 **E**ste Problema es casi el mismo que el antecedente. Restese el numerador del quebrado de su denominador , ( usando de la observacion antecedente ) ; despues añadase 1. à la paga , y hagase la resta de los enteros del modo ordinario : como si se han de restar 6. y dos septimos de 12. restando el numerador 2. del denominador 7. quedan 5. y el quebrado es cinco septimos : añadese 1. à los 6. y serán 7. restados de 12. quedan 5. con que es la resta 5. y cinco septimos.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \frac{2}{7} \\ \hline 5 \frac{5}{7} \end{array}$$

### PROBLEMA IV.

*RESTAR ENTERO , DE ENTERO , Y QUEBRADO.*

176 **R**estese el un entero del otro ( 49 ) , y al lado escrivase el quebrado : como para restar 8. de 10. y dos tercios , restando 8. de 10. quedarán 2. y con el quebrado será la resta 2. y dos tercios.

$$\begin{array}{r} 10 \frac{2}{3} \\ 8 \\ \hline 2 \frac{2}{3} \end{array}$$



## PROBLEMA V.

*RESTAR ENTEROS, Y QUEBRADO, DE ENTEROS,  
y quebrado.*

177 **T**Res casos tiene este Problema. El primero es quando el quebrado de la paga es igual al de la deuda; y entonces, con restar solamente los enteros, como parece en el exemplo, està concluida la operacion; porque restando un quebrado de su igual, queda zero.

$$\begin{array}{r} 24 \frac{1}{2} \\ 16 \frac{1}{2} \\ \hline 8 \quad 0 \end{array}$$

178 El segundo es, quando el quebrado de la paga es menor que el de la deuda; y entonces restese un quebrado de otro, (172) y escrivase la diferencia debaxo la linea; despues hagase la resta de los enteros por el modo ordinario, como parece en el exemplo.

$$\begin{array}{r} 18 \frac{3}{4} \\ 10 \frac{1}{2} \\ \hline 8 \frac{2}{8} \end{array}$$

179 El tercero es, quando el quebrado de la paga es mayor que el de la deuda; y en tal caso tomese una unidad de los enteros de la deuda, la qual se reducirá al quebrado que le acompaña (162); despues hagase la resta, como en el segundo caso, pero añadiendo 1. à los enteros de la paga, por la unidad que se tomó de la deuda: como en el exemplo, tomese 1. de 10. y reducido à  $\frac{1}{2}$ , será  $\frac{3}{2}$ ; restense ahora tres cuartos de  $\frac{1}{2}$  (172), y quedarán seis ochavos, que se han de escrivir debaxo la linea: despues, juntando 1. con los enteros 6. de la paga, serán 7. restense de 10. y quedan 3. con que la resta son 3. y  $\frac{6}{8}$ . La razon deste modo de obrar por si misma es manifesta.

$$\begin{array}{r} 10 \frac{1}{2} \\ 6 \frac{3}{4} \\ \hline 3 \frac{6}{8} \end{array}$$

De otro modo: Tome se lo que falta para un entero del quebrado:  $\frac{3}{4}$  de la paga, que será un cuarto, sumese con el quebrado  $\frac{1}{2}$  de la deuda, y serán  $\frac{5}{4}$ ; añadase 1. à los enteros de la paga, serán 7. restese como antes. Este modo no se diferencia en la substancia del que hemos usado en el restar enteros.

¶ En todos estos Problemas se reducen los quebrados compuestos à sus simples (quando les ay) antes de cada operacion, por el Problema 6. del cap. 2.

CAPITULO QUINTO.

DEL MULTIPLICAR QUEBRADOS.

PROBLEMA I.

MULTIPLICAR QUEBRADO POR QUEBRADO.

180 **M**ultipliquense los numeradores uno por otro, y el producto será el nuevo numerador: Multipliquense tambien los denominadores, y saldrá el nuevo denominador: como si se han de multiplicar dos quintos por quatro septimos; multiplicando 2. por 4. sale 8. multiplicando 5. por 7. sale 35. con que el quebrado producido será  $\frac{8}{35}$ . Otro exemplo: Para multiplicar tres quartos por un medio, multipliquense los numeradores 3. por 1. y tambien los denominadores 4. por 2. y será el quebrado producido  $\frac{3}{8}$ .

Aunque los quebrados multiplicados sean muchos, se hará del mismo modo: como para multiplicar dos tercios por tres quintos, y el producto por un medio, y el producto otra vez por tres septimos, se multiplicarán los numeradores unos por otros; esto es, 2. por 3. y el producto 6. por 1. y el producto 6. por 3. serán 18. Multipliquense del mismo modo los denominadores, y será el producto 210. con que el quebrado producido será  $\frac{18}{210}$ . Si se han de multiplicar quebrados compuestos, se reducirán à simples por el Problema 6. cap. 2. y despues se hará la multiplicacion.

*Demonstracion.*

El multiplicar quebrados es lo mismo que reducir quebrado de quebrado á quebrado simple. (160) Y para explicar esto, me valdré de numeros contactos; porque con ellos se percibirá mejor el fin del multiplicar, el qual entendido, estará clara la demonstracion.



Supongo , pues , que valiendo la vara de cinta medio real , se toma solamente media vara : Con que se ha de multiplicar la cantidad media vara por el precio medio real : Pues valiendo toda la vara medio real , sin duda que la media vara valdrà la mitad de medio real ; con que será quebrado de quebrado ; esto es ,  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{2}$  , que será  $\frac{1}{4}$ .

Asimismo , si la vara vale dos tercios de real , y se toman tres cuartos de vara , se avrán de multiplicar  $\frac{3}{4}$  por  $\frac{2}{3}$  ; esto es , tomar  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{3}$ . Luego lo mismo es multiplicar , que reducir quebrado de quebrado à quebrado simple. Y como esta reduccion està demonstrada en el Problema 6. del cap. 2. estará tambien demonstrado el multiplicar. Porque entrambas operaciones se hacen del mismo modo , multiplicando los numeradores entre sí , para hacer el numerador ; y multiplicando los denominadores , para hacer el denominador.

## PROBLEMA II.

### MULTIPLICAR ENTERO POR QUEBRADO.

181 **R** Edúzgase el entero à quebrado , poniendole debaxo una unidad , (160) y hagase la multiplicacion como antes : como si se han de multiplicar 4. por  $\frac{2}{3}$  , reducido el entero será  $\frac{4}{1}$  ; multiplíquese , pues , por  $\frac{2}{3}$  , y será el producto  $\frac{8}{3}$ .

Lo mismo se hará sin reducir el entero à quebrado con solo multiplicar el entero por el numerador del quebrado ; porque como la unidad , que sirve de denominador al entero , no aumenta la multiplicacion , lo mismo es que si no estuviera ; y así , basta multiplicar el entero por el numerador del quebrado.

## PROBLEMA III.

### MULTIPLICAR POR ENTERO, Y QUEBRADO.

182 **R** Edúzgase el entero al quebrado que le acompaña , (162) y hagase la multiplicacion como antes : (181) como si se han de multiplicar 6. por 2. y  $\frac{3}{5}$  ; reducidos los 2. à los  $\frac{2}{1}$  son  $\frac{12}{5}$  ; ahora multiplíquese el entero 6. por el numerador 12. y será el producto  $\frac{72}{5}$  , que son 14. y  $\frac{2}{5}$ .

183 Lo mismo se hará fin reduccion. Multipliquese el 2. por el 6. será el producto 12. Multipliquese el 6. por el quebrado  $\frac{3}{5}$ , y el producto  $1\frac{8}{5}$  reduzgase à enteros, (164) y serán 3. y tres quintos, sumense con los 12. y será todo el producto 15. y  $\frac{3}{5}$ .

$$\begin{array}{r} 6 \\ 2 \frac{3}{5} \\ \hline 12 \\ 3 \frac{3}{5} \\ \hline 15 \frac{3}{5} \end{array}$$

PROBLEMA IV.

MULTIPLICAR ENTERO, Y QUEBRADO POR ENTERO, y quebrado.

184 **R** Eduzganse los enteros à sus quebrados, (162) y hagase la multiplicacion. (180) Como para multiplicar 8. y tres quartos por 6. y dos tercios, reducidos son  $\frac{35}{4}$ , y  $\frac{20}{3}$ . Multipliquense ahora, y saldrà el producto  $7\frac{10}{12}$ , que son 58. y  $\frac{1}{12}$ .

185 De otro modo fin reduccion: Multipliquense los enteros, y al producto 48. añadanse los productos de cada entero por los quebrados en cruz: esto es, el producto de 8. por dos tercios, y de 6. por tres quartos, que son 5. y un tercio, y quatro, y dos quartos. Añadase tambien el producto de los mismos quebrados entre si, que es  $\frac{1}{2}$ , ò un medio. Sumese todo, (171) y será el producto total 58. y  $\frac{8}{24}$ , ò un tercio.

$$\begin{array}{r} 8 \quad \frac{3}{4} \\ 6 \quad \frac{2}{3} \\ \hline 48 \\ 5 \quad \frac{1}{3} \\ 4 \quad \frac{2}{4} \\ \hline 58 \quad \frac{1}{3} \\ \hline 4 \quad \frac{2}{3} \\ 2 \quad \frac{3}{6} \\ \hline 8 \quad \frac{2}{6} \\ 3 \quad \frac{4}{5} \\ \hline 12 \quad \frac{420}{95} \end{array}$$

Otro exemplo: Pedro compra 4. varas y dos quintos de paño à 2. libras, y cinco sextos la vara. Multiplicando 4. por 2. salen 8. despues multipliquese en cruz cada entero por el quebrado opuesto: esto es, el 4. por cinco sextos, y el 2. por dos quintos, salen los productos 3. y dos sextos, y quatro quintos, que se escribiràn en su lugar, como parece en el exemplo: à mas desto se multiplicarán los quebrados dos quintos por cinco sextos, y el producto  $\frac{10}{30}$  se escribirà, como parece. Hecha la suma de todo, (171) será el valor de las 4. varas, y dos tercios, las 12. libras, y abreviado  $\frac{7}{5}$ , que salen en la suma, que son (159) 9. sueldos y 4. dineros.

Obser.

*Observaciones.*

186 Para multiplicar un quebrado por entero que sea igual al denominador; como  $\frac{3}{4}$  por 4. basta borrar el denominador, y dexar al numerador como entero; porque multiplicando tres quartos por 4. segun las reglas dadas, salen  $\frac{12}{4}$ ; y para reducirlos à enteros se divide el numerador 12. por el denominador 4. (164), y saldrán 3. con que el producto de 3. por 4. que es 12. se parte por el denominador 4. que es igual al entero 4. por quien se multiplicò: Luego ha de venir al quociente el mismo numero multiplicador, que es el 3.

187 Quando el numerador de un quebrado es igual al denominador del otro, como  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ , para multiplicarlos basta poner por quebrado el numerador, y denominador desiguales, así  $\frac{3}{5}$ ; porque como haciendo la operacion por las reglas dadas, se ha de multiplicar el 4. por el 3. y el 5. por el 4. se sigue, que el 4. multiplica al 3. y al 5. Luego los productos 12. y 20. son proporcionales (71) con los numeros 3. y 5. y así el quebrado  $\frac{12}{20}$ , producido por las reglas ordinarias, será igual (137) al quebrado  $\frac{3}{5}$ , producido por esta regla.

188 Para doblar, tresdoblar, quatrodoblar, &c. un quebrado, multipliquese el numerador por 2. 3. 4. &c. como consta por lo que diximos arriba, (181) ò dividase el denominador por los mismos numeros, (quando se puede) como consta por el numero 148. Y así para doblar este quebrado tres quartos, multiplico el numerador por 2. y saldrà seis quartos; ò divido el denominador por 2. y saldrà  $\frac{3}{2}$ , que todo es uno.

*Escolio.*

189 Tres cosas notables ocurren en el multiplicar quebrados, en que suelen reparar, y admirarse los principiantes. La primera: Multiplicando quebrados menores que la unidad, el producto siempre es menor que qualquiera de los quebrados que se multiplican: como multiplicando dos tercios por tres quartos, sale el producto  $\frac{6}{12}$ , ò  $\frac{1}{2}$ , que es menor que los dos tercios, y que los tres quartos. Lo qual parece contra toda razon; porque multiplicando ha de crecer el producto, supuesto que se aumenta el un numero de los multiplicandos tantas veces, como unidades tiene el otro.

La segunda; No sale el mismo producto multiplicando los quebrados, que multiplicando el valor dellos mismos: como si Pedro compra  
dos

dos tercios de libra de fruta , por tres quartos de sueldo la libra : multiplicando , segun la regla de los quebrados , salen  $\frac{6}{2}$  , ò  $\frac{1}{2}$ . Multipliquemos aora segun el valor : Los dos tercios de libra de peso de 12. onzas son 8. onzas , y los tres quartos de sueldo son 9. dineros ; (159) pues multiplicando 8. por 9. dineros son 72. dineros: con que multiplicando en forma de quebrado sale medio sueldo , que son 6. dineros ; y multiplicando por el valor salen 72. dineros , que son 6. sueldos , lo qual parece contra toda razon.

La tercera : En el fumar , y restar quebrados se reducen primero à un comun denominador ; y para multiplicarlos , y partarlos (como luego verèmos) no es necessaria esta reduccion.

190 Para inteligencia de la primera , y segunda dificultad, es preciso saber qual sea el intento , y fin del multiplicar ; y para explicarlo mejor me valdrè del mismo exemplo. Digo , pues, que multiplicar dos tercios de libra de fruta por tres quartos de sueldo, es buscar quanto valen los dos tercios de libra , à razon de tres quartos de sueldo la libra de fuerte , que el precio tres quartos no es valor de cada tercio de libra fino del entero, que es la libra, que es lo mismo que buscar que valdràn dos tercios de libra , valiendo la libra tres quartos de sueldo : sin duda que valdràn menos que tres quartos ; porque si toda la libra vale tres quartos, los dos tercios de libra valdràn menos ; y por esso sale numero menor en el producto, y con esto queda satisfecha la primer duda.

Pero quando se multiplica el valor de los quebrados , como 8. onzas por 9. dineros , de ordinario se varia la suposicion , porque el precio se toma de cada onza : esto es , se multiplican las 8. onzas à 9. dineros cada onza , y assi importan 72. dineros, ò 6. sueldos. Si el precio 9. dineros no se tomara de la onza , fino de la libra , como se hace en los quebrados , fuera lo mismo que multiplicar quebrados ; porque entonces , si la libra vale 9. dineros , los dos tercios de libra valdràn 6. dineros , que es medio sueldo , como antes.

De modo , que toda la dificultad consiste , en que se varia la suposicion ; porque multiplicando en forma de quebrado , el precio no es valor de la parte del quebrado , fino del todo , ò unidad ; y multiplicando el valor de los quebrados, el precio se hace comunmente valor de cada unidad ; y assi se aumenta tantas veces como ay unidades : Con que no puede salir lo mismo multiplicando dos tercios por tres quartos, que multiplicando 8. por 9. y lo mismo dirè de qualquier otro exemplo.

Verdad es, que si el producto del valor de los quebrados se compara con el producto del valor de los todos, serà lo mismo: Como el producto del valor de los quebrados es 72. los todos de cada quebrado se dividen

en

en 12. partes ; porque la libra tiene 12. onzas , y el sueldo tiene tambien 12. dineros : pues si el 72. se compara con el producto de 12. por 12. que es 144. tambien será mitad ; como multiplicando dos tercios por tres cuartos , sale una mitad.

Otro exemplo: Se han de multiplicar dos cuartos de vara por quatro quintos de libra ; siguiendo la regla de los quebrados salen  $\frac{8}{5}$  , que son dos quintos. Y multiplicando el valor de dos cuartos de vara , que son 2. palmos, por el precio quatro quintos de sueldo, que son 16. sueldos, salen 32. sueldos , los quales comparados con el producto de 4. palmos, que tiene la vara , por 20. sueldos , que tiene la libra , el qual es 80. sueldos , tambien serán dos quintos ; de fuerte , que 32. sueldos , son dos quintos de 80. sueldos.

La razon desto es , porque se ha de comparar producto con producto ; esto es , producto de las partes , con el producto de los todos ; porque de este modo son homogéneos : pero no se compara bien el producto de las partes con el todo , porque son heterogéneos.

Por la definicion del multiplicar , se explica de raíz lo sobredicho. Porque el multiplicar es buscar un numero que tenga la misma razon con uno de los multiplicantes , que el otro con la unidad ; ( 57 ) ò que la unidad tenga la misma razon con uno de los multiplicantes , que el otro con el producto. Y así , multiplicar dos tercios por tres cuartos , es lo mismo que buscar un numero , que será  $\frac{1}{2}$  , que tenga la misma razon con  $\frac{3}{4}$  , que  $\frac{2}{3}$  con la unidad ; ò que la unidad tenga la misma razon con  $\frac{2}{3}$  , como  $\frac{3}{4}$  con  $\frac{1}{2}$ . Y así , serán proporcionales 1.  $\frac{2}{3}$  ,  $\frac{3}{4}$  ,  $\frac{1}{2}$  ; pues como dos tercios son menos que la unidad , tambien medio ha de ser menos que tres cuartos ; y por esso , multiplicando quebrados sale numero menor.

Pero multiplicando enteros , como 8. por 9. serán proporcionales 1. 8. 9. 72. donde como el 8. es mas que la unidad , porque es entero ; tambien el 72. ha de ser mas que 9. y por esso sale mayor el producto. Verdad es , que si los quebrados fueren mayores que la unidad : esto es , que tengan el numerador mayor que el denominador , el quebrado producido será tambien mayor que qualquiera de los multiplicantes. Pero si huviere un quebrado mayor que la unidad , y otro menor , entonces el producto será algunas veces mayor , y otras menor.

La solucion de la tercera dificultad es facil ; porque como el sumar , y restar ha de ser de partidas homogéneas ; ( 42. y 4. ) por esso los quebrados se reducen à un comun denominador , que es hacerlos homogéneos , ò de una misma especie ; pero en el multiplicar , y partir no es preciso que sean homogéneos , ( 58. y 77. ) y así no es necessaria la reduccion.

CAPITULO.

CAPITULO SEXTO.

DEL PARTIR QUEBRADOS.

PROBLEMA I.

PARTIR QUEBRADO A QUEBRADO.

191 **P**ARA partir quebrados es necesario tener grande cuidado en escribirlos , de modo , que el quebrado dividendo esté á la izquierda , y el partidor á la derecha , respeto del que los escribe ; pero no es preciso que el dividendo sea mayor que el divisor , porque puede ser menor. Multiplíquese el numerador del quebrado dividendo por el denominador del divisor , y saldrá el nuevo numerador. Multiplíquense el denominador del dividendo por el numerador del divisor , y saldrá el nuevo denominador.

Se han de partir quatro quintos á tres septimos ; escrivanse como se ve en el exemplo , y multiplicando el numerador 4. del quebrado dividendo , por el denominador 7. del divisor , saldrá el nuevo numerador 28. Multiplicando el denominador 5. del dividendo por el numerador 3. del divisor , saldrá el nuevo denominador 15. con que el quociente será  $\frac{28}{15}$ .

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{28}{15}$$

Otro exemplo : Para partir  $\frac{1}{2}$  por  $\frac{3}{5}$  , multiplico 1. por 5. y tengo el numerador 5. Multiplico 2. por 3. y tengo el nuevo denominador 6. con que el quociente será  $\frac{5}{6}$ . Si se han de partir quebrados compuestos , reduzganse á simples por el Problema 6. y despues se partirán.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{5}{6}$$

*Demonstracion.*

Para entender la demonstracion del partir quebrados , es necesario saber el intento, y fin desta regla ; que es buscar quantas veces entra, ò se contiene el quebrado divisor en el dividendo, el qual es el mismo intento que en el partir enteros. Y tantas veces como el dividendo contiene

tiene al divisor , otras tantas el quociente contiene à la unidad ; y así son porporcionales , el dividendo , divisor , quociente , y unidad ; como consta en los enteros , que partiendo 12. por 4. salen 3. y la misma razon ay de 12. à 4. que de 3. à la unidad : luego si yo pruebo que la misma razon ay de quatro quintos à tres septimos , que de  $\frac{28}{15}$  à la unidad , en el primer exemplo estará clara la demonstracion de la regla. Así lo pruebo.

El numerador 28. y el denominador 15. del quociente han sido producidos de la multiplicacion en cruz de los terminos del quebrado dividendo , por los del divisor : luego la misma razon tiene el dividendo  $\frac{4}{3}$  al divisor  $\frac{3}{2}$  , que el 28. al 15. (144) pues la razon que tiene el 28. al 15. essa misma tiene el quebrado  $\frac{28}{15}$  à la unidad : ( 134 ) luego como  $\frac{4}{3}$  à  $\frac{3}{2}$  así  $\frac{28}{15}$  à la unidad , que es tener la misma razon. Mas facilmente se entenderà esto por el Escolio que pondremos al fin del Capitulo.

## PROBLEMA II.

**PARTIR ENTERO POR QUEBRADO, O AL contrario.**

192 **R** Eduzgase el entero à quebrado , poniendole una unidad debaxo , (160) y hagase la particion , como en el Problema antecedente. Como para dividir 8. à  $\frac{3}{4}$  , reduzgo el 8. à  $\frac{8}{1}$  ; aora hago la division, multiplicando en cruz el 8. por el 4. y el 1. por el 3. sale el quociente  $\frac{32}{3}$ .

$$\frac{8}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{32}{4}$$

Otro exemplo : Se han de partir cinco septimos por 6. reducido el entero será  $\frac{5}{1}$  : aora dividanse los cinco septimos por 6. enteros , multiplicando el 5. por 1. y el 7. por 6. y saldrà el quociente. La demonstracion es la misma de antes.

$$\frac{5}{7} \times \frac{6}{1} = \frac{30}{7}$$

## PROBLEMA III.

**PARTIR ENTERO, Y QUEBRADO POR ENTERO SOLO, ò al contrario.**

193 **R** Eduzgase el entero al quebrado que le acompaña, (162) y hagase la division como antes : como si se han de partir 10. y dos tercios por 8. reducidos los enteros son  $\frac{32}{8}$  , y  $\frac{2}{3}$  ; hagase



hagase la particion, multiplicando el 32. por 1.  
y el 3. por 8. vienen al quociente treinta y dos  
veinte y quatro avos.

$$\frac{32}{3} \times \frac{8}{1} = \frac{32}{24}$$

Otro exemplo : Para partir 8. por 2. y  $\frac{5}{6}$ , reducidos los enteros son  
 $\frac{1}{2}$ , y  $\frac{1}{6}$ , hecha la particion sale el producto  $\frac{4}{17}$ .

## PROBLEMA IV.

**PARTIR ENTERO, Y QUEBRADO, POR  
entero, y quebrado.**

194 **R** Eduzganse los enteros à los quebrados que les acompa-  
ñan, ( 162 ) y hagase la misma operacion: Como pa-  
ra partir 6. y dos tercios à 3. y medio, se reduci-  
rán à  $\frac{20}{3}$ , y  $\frac{7}{2}$ ; multiplicando despues 20. por 2.  
y 3. por 7. saldrà el quociente  $\frac{40}{21}$ . La demonstra-  
cion de todos estos Problemas es la misma que la del  
primero.

$$\frac{20}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{40}{21}$$

### Observaciones.

195 Para partir un entero por quebrado no es menester reducir,  
sino que basta multiplicar el denominador por el entero, para hacer  
el nuevo numerador, y poner por denominador el numerador del  
quebrado: Como partiendo 5. por dos tercios, se multiplican los 5.  
por el denominador 3. y se pondrà el numerador 2. por denominador,  
así  $\frac{15}{2}$ . La razon es manifesta; porque obrando como en el Problema 2.  
se avian de partir  $\frac{5}{1}$  por  $\frac{2}{3}$ , multiplicando en cruz; pues como la unidad  
no aumenta la multiplicacion, basta multiplicar el 5. por 3. y poner el  
numerador 2. por denominador.

196 Pero para partir un quebrado por numero entero, basta mul-  
tiplicar el denominador del quebrado por el entero, y el producto es  
el denominador del quociente, cuyo numerador es el mismo del que-  
brado dividendo: Como para partir de dos quintos à 4. multipliquese el  
4. por 5. y al 20. pongase el numerador 2. así  $\frac{2}{20}$ . La razon consta  
claramente por lo que se dixo en el Parrafo antecedente.

197 Quando los terminos del quebrado dividendo se pueden  
partir enteramente por los del quebrado divisor, como dividiendo  
 $\frac{16}{30}$  por  $\frac{4}{5}$ , estará concluida la division en partir los terminos del  
dividendo por los del divisor: esto es, dividir 16. por 4. y 30. por 5.  
y sale el quociente  $\frac{4}{6}$ ; porque si el quebrado quociente se multiplica  
por

por el divisor, se buelve à restituir el dividendo, que es la prueba del partir.

198 Si los quebrados se reducen à un comun denominador, (154) dividiendo el numerador solo del quebrado dividendo por el numerador del divisor, sin hacer caso del comun denominador, se hallará el quociente reducido à enteros: (quando los ay) Como si se han de partir  $\frac{3}{4}$  à  $\frac{1}{2}$ , reducidos son  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{4}{8}$ ; partase 6. à 4. y vendrán al quociente 1. y dos quartos. Si se han de partir enteros, y quebrados, reduzganse primero los enteros à quebrados, y despues à un comun denominador. Hecho esto se obrará del mismo modo. La razon desto es, porque estando reducidos los quebrados à un comun denominador, los numeradores (en los quales consiste el quebrado) son partes de un mismo todo dividido: esto es, dicen orden à un numero dividido en partes; luego es lo mismo que si los numeradores fueran enteros, y assi la division será del mismo modo que en los enteros.

199 Quando los numeradores de los quebrados son iguales, como  $\frac{4}{5}$   $\frac{4}{6}$  para partirlos basta poner el denominador del divisor  $\frac{4}{5}$  por numerador del quociente; y el denominador del dividendo  $\frac{4}{6}$  por denominador, assi  $\frac{5}{6}$ . Porque como los dos numeradores son iguales, es lo mismo que si fuera un solo numero 4. el qual multiplicando al 5. y al 6. para partir. produce 20. y 24. que tienen la misma razon que 5. à 6. (71) luego los quebrados  $\frac{20}{24}$ , y  $\frac{5}{6}$  son iguales, (137) por ser los terminos proporcionales; luego basta hacer la operacion referida: porque partiendo como enseña la regla, (191) salen  $\frac{20}{24}$ , y obrando deste modo salen  $\frac{5}{6}$ .

200 Quando los denominadores son iguales, ò están reducidos los quebrados à un comun denominador, para partirlos basta poner por numerador el denominador del quebrado dividendo, y por denominador el numerador del divisor; y assi, partiendo cinco septimos à dos septimos, será el producto cinco medios. La razon es la misma.

Para tomar la mitad, tercio, quarto, quinto, &c. de un quebrado, que es lo mismo que partirle por 2. 3. 4. 5. &c. se puede hacer de dos modos; el primero es partir el numerador del quebrado por. 2. 3. 4. 5. &c. quando se puede. (143) El segundo es multiplicar el denominador por los mismos numeros (147); con que para sacar el tercio de  $\frac{6}{8}$ , se partirá el 6. por 3. y quedarán  $\frac{2}{8}$ ; ò se multiplicará el 8. por 3. y serán  $\frac{6}{24}$ , que es lo mismo.

*Escolio.*

Aquí suelen también reparar los principiantes quando ven que muchas veces sale el quociente mayor, que la cantidad que se parte; como partiendo  $\frac{1}{2}$  à  $\frac{1}{4}$ , salen  $\frac{2}{1}$ , que son 2. enteros, lo qual parece contra toda razon; porque el quociente parece que ha de ser menor que el numero dividendo.

La satisfacion deste reparo yá queda insinuada en la demonstracion del primer Problema deste capitulo; porque el partir es buscar quantas veces entra el divisor en el numero dividendo: y un quebrado puede entrar, ò caber en otro muchas veces, como  $\frac{1}{4}$  cabe dos veces en  $\frac{1}{2}$ ; y así no ay que maravillarse, si algunas veces viene al quociente quebrado mayor que el dividendo, y aun muchas veces enteros.

Siempre que el quebrado divisor fuere menor que el dividendo, será el quociente mayor que la unidad; porque à lo menos el divisor cabe una vez en el dividendo. Quando el divisor fuere igual al dividendo, será el quociente una unidad, porque cabe una vez justa. Pero quando el divisor fuere mayor que el dividendo, será el quociente menor que la unidad; porque el divisor no cabe aun una vez en el dividendo.

Por regla general, siempre que el divisor fuere menor que la unidad, será el quociente mayor que el dividendo; porque la misma razon tiene la unidad al quociente, que el divisor al dividendo, como se dixo arriba (191): Luego por la prop. 16. lib. 5. de Enc. la unidad al divisor tendrá la mesma razon, que el quociente al dividendo; pues como por la suposicion la unidad es mayor que el divisor: luego el quociente será mayor que el dividendo; porque si no fuera así, no guardarán la misma razon.

Mas claramente se puede explicar esto con numeros contractos, y se verá, que en la substancia no ay diferencia del partir enteros, ò quebrados; porque (como queda advertido en los confectarios del partir enteros) quando se sabe todo el valor de lo que se merca, ò vende, (à lo que llamamos especie) y el numero de la dicha especie, partiendo se sabrá el valor de una especie. Pues lo mismo sucede en los quebrados. Y supongo que he comprado media vara de cinta, y me cuesta medio real; para saber quanto valdrá una vara, divido el precio  $\frac{1}{2}$  por el numero de las especies, que es  $\frac{1}{2}$  vara, y saldrá  $\frac{2}{2}$ , que es un real, lo qual es certissimo; porque si media vara cuesta medio real, toda la vara costará un real; con que sale mayor el quociente que la cantidad: De suerte, que el fin desta regla es, saber quanto vale un entero, al respeto que un quebrado del mismo entero vale un quebrado del precio del entero.

## CAPITULO SEPTIMO.

DEL EXAMEN DE LA LOGISTICA  
de los quebrados.

201 **L**A prueba real del sumar, restar, multiplicar, y partir quebrados, es la misma que la de los enteros; porque el sumar se examina por el restar: el restar, por el sumar, &c. Como si se han de sumar estos quebrados  $\frac{2}{3}$   $\frac{2}{3}$ , la suma es  $\frac{4}{3}$ ; para hacer la prueba restense los 2. quintos de 5. quintos, y quedarán  $\frac{2}{5}$ , que es otro quebrado.

Para hacer la prueba del restar, se sumará la paga con la resta; como restando tres quartos de cinco sextos, reducidos los quebrados son  $\frac{18}{24}$ , y  $\frac{20}{24}$ , y la resta  $\frac{2}{24}$ ; la qual, si se suma con la paga  $\frac{18}{24}$ , saldrá la deuda  $\frac{20}{24}$ .

El examen del multiplicar será partir el producto por qualquiera de los quebrados multiplicantes, y saldrá el otro: Como si multiplicando dos tercios por dos quartos, salió el producto  $\frac{1}{2}$ ; partiendole por dos tercios, saldrán  $\frac{1}{2}$ , que es lo mismo que dos quartos.

La prueba del partir será multiplicar el quociente por el divisor, y ha de salir el quebrado diviendo: Como si partiendo  $\frac{2}{3}$  à  $\frac{1}{2}$ , sale el quociente  $\frac{4}{3}$ ; multiplicandole por  $\frac{1}{2}$  saldrán  $\frac{4}{6}$ , que es lo mismo que el diviendo dos quintos.

## CAPITULO OCTAVO.

DEL EXERCICIO DE LA LOGISTICA  
de los quebrados.

202 **Q**uestion primera. Con qué numero se han de sumar 5. y un quarto, paraque la suma sea 8. y cinco septimos? Restense los 5. y un quarto de los 8. y cinco septimos, y la resta 3. y  $\frac{1}{2}$  será el numero que se pide.

Quef-

203 Question segunda. De què numero se restaràn dos tercios de cinco quartos , paraque queden  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{4}$  ? Reducidos los quebrados compuestos à simples ( 165 ) , seràn  $\frac{10}{12}$  , y  $\frac{1}{8}$  ; sumense , y la suma  $\frac{92}{96}$  sea el quebrado buscado.

204 Question tercera. Este quebrado  $\frac{2}{3}$  què parte es de  $\frac{1}{2}$  ? Dividase  $\frac{1}{2}$  por  $\frac{2}{3}$  , y saldràn cinco quartos , que es la parte que se busca ; y así digo que los dos quintos son cinco quartos de  $\frac{1}{2}$ .

205 Question quarta. Este quebrado tres quartos , de què numero es el tercio ? Multipliquese el quebrado por 3. y saldràn nueve quartos , que es el numero que se busca.

206 Question quinta. Buscanse dos quebrados , con tal proporcion , que la mitad del uno sea igual à los dos tercios del otro , y la suma de los dos sea un entero justo , que es una unidad. Multipliquense los quebrados  $\frac{1}{2}$  , y  $\frac{2}{3}$  , que señalan las partes , en cruz , y saldràn los numeradores 3. y 4. de los quebrados que se buscan , cuyo denominador es la suma 7. de los numeradores sobredichos ; y así , los quebrados que se buscan son tres septimos , quatro septimos , los quales sumados son iguales à un entero ; y la mitad  $\frac{2}{7}$  de los  $\frac{4}{7}$  , es igual à los dos tercios  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{3}{7}$ .

207 Question sexta. Buscanse dos quebrados , que los tres quintos del uno sean iguales à los dos tercios del otro , y sumados hagan tanto como multiplicados. Multipliquense los quebrados en cruz , y saldràn 10. y 9. los quales serán denominadores , cuyos numeradores serán la suma 19. de los mismos , así  $\frac{10}{19}$   $\frac{9}{19}$ . Pues tomando los  $\frac{3}{5}$  del  $\frac{10}{19}$  , son  $\frac{6}{19}$  ; y los dos tercios del  $\frac{9}{19}$  , son tambien  $\frac{6}{19}$ . Sumando , y multiplicando los  $\frac{10}{19}$  , y  $\frac{9}{19}$  , de entrambos modos salen  $\frac{36}{19}$ .

Question septima. Pedro comprò en Valencia 39. libras y media de seda , limpia de taras , à 23. reales y dos quartos la libra , quantas libras valen ? Escrivanse los numeros , como se vè en la formula , y multipliquense las 36. libras por los 23. reales ; despues multipliquese la media libra por los 23. reales , multiplicando el numerador 1. por 23. y partiendo el producto por el denominador 2. seràn once reales y medio , que se escribiràn , como parece en el exemplo. Multipliquense las 36. libras por los dos quartos , multiplicando el numerador 2.

$$\begin{array}{r}
 36 \quad \frac{1}{2} \\
 23 \quad \frac{2}{4} \\
 \hline
 108 \\
 72 \\
 11 \quad \frac{1}{2} \\
 18 \quad \frac{2}{8} \\
 \hline
 857 \quad \frac{12}{16}
 \end{array}$$

por 36. y partiendo el producto por el denominador 4. serán 18. reales. Ultimamente, multipliquense los dos quartos por un  $\frac{1}{2}$ , y será el producto dos ochavos. Sumese todo (171), y serán 857. y  $\frac{1}{6}$ , ó tres quartos.

Y porque el valor de la seda se ha de dár en libras de Valencia se partirán los 857. reales por 10. que tiene cada libra, y serán 85. libras, y sobran 7. reales, que son 14. sueldos. Ahora se ha de saber el valor del quebrado  $\frac{1}{6}$  de real. (159) Multipliquese el numerador 12. por 24. dineros, que tiene el real, y el producto 288. dividase por el denominador 16. y serán 18. dineros, que es un sueldo, y 6. dineros; añadase el un sueldo á los 14. sueldos de antes, y será todo el valor 85. libras 15. sueldos, y 6. dineros.

208 Question octava. Un Mercader vendió en Madrid 100. varas de tafetan á 9. reales, y tres quartillos de vellon cada vara; quantos reales de á ocho Mexicanos valdrán? Multipliquense las 100. varas por los 9. reales, y tres quartos, (182) y serán 975. reales de vellon; y porque cada real de á ocho Mexicano al presente vale 15. reales de vellon, dividase por 15. y serán 65. reales de á ocho.

$$\begin{array}{r} 100 \\ 9 \frac{3}{4} \\ \hline 900 \\ 75 \\ \hline 975 \end{array}$$

209 Question nona. Un Mercader compró en Castilla 1000. arrobas, y media de aceyte á 20. reales, y medio de vellon cada arroba, y despues las buelve á vender á 22. reales, y un quartillo: quanto gana? Multipliquese la cantidad por el primer precio, y será el valor 20510. reales, y un quartillo. Multiplique otra vez la cantidad por el segundo precio, que es de la venda, y hallará 22261. reales, y un ochavo. Reste la una partida de la otra: esto es, reste lo que le costó la compra, de lo que vale la venda, y hallará 1750. reales, y siete ochavos de ganancia. Advierto en estas dos questions, que por quartillo no entiendo quarto de los que corren en Castilla, que vale 4. maravedis; fino la quarta parte de un real.

$$\begin{array}{r} 1000 \frac{1}{2} \\ 20 \frac{1}{2} \\ \hline 0000 \\ 2000 \\ 500 \\ 10 \\ \hline 20510 \frac{1}{4} \end{array}$$

210 Question decima. Pedro vendió en Valencia 150. cahices, y medio de trigo, por 7. libras, y media el cahiz, y quiere que le paguen en reales de á ocho; quantos le han de dár? Multipliquense los

los 156. y medio por 7. y medio, (184) y serán 1128. libras, y tres quartos de libra, que son 15. sueldos, ò 7. reales, y medio. (159) Ahora reduzganse las libras à reales (76), y juntando los 7. y medio, serán 11287. y medio. Partanse por 9. reales, y tres quartillos, (193) que al presente vale cada real de à ocho en Valencia, y hallarèmos 1157. reales de à ocho, y  $\frac{1}{3}$ .

Pero si quiere que le paguen en doblones, porque el doblon vale en Valencia 38. reales, y medio, partense los 11287. reales, y medio por 38. y medio, y saldràn 293. doblones, y  $\frac{2}{11}$ .

211 Question once. A tres quartos la libra de fruto, quantos maravedis valdrà una arroba en Madrid: Porque la arroba en Madrid tiene 25. libras, y cada quarto son 4. maravedis, y por configuiente los 3. quartos son 12. maravedis: multipliquense las 25. libras por 12. y saldràn 300. maravedis. Si se han de hacer reales, partense por 34. y serán 8. reales, y 28. maravedis.

212 Question doce. Este quebrado  $\frac{4}{8}$ , quantos quintos son: Dividanse los quatro ochavos por un quinto, y vendràn  $\frac{2}{8}$ , que son 2. y medio, con que son dos quintos, y medio.

213 Question trece. Este quebrado  $\frac{3}{4}$ , de qual quebrado es  $\frac{2}{7}$ ? Dividanse los tres quartos por dos septimos, y se hallarán  $\frac{2}{8}$ , por el quebrado que se busca.

214 Question catorce. Quales son los  $\frac{2}{3}$  deste quebrado  $\frac{5}{7}$ ? Saquele el tercio de cinco septimos, multiplicando el denominador por 3. y serán  $\frac{5}{21}$ ; y porque son dos los tercios que se piden, multipliquese el numerador 5. por 2. y serán  $\frac{10}{21}$  los dos tercios de cinco septimos. Con que multiplicando los cinco septimos por los dos tercios (180), sale lo mismo. Y asi, para sacar partes de un quebrado, no ay mas que hacer, que multiplicarle por el quebrado que significa las partes; como para sacar tres septimos de una mitad, multiplicando los quebrados salen  $\frac{3}{14}$ , que son los tres septimos que se buscan.

215 Question quince. Como se hallará un numero que tenga qualquiera partes señaladas, como mitad, tercio, quarto, &c.? Digo, que si se escriven los quebrados que significan las partes, como  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , y se multiplican los denominadores entre si, el producto 24. tendrá mitad, tercio, y quarto, porque es producido de 2. 3. y 4. Luego se puede partir enteramente por los mismos numeros, que es tener mitad, tercio, y quarto.

\* \* \* \* \*



## P A R T E    I I I .

### DE LA LOGISTICA DE LOS NUMEROS

#### Denominados.

**N**UMEROS denominados llaman comunmente á los que numeran especies diferentes ; como libras , sueldos , dineros , reales , arrobas , &c. La logistica destes numeros es la mas difícil de todas , y por esto pide grande cuydado , y aplicacion.

#### CAPITULO PRIMERO.

#### DEL SUMAR NUMEROS DENOMINADOS.

**L**as partidas que se huvieren de sumar han de ser homogeneas , ó de una especie , porque no se sumarán bien libras , sueldos , y dineros , con arrobas , libras , y onzas. No digo que las especies de cada partida sean homogeneas , fino unas partidas con otras.

#### *Preceptos.*

216 Primero : Escribanse las especies cada una debaxo de su semejante , estando las unidades debaxo de unidades , decenas debaxo decenas , &c. de modo , que cada genero de especie forme una columna separada de la otra. El orden de escribirlas ha de ser este : que la especie mas alta , ó de mayor valor esté á la izquierda , y la mas baxa , ó menor á la derecha.

217 Segundo : Comiencese la operacion por la especie mas baxa , sumando las partidas ; y en llegando á hacer el numero que constituye , ó iguala á la especie inmediata mas alta , se hará un señal al lado,

lado , tantas veces , quantas llegare à la especie figuiente , escribiendo lo que sobrare debaxo. Despues se llevarán tantas unidades , como señales huviera , para juntarlas con la columna de la especie figuiente , la qual se sumará del mismo modo. La suma de la ultima columna , qualquiera que fuere , se hará como en los enteros. Esto necesita de practica.

Exemplo I.

Tengo de fumar arrobas , libras , y onzas , peso de Valencia. Comienzo por las onzas , diciendo : 10. y 9. son 19. onzas , donde ay una libra , y sobran 7. onzas , por esso hago un señal al lado del 9. fumo los siete que sobran con los 9. figuientes , y son 16. donde ay otra vez una libra , y por esso hago otro señal , y sobran 4. y 11. son 15. donde ay otra libra , y así hago otro señal , y sobran 3. los quales escrivo debaxo la linea , por ser los ultimos.

Arrobas.	Libras.	Onzas.
16	10	10
3	24-	9-
124	26	9-
15	13-	11-
<hr/>		
160	4	3

Passo à fumar las libras , llevando 3. por otros tantos señales que ay en la serie de las onzas. Pues 3. y 10. son 13. y 24. son 37. donde ay una arroba , que consta de 36. libras , y así hago un señal al lado , y sobra una , el qual junto con 26. son 27. y 13. son 40. donde ay otra arroba , y sobran 4. libras , que escrivo debaxo la linea. Passo à la columna de las arrobas , llevando 2. por otros tantos señales que ay en las libras , y las fumo del modo ordinario , como se vè en la formula.

Exemplo II.

Se han de fumar cahices , hanegas , quartales , y celemines de Aragón. Comienzo por los celemines , diciendo : 3. y 2. son 5. aqui ay un quartal , y así hago un señal al lado , y sobra 1. y 3. son 4. que es otro quartal , y nada sobra , y 1. de abaxo es 1. escrivole debaxo la linea.

Cahiz.	Hane.	Quar.	Cele.
12	7-	2-	3
8	5	1	2-
10	6-	2-	3-
1	3	1	1
<hr/>			
33	7	2	1

Passo à los quartales , llevando 2. y 2. son 4. aqui ay una hanega , y sobra 1. que con 1. son 2. y 2. son 4. aqui ay otra hanega , y sobra 1. y 1. son 2. escrivolas debaxo la linea.

Passo à las hanegas , llevando 2. por otros tantos señales que ay en

en la columna de los quatales , y 7. son 9. donde ay un cahiz , que son 8. hanegas, pongo un señal, y sobra 1. y 5. son 6. y 6. son 12. aqui ay otro cahiz , y sobran 4. y 3. son 7. hanegas , escrivolas , y llevo 2. por otros tantos señales , que hallo en las hanegas , para juntarlos con los cahices , los quales sumarè por el modo ordinario.

### Exemplo III.

Tengo de fumar libras , sueldos , y dineros , moneda de Valencia :

Comienzo por los dineros , diciendo :

	Libras.	Sueldos.	Diner.
3. 0. y 10. son 13. donde ay un sueldo,	360	18-	3
que son 12. dineros , pongo un señal , y	10	19	0
sobra 1. y 11. son 12. pongo otro señal,	840	0	10-
y nada sobra , por esso escrivo un zero.		15-	11-
Paslo à los sueldos , llevando 2. por			
otros tantos señales que hallo en la co-			
luna de los dineros , y 18. son 20. que	1212	14	0

es una libra justa , pongo un señal , y nada sobra; 19. y 0. son 19. y 15. son 34. donde se contiene una libra , y sobran 14. que escrivo debaxo la linea. Despues fumo las libras del modo ordinario , llevando 3. por otros tantos señales que hallo en los sueldos.

Esta misma suma , en quanto à los sueldos , ( los dineros , y libras se fuman del mismo modo ) se suele hacer comunmente de otro modo mas facil. Supongo , pues , que están sumados los dineros , como antes , y que llevo 2. los quales juntandoles con los numeros 8. 9. 0. y 5. de la primer columna de los sueldos, son 24. escrivo el 4. y llevo 2. y 1. 1. y 1. de la segunda columna de los sueldos son 5. decenas de sueldo, o 50. sueldos , que son 2. libras , y 10. sueldos ; pues escrivo 1. al lado del 4. por los 10. sueldos , y llevo 2. libras , para juntarlas con las libras siguientes , como antes.

Para saber con facilidad quantas libras hacen las decenas de sueldo , se guardará esta regla. Si el numero de las decenas es impar , como en el exemplo , que es 5. se quitará 1. el qual se escrivirá debaxo la linea ; y de lo que quedáre , que aqui es 4. se tomará la mitad , la qual será el numero de las libras : si es par , se pondrá zero debaxo la linea , y tomando la mitad de las decenas , será el numero de las libras que se han de llevar , para sumarlas con la columna de las libras.

### Exemplo IV.

Otra vez se han de fumar libras , sueldos , y dineros. Sumando los dine-

Dineros sobra zero , y llevo un sueldo, que con 5. 7. y 8. son 21. escribo el uno, y llevo 2. y 1. 1. y 1. de la segunda columna de los sueldos son 5. decenas , de las quales , porque hacen numero impar, quito uno que escribo , y del residuo 4. tomo la mitad , que son dos libras que guardo para sumarlas con la columna de las libras.

Libras.	Sueld.	Diner.
15	0	3
3	15	0
8	17	9-
25	18	0
<hr/>		
53	11	0

*Exemplo V.*

Supongo que se han de sumar reales de à ocho , sueldos, y dineros, moneda de Valencia ; y aunque este genero de cuenta no està muy puesto en uso , pero porque sirve para entender otras de otros Reynos, me ha parecido conveniente el explicarla.

Hagase la suma , como en el exemplo antecedente, suponiendo , que los reales de à ocho son libras , y serà

23. reales de à ocho 16. sueldos , y 8. dineros. Y porque sumando los sueldos se llevaron 3. reales de à ocho , suponiendo que eran libras de à 20. sueldos , y en la verdad el real de à ocho al presente no vale 20. sueldos , sino 19. sueldos, y 6. dineros , de suerte que faltan 6. dineros, ò un quartillo para 20. sueldos ; es claro , que en las tres libras que se llevaron avia tres quartillos mas , que son un sueldo , y 6. dineros ; porque à cada real de à ocho le falta un quartillo para libra : Luego se han de añadir un sueldo , y 6. dineros ; con que serà la verdadera suma 23. reales de à ocho 18. sueldos , y dos dineros.

4	19	5
12	18	9-
3	19	2
1	19	4
<hr/>		
23	16	8
	1	6
<hr/>		
23	18	2

De otro modo se puede hacer la misma suma, aunque mas cansada. Sumense los dineros, y sueldos solamente , y serán 76. sueldos, y 8. dineros ; reducidos à dineros (76) serán 920. dineros , los quales partidos à 234. dineros que tiene cada real de à ocho , saldrán 3. reales de à ocho , y sobran 218. dineros , que son 18. sueldos , y 2. dineros. (100) Pues sumense los 3. reales de à ocho con la columna de los reales de à ocho , y se hallará la suma misma.

*Exemplo VI.*

Tengo de sumar escudos , reales , y maravedis de Castilla. Su-  
man-

mando los maravedis, digo: 26. y 31. son 57. donde ay un real, que consta de 34. maravedis, y sobran 23. y 30. son 53. donde ay otro real, y sobran 19. maravedis, los quales escrivo debaxo la linea; y llevo dos reales, por otros tantos señales que hallo, y 10. son 12. donde ay un escudo, que son once reales, y sobra 1. y 9. son 10. y 10. son 20. aqui ay otro escudo, y sobran 9. reales, que escrivo; y llevo dos escudos, por otros tantos señales que ay al lado de la coluna de los reales, los quales ajunto con los escudos en la forma ordinaria, y sale la suma 64. escudos 9. reales, y 19. maravedis.

Escud.	Reales.	Marav.
38	10-	26
9	9	31-
15	10-	30-
<hr/>		
64	9	19
	1	18
<hr/>		
64	8	1

Esta suma no es la verdadera, porque los escudos no valen once reales justos, sino once reales, y 26. maravedis; y asi, se ha de corregir, restando dos veces 26. maravedis, que es lo mismo que un real, y 18. maravedis; porque en la coluna de los reales ay dos escudos, y en la operacion los dichos dos escudos se han contado por once reales justos cada uno, sin hacer caso de los 26. maravedis; con que la primer suma està aumentada en dos veces 26. maravedis, y por esso se han restado, para que quede la suma verdadera 64. escudos 8. reales, y un maravedis.

#### Exemplo VII.

Se han de sumar signos, grados, minutos, y segundos. Aunque podría hacer la operacion por la regla general, pero de este otro modo es mas facil. Comenzando por los segundos, ajuntando 4. o. y 2. son 6. y porque no llegan à decena, escrivoles debaxo la linea, y nada guardo; despues sumando 5. 4. y 5. son 14. decenas de segundos, y porque cada minuto tiene 6. decenas, o 60. segundos, las 14. decenas feràn dos minutos, y sobran dos decenas, que escrivo al lado del 6.

Signos.	Grad.	Min.	Segun.
10	26	38	54
9	13	58	40
11	29	0	52
<hr/>			
32	9	38	26

Paslo à la coluna de los minutos, llevando 2. y 8. 8. son 18. minutos, escrivo el 8. y llevo una decena, la qual con 3. y 5. son 9. decenas de minuto; y porque cada grado tiene 6. decenas, o 60. minutos, las 9. decenas ferà un grado, y sobran 3. decenas de minuto, que escrivo debaxo la linea.

Sumando el un grado que llevaba con 6. 3. y 9. hacen 19. grados. escribo los 9. y guardo 1. y 2. 1. y 2. son 6. decenas de grados; y porque cada signo tiene 30. grados, serán las 6. decenas 2. signos justos; por esso nada escribo, y llevo 2. para juntarlos con los signos del modo ordinario; y así será toda la suma 32. signos 9. grados 38. minutos, y 26. segundos.

Aquí es menester advertir, que en las cuentas Astronomicas jamás se nombran, ò numeran mas que 11. signos, porque la Ecliptica se divide en 12. signos; y así lo mas que se numeran son 11. signos, grados, minutos, &c. porque quando llega la suma à 12. signos, se dice que es un circulo ò zero signos; quando passa de los 12. signos, se restan de la suma tantas veces como se pueden; con que como en nuestra suma son 32. signos, se han de restar della los 12. signos tantas veces, quantas se pueda, y quedará la suma en terminos Astronomicos propios 8. signos 9. grados 38. minutos, y 26. segundos.

*Demonstracion.*

La demonstracion del sumar numeros denominados consta claramente del mismo modo de obrar; porque cada columna se suma como en el modo, ordinario de sumar enteros; à mas desto, se guardan tantas unidades para juntarlas con la especie mayor siguiente, quantas veces la especie menor iguala, ò cumple à la mayor; porque las dichas unidades ya no son de la especie menor, sino de la mayor siguiente.

CAPITULO SEGUNDO.

DEL RESTAR NUMEROS DENOMINADOS.

**P**ara restar numeros de diferentes especies, la deuda, y paga han de ser homogeneas, como queda advertido en el restar enteros; la resta tambien sale homogenea con la paga, y deuda.

*Preceptos.*

217 Primero: Escrivase el numero menor debaxo del mayor, como se dixo en el restar enteros, de fuerte, que unas especies correspondan à otras, y tirese una linea por debaxo.

Segun-

218 Segundo: Comenzando la operacion de la especie menor; à mas baxa, restese el numero inferior del superior; y si no se puede hacer la resta, por ser el numero de arriba menor, tomese la diferencia del numero inferior à la especie mayor siguiente; la qual diferencia, sumada con el numero superior, se escribirà debaxo la linea, llevando 1. para juntarlo con el numero inferior de la especie immediate siguiente.

*Exemplo I.*

Se han de restar marcos, onzas, adarmes, y granos, peso Valenciano. Resto 34. granos de 31. y porque no puedo, digo: de 34. hasta 36. granos, que es el adarme, vãn 2. y 31. son 33. escrivoles, y llevo 1. para juntarlo con el 10. de los adarmes, y serán 11. resto aora 11. adarmes de 8. y porque no puedo, digo: de 11. hasta 16. adarmes que tiene la onza van 5. y 8. de arriba son 13. escrivoles, y llevo 1. para juntarle con el 6. de las onzas, y serán 7. resto 7. onzas de 7. de arriba, queda zero, y nada llevo; resto ultimamente 3. marcos de 8. y quedan 5. que escrivo debaxo la linea; con que restan 5. marcos ninguna onza 13. adarmes, y 33. granos. Desta modo suelen pesar el oro los Plateros.

Marc.	Onzas.	Adar.	Gran.
8	7	8	31
3	6	10	34
<hr/>			
5	0	13	33

*Exemplo II.*

Tengo de restar canas, palmos, y quartos, medida de Cataluña. Resto un quarto de dos, y queda uno que escrivo debaxo la linea. Resto 7. palmos de 6. y porque no puedo, digo: de 7. palmos hasta 8. que tiene la cana, vãn 1. y 6. de arriba son 7. escrivoles, y llevo 1. para juntarle con las 3. canas, y son 4. Resto aora 4. de 4. queda zero, y està concluda la resta.

Canas.	Palmos.	Quartos.
4	6	2
3	7	1
<hr/>		
0	7	1

*Exemplo III.*

Tengo de restar libras, sueldos, y dineros, moneda de Valencia, ò Aragon. Resto 9. de 3. dineros, y porque no puedo, digo: de 9. dineros hasta 12. que tiene el sueldo vãn 3. y 3. de arriba son 6. escrivoles; y llevo 1. para sumarle

Libras.	Sueldos.	Dineros.
36	18	3
15	8	9
<hr/>		
21	9	6

con



con los 8. sueldos , y serán 9. restados de 18. quedan 9. Resto ultimamente 15. de 36. y quedan 21.

*Exemplo IV.*

Otra vez se ha de restar la misma moneda. Quito 8. dineros de 6. y porque no puedo , digo : de 8. à 12. vãn 4. y 6. de arriba son 10. escrivoles debaxo la linea , y llevo 1. para juntarlo con los 16. sueldos , y son 17. resteles de 12. y porque no puedo, digo : de 17. hasta 20. sueldos que tiene la libra vãn 3. y 12. de arriba son 15. escrivoles , y llevo 1. para fumarle con las 3. libras , y son 4. restadas de 10. quedan 6. que escrivo , y està concluída la resta. Podia restar los sueldos de otro modo , diciendo : 1. que llevo , y 6. son 7. restados de 2. no puedo; pues digo : de 7. hasta 10. vãn 3. y 2. de arriba son 5. escrivoles , y llevo 1. el qual junto con el 1. del 16. son 2. decenas ; restados del 1. del 12. no puedo ; pues digo : de 2. hasta 2. decenas vá nada , y 1. de arriba es 1. que escrivo , y llevo 1.

Libras.	Sueldos.	Diner.
10	12	6
3	16	8
<hr/>		
6	15	10

*Exemplo V.*

Se han de restar signos , grados , minutos , y segundos. Aunque puedo obrar del mismo modo , pero de este otro será mas facil. Resto 0. de 4. y quedan 4. Resto 5. decenas de 3. y porque no puedo, digo : de 5. hasta 6. decenas de segundos vá 1. y 3. de arriba son 4. escrivoles , y llevo 1. el qual junto con el 4. de los minutos, y son 5. resteles de 2. y porque no puedo, digo : de 5. hasta 10. van 5. y 2. de arriba son 7. escrivoles , y llevo 1. el qual fumo con el 3. de abaxo , y son 4. resto 4. decenas de minutos de 5. y resta 1. que escrivo. Passo à los grados , diciendo : quien deve 5. y pagò 0. queda à dever 5. despues , quien deve 1. decena de grados , y paga 2. no puede , pues de 2. decenas , hasta 3. decenas de grados , que hacen un signo vá 1. y 1. de arriba son 2. que escrivo debaxo las decenas de grados , y llevo 1. signo , para juntarle con los 2. de abaxo , y son 3. restados de 3. de arriba queda zero.

Sign.	Grad.	Minut.	Segund.
3	15	52	34
2	20	34	50
<hr/>			
0	25	17	44

*Exemplo VI.*

Para restar dias , horas , minutos , y segundos , segun el computo Astronomico , es menester advertir, que los Astronomos no usan del modo de contar civil de las horas hasta 12. y de alli hasta otras 12. fino que cuentan seguidamente hasta la 24.

Dias.	Horas.	Minut.	Segun
12	19	38	5
6	23	0	43
<hr/>			
5	20	37	22

Esto supuesto, comienzo la operacion por los segundos , diciendo : Quien de 5. quita 3. le quedan 2. escrivolos. Quien de ninguna decena de segundo quita 4. no puede , pues de 4. decenas hasta 8. ván 2. escrivolas , y passo á los minutos , llevando 1. el qual con el zero es 1. restado de 8. quedan 7. y nada guardo ; escrivo el 7. y al lado pongo las 3. decenas de minuto , porque debaxo no tienen guarismo alguno.

Aora las horas se han de restar por entero. Resto , pues , 23. horas de 19. y porque no puedo , digo : de 23. hasta 24. que es el dia , vá 1. y 19. de arriba son 20. escrivo el 20. y llevo un dia , el qual con el 6. de abaxo hace 7. resto , pues , 7. de 12. y quedan 5. dias.

*Demonstracion.*

Toda la dificultad consiste en demostrar la regla , quando el numero inferior es mayor que el superior ; porque quando es menor por si misma es manifesta. Pero quien huviere percibido bien la demonstracion del restar enteros , no le será dificultoso aplicarla á los numeros denominadores , porque es casi la misma , y asi no la repito.

## CAPITULO TERCERO.

DEL MULTIPLICAR NUMEROS.  
*denominados.*

**E**sta regla es la mas dificil de toda la Logistica , y asi pondré todo cuydado en explicarla , reduciendola á Problemas , y cada uno resolviendole por diferentes modos , paraque el estudioso pueda elegir el que le pareciere mas proporcionado á su gusto. Es tambien conveni-

niente saber diferentes modos de obrar ; porque á mas de tener eleccion , sucede aqui muchas veces , que un mismo genero de cuenta , con unas circunstancias , se puede formar facilmente por un modo , y con otras no ; sino que es preciso , para facilitar la operacion , recurrir á otro modo mas proporcionado.

## PROBLEMA I.

### *MULTIPLICAR UNA ESPECIE POR OTRA.*

220 **E**ste Problema no encierra otra dificultad, mas que el multiplicar enteros: Como si Pedro comprò 30. libras de manzanas á 6. dineros la libra , multiplicando 30. por 6. salen 180. dineros, que son 15. sueldos. Otro exemplo : Un Mercader vendió 361. varas de lienzo por 164. maravedis cada vara , para saber quanto valen todas , multipliquense las 361. vara por los 164. maravedis, y se hallarán 59204. maravedis , que son 1741. reales de vellon , y 10. maravedis. La demonstracion es la misma que la de multiplicar enteros.

## PROBLEMA II.

### *MULTIPLICAR UNA ESPECIE POR OTRA ESPECIE, y quebrado.*

221 **E**ste Problema es el mismo que multiplicar entero por entero , y quebrado. ( 182 ) Pedro comprò 10. cavallos á 25. libras , y dos tercios cada uno ; para saber lo que valen multiplique 10. por 25. y dos tercios , y hallará 256. libras y dos tercios. Otro exemplo : Pedro comprò 250. libra de seda á 24. reales y tres quartos la libra ( supongo que está quitada la tara. ) Multiplique 250. por 24. y tres quartos ( 182 ) , y hallará 6187. reales y medio. La demonstracion está dada en el multiplicar entero por entero, y quebrado.

## PROBLEMA III.

### *MULTIPLICAR UNA ESPECIE POR DOS ESPECIES.*

#### *Precepto.*

222 **M**ultipliquese la especie mas alta del multiplicador por la cantidad ( 220 ) , y de dicha cantidad saquese al

la parte , ò partes , que la especie menor del multiplicador fuere , respeto de la mayor , ò mas alta , y sumandolas con el producto antecedente , será todo el valor que se busca.

*Exemplo I.*

Para saber 30. cahices de trigo à 5. libras , y 10. sueldos , moneda de Aragon , quanto valen ; multiplico 30. por 5. y salen 150. libras : Y porque los 10. sueldos es mitad de la libra , saco la mitad de la cantidad 30. la qual es 15. libras , porque la cantidad supone agora por libras , y añadiendolas á las 150. libras , será todo el valor de los 30. cahices 165. libras.

$$\begin{array}{r}
 30 \\
 5 \text{ lib. } 10. \text{ suel.} \\
 \hline
 150 \text{ lib.} \\
 15 \text{ lib.} \\
 \hline
 165 \text{ lib.}
 \end{array}$$

*Demonstracion.*

La razon de esto es clara ; porque si cada cahiz valiera 5. libras justas , seria todo el valor 150. libras ; y si cada cahiz valiera 6. libras : esto es , una libra mas , creceria el primer valor 30. libras , y así seria 180. libras ; porque multiplicar los 30. cahices por 5. libras , es tomarlos cinco veces ; y multiplicarlos por 6. es tomarlos seis veces. ( 57 ) Luego como en 6. ay una libra mas que en 5. avrà 30. libras mas en el valor segundo , que en el primero. Pues como en el exemplo propuesto el precio de cada cahiz es 5. libras 10. sueldos , y los 10. sueldos es mitad de la libra , crecerà el valor correspondiente à las 5. libras ( que son 150. libras ) la mitad de 30. libras , que son 15. Esto es , si en el precio se añadiera una libra mas , creceria el valor total 30. libras. Luego si se añade media libra , crecerà la mitad de 30. que son 15. libras.

*De otro modo.*

123 Multipliquense los 10. sueldos por los 30. cahices , y serán 300. sueldos ; despues multipliquense los 30. cahices por 5. libras , y serán 150. libras ; conviertanse los 300. sueldos en libras , y serán 15. las quales añadidas á las 150. libras , harán el valor total de 165. libras.

$$\begin{array}{r}
 30 \text{ cahices} \\
 5 \text{ lib. } 10. \text{ suel.} \\
 \hline
 150 \text{ lib. } 00. \text{ suel.} \\
 15 \text{ lib.} \\
 \hline
 165 \text{ lib.}
 \end{array}$$

*De otro modo.*

124 Debaxo los sueldos escrivase el numero 20. que son los sueldos

dos que hacen una libra, y será el quebrado  $\frac{1}{20}$  de libra, al qual se reducirán las 5. libras, (76) y será el quebrado  $\frac{1}{20}$  de libra; multipliquese por 30. (181) y será el producto  $3\frac{3}{20}$ , cuyo valor (159) es 165. libras.

30 cahices.  
5 lib.  $\frac{1}{20}$  sueld.

---

*De otro modo.*

225 Reduzganse las 5. libras y 10. sueldos à sueldos, (76) y serán 110. sueldos; multipliquense los 30. cahices por 110. sueldos, y serán 3300. sueldos; reduzgase à libras, (100) y serán 165. libras.

*Exemplo II.*

Quiero saber quanto valdrán 10. varas de paño à 3. libras y 5. sueldos la vara. Multiplico las 10. varas por 3. libras, y son 30. libras. Ahora porque los 5. sueldos son la quarta parte de la libra, saco el quarto de 10. que es lo mismo que partir 10. à 4. y salen 2. libras y 10. sueldos; escrivolas debaxo de las 30. libras, y hecha la suma, hallo, que las 10. varas valen 32. libras y 10. sueldos. La razon es la misma; porque como à mas de las 3. libras ay 5. sueldos, que es la quarta parte de una libra, tambien à mas de las 30. libras, que es el producto de 10. por 3. ha de aver una quarta parte de la cantidad, que representa libras.

10 varas.  
3 lib. 5 sueld.

---

30 lib.  
2 lib. 10 sueld.

---

32 lib. 10 sueld.

*De otro modo.*

Multipliquense los 5. sueldos por las 10. varas, y serán 50. sueldos, que son 2. libras y 10. sueldos, las quales se añadirán al producto de 10. por 3. libras, y serán 32. libras y 10. sueldos.

*De otro modo.*

Debaxo los sueldos ponganse 20. y será el quebrado  $\frac{5}{20}$ . Multipliquense, pues, las 10. varas por 3. y  $\frac{5}{20}$ , (181) y serán  $6\frac{5}{20}$ , que hacen 32. libras y 10. sueldos.

10 varas.  
3 lib. 5 sueld.

---

*De otro modo.*

Reduzganse las 3. libras y 5. sueldos à sueldos, y serán 65. sueldos, multipliquense por las 10. varas, y el producto 650. sueldos, reducido à libras, será 32. libras y 10. sueldos.

*Exemplo III.*

Un Mercader compra 1240. quintales de azucar à 12. libras y 15. sueldos el quintal; para saber lo que valen, multipliqueles por las 12. libras; despues, para no fatigarse la cabeza, ni exponerse à errar, tire una linea perpendicular por el lado izquierdo de la formada, y porque los 15. sueldos no son parte aliquota de la libra, sino aliquanta, dividales en partes aliquotas, las menos que pueda, y mas proporcionadas: esto es, dividales en 10. y en 5. escribiendoles al lado de la linea perpendicular, como parece en la formula.

1240 quintales.

12 lib. 15. sueld.

10  
5

2480
1240
620
310

15810 lib.

Esto supuesto, porque 10. sueldos son media libra, saque la mitad de 1240. escribiendola en derecho de los 10. sueldos del lado, y será 620. libras; y porque los 5. sueldos son mitad de los 10. saque mitad de la mitad 620. Escribiendola tambien en derecho de los 5. sueldos, poniendo las unidades debaxo unidades, decenas debaxo decenas, &c. y será 10. libras. Sumelo todo, y hallará el valor de 15810. libras. La razon de este modo de obrar, supuesto la doctrina antecedente, por si misma es manifesta.

*De otro modo.*

Multipliquense los 1240. quintales por los 15. sueldos, y serán 18600. sueldos, que hacen 930. libras, añadanse al producto de 1240. por las 12. libras, y será todo el valor las mismas 15810. libras.

*De otro modo.*

Debaxo los sueldos pongase el numero 20. y será el quebrado  $\frac{15}{20}$ . Multipliquese aora los 1240. quintales por 12. libras y  $\frac{15}{20}$ , ó  $\frac{3}{4}$ , que todo es uno, y se hallará la misma suma del valor.

1240 quintales.

12 lib.  $\frac{15}{20}$  sueld.*De otro modo.*

Reducidas las libras à sueldos serán 255. sueldos, por los quales se multiplicará la cantidad, y saldrán 316200. sueldos, los quales convertidos en libras, darán el mismo valor.

*Exem.*

*Exemplo IV.*

Un Platero compra 7. onzas de oro à 14. libras y 19. sueldos la onza , pregunta quanto valdrá. Multiplico las 7. onzas por 14. libras ; y porque los 19. sueldos no son parte aliquota de la libra , los divido en aliquotas 10. 5. y 4. escribiendolas al lado, como parece en la formula ; y porque los 10. sueldos son mitad de la libra, saco mitad de la cantidad , que es 3. libras y 10. sueldos , y la escribo enfrente de los 10. sueldos del lado. Despues , porque 5. sueldos son mitad de 10. saco mitad de la mitad 3. libras y 10. sueldos , y será una libra y 15. sueldos. Finalmente , porque los 4. sueldos son la quinta parte de la libra , saco quinto de la cantidad 7. que es dividirla por 5. y hallo una libra y 8. sueldos. Sumandolo todo , hallarè 104. libras y 13. sueldos , por el valor deseado.

	7 onzas.
	14 lib. 19 suel.
	<hr/>
	28
	7
10	3 lib. 10 suel.
5	1 lib. 15 suel.
4	1 lib. 8 suel.
	<hr/>
	104 lib. 13 suel.

Los otros modos de formar la misma cuenta no tienen especial dificultad , y así los omito por no ser molesto.

*Exemplo V.*

Pedro vendió 10. varas de lienzo à 6. sueldos y 6. dineros la vara, para saber quanto valen , multiplico 10. por 6. sueldos , y hallo 60. sueldos. Y porque 6. dineros son la mitad de un sueldo, saco la mitad de 10. y serán 5. sueldos , que escribo debaxo los 60. y hecha la suma serán 65. sueldos , ò 3. libras y 5. sueldos.

10 varas.
6 suel. y 6. din.
<hr/>
60 suel.
5 suel.
<hr/>
65 suel.

La razon es la misma que la del primer exemplo ; porque si el precio fueran 6. sueldos justos, sería el valor 60. sueldos, y si fueran 7. sueldos , sería el valor 10. sueldos mas: esto es , 70. sueldos. Luego si el precio es 6. sueldos y medio , será el valor 60. sueldos , y mas la mitad de 10. que es 5. sueldos.

*De otro modo.*

Despues de multiplicada la cantidad 10. varas por los 6. sueldos, multipliquese la misma por 6. dineros , y serán 60. dineros , ò 5. sueldos , añadense al producto de 10. por 6. sueldos ; y será todo el valor 65. sueldos.



*De otro modo.*

Debaxo de los 6. dineros ponganse 12. que son los dineros que hacen un sueldo, y será el precio 6. sueldos y  $\frac{6}{12}$ , ó  $\frac{1}{2}$ . Multiplíquese ahora la cantidad 10. varas por 6. sueldos y medio, (182) y serán los mismos 65. sueldos.

*De otro modo.*

Reducido el precio à la menor especie serán 78. dineros, los quales multiplicados por 10. serán 780. dineros, los quales reducidos à sueldos serán 65. sueldos.

*Exemplo VI.*

Supongo que las mismas 10. varas de lienzo se vendieron à 6. sueldos y 8. dineros; para saber quanto valen, despues de multiplicadas por los 6. sueldos, tiro una linea perpendicular al lado, y porque los 8. dineros no son parte aliquota del sueldo, dividoles en aliquotas 6. y 2. que escrivo al lado; y porque 6. dineros son la mitad del sueldo, saco la mitad de la cantidad, que será 5. sueldos, y la escrivo enfrente de los 6. dineros; y porque los 2. dineros del lado son el tercio de 6. saco la tercera parte de lo que le corresponde al 6. que son 5. sueldos, y será un sueldo y 8. dineros, que tambien escrivo; hecha la suma hallo el valor de 66. sueldos y 8. dineros.

10 varas.

6 suel. y 8 din.

	60
6	5
2	1 sueldo 8 din.

66 sueldos 8 din.

Podia dividir tambien los 8. dineros en 4. y 4. y porque el 4. es tercio de un sueldo, sacar la tercera parte de la cantidad, y ponerla dos veces, por razon de los dos quartos, y seria lo mismo. Los otros modos omito, por no tener especial dificultad.

*Exemplo VII.*

Un aposento rectangulo: esto es, cuyas paredes están à esquadra, se ha de pavimentar de azulejos ordinarios; tiene de ancho 5. varas, y de largo 8. varas y tres palmos: quantos azulejos entrarán? Multiplico las 5. varas por 8. y 3. palmos, así: Multiplico 8. por 5. y son 40. y porque

5 varas

8 var. y 3 palm.

	40
2	2 var. 2 palm.
1	1 var. 1 palm.

43 var. 3 palm.

los

los 3. palmos no son parte aliquota de la vara , dividoles en aliquotas 2. y 1 escribiendolas al lado ; pues porque 2. palmos es la mitad de la vara, fago la mitad de 5. varas, que seràn 2. varas y 2. palmos ; y por que un palmo es mitad de 2. palmos , fago la mitad de lo que corresponde à los 2. palmos : esto es , de 2. varas y 2. palmos , y será una vara y un palmo ; hago la suma , y hallo que tiene 43. varas quadras y 3. palmos , las quales reducidas á palmos seràn 175 palmos quadros ; y porque en cada uno caben 4. azulejos ordinarios , multiplico los 175. palmos por 4. y hallarè 700. azulejos. Dexo los otros modos , por no tener dificultad.

# PROBLEMA IV.

MULTIPLICAR UNA ESPECIE POR OTRAS DOS,  
y quebrado.

*Precepto.*

225 **M**ultiplicada la cantidad por las dos especies , como se hizo en el Problema antecedente, multipliquese otra vez la cantidad por el quebrado , ( 181 ) y saldrà un quebrado , respecto de la especie menor , el qual reducido à enteros ( 159 ) se añadiràn al primer , ò primeros productos ; despues sumado todo , será el valor que se busca.

*Exemplo I.*

Un Mercader vende 8. arrobas de azucar à 2. libras 16. sueldos y dos quintos de sueldo la arroba ; para saber quanto valdràn multipliquo las 8. arrobas por las 2. libras, y salen 16. libras. Y porque los 16. sueldos no son parte aliquota de la libra, refuelvolos en aliquotas 4. 4. 4. 4. las quales escribo al lado ; pues porque los 4. sueldos son el quinto de la libra , fago quinto de la cantidad 8. y será una libra y 12. sueldos ; porque el quinto de 8. 1. y sobran 3. libras , que son 60. sueldos , cuyo quinto son 12. sueldos. Y porque ay quatro quattros , escribo quatro veces el dicho quinto , como se vé en la formula.

8 arrobas.

2 lib. 16 suel. y  $\frac{2}{5}$

	16 lib.
4	1 lib. 12 suel.
4	1 lib. 12 suel.
4	1 lib. 12 suel.
4	1 lib. 12 suel.
	3 suel. $\frac{1}{5}$
	22 lib. 11 suel. $\frac{1}{5}$

Hecho esto, multiplico las 8. arrobas por el quebrado  $\frac{2}{5}$ , y despues busco el valor del producto, lo qual se hará deste modo: Multiplico las 8. arrobas por el numerador 2. y dividiendo el producto 16. por el denominador 5. saldrán 3. enteros, y  $\frac{1}{5}$ : y porque el quebrado es de sueldo, los 3. enteros serán sueldos, los quales escribo, como parece; sumo todos los productos, y hallo el valor 22. libras 11. sueldos  $\frac{1}{5}$ .

Este Problema está ya demonstrado en los antecedentes; porque el multiplicar una especie por otras dos, queda probado en el Problema antecedente. El multiplicar una especie por quebrado, consta por el multiplicar entero por quebrado: (182) luego como este Problema solo contenga el multiplicar una especie por otras dos, y à mas desto, quebrado, estará todo demonstrado.

*De otro modo.*

Multipliquense las 8. arrobas por todas las especies del multiplicador, y serán 16. libras 128. sueldos y  $\frac{16}{5}$ . Reduzganse los  $\frac{16}{5}$  à sueldos, y los sueldos à libras, y serán 22. libras 11. sueldos y  $\frac{1}{5}$ .

$$\begin{array}{r}
 8 \text{ arrobas.} \\
 2 \text{ lib. } 16 \text{ sueld. } \frac{2}{5} \\
 \hline
 16 \text{ lib. } 128 \text{ sueld. } \frac{16}{5} \\
 \hline
 22 \text{ lib. } 11 \text{ sueld. } \frac{1}{5}
 \end{array}$$

*De otro modo.*

Debaxo de los 16. sueldos pongase el denominador 20. y será el quebrado  $\frac{16}{20}$ . Esto supuesto, reduzganse las 2. libras à  $\frac{16}{20}$ , (162) multiplicandolas por el denominador 20., y al producto 40. añadiendo el numerador 16. será el quebrado reducido  $\frac{56}{5}$ . El quebrado  $\frac{2}{5}$  es quebrado de parte de  $\frac{56}{5}$ ; pues incorporese en él, (168) multiplicando los denominadores 20. por 5. y será el nuevo denominador 100. Para hallar el nuevo numerador se multiplicará el numerador 56. por el denominador 5. y al producto 280. se añadirá el numerador 2. y será el quebrado incorporado  $\frac{282}{100}$  de libra.

$$\begin{array}{r}
 8 \text{ arrobas.} \\
 2 \text{ lib. } \frac{16}{20} \text{ sueld. } \frac{2}{5} \\
 \hline
 \end{array}$$

Multipliquese agora la cantidad 8. por  $\frac{282}{100}$  (181), multiplicando el 8. por el numerador 282. y saldrá el quebrado  $\frac{2256}{100}$ , cuyo valor (159) es 22. libras 11. sueldos y  $\frac{1}{5}$ .

*De otro modo.*

Reducidas las 2. libras y 16. sueldos à sueldos, serán 56. sueldos  
los

los quales se reducirán á dos quintos , y serán  $2\frac{8}{5}$  de sueldo. (162) Multipliquese ahora la cantidad 8. arrobas por  $2\frac{8}{5}$  de sueldo , (181) y será el producto  $22\frac{56}{5}$  de sueldo , cuyo valor es 451. sueldos y un quinto , que son 22. libras 11. sueldos y un quinto.

Exemplo II.

Pedro compra 4. onzas de canela à 3. sueldos 8. dineros y dos tercios de dinero ; para saber quanto valen , multipliquense las 4. onzas por los 3. sueldos , y serán 22. sueldos. Ahora , porque los 8. dineros no son parte aliquota del sueldo , dividanse en aliquotas 4. 4. las quales se escribirán al lado ; y porque 4. dineros son el tercio de un sueldo , saquese el tercio de la cantidad 4. y será 1. sueldo y 4. dineros , porque la cantidad supone ahora por sueldos ; escrivase otra vez el dicho tercio , porque ay otro 4.

4 onzas.	
3 suel. 8 din. $\frac{2}{3}$	
4	12
	1 suel. 4 din.
	1 suel. 4 din.
	2 din. $\frac{2}{3}$
14 suel. 10 din. $\frac{2}{3}$	

Multipliquese la cantidad por dos tercios de dinero , y serán ocho tercios , ó 2. dineros y  $\frac{2}{3}$ . Sumese todo , y saldrá el valor 14. sueldos 10. dineros y  $\frac{2}{3}$  de dinero. Los otros modos no tienen especial dificultad.

Exemplo III.

Pedro comprò 6. varas de terciopelo à 4. libras 17. sueldos dos quintos de sueldo y mitad de quinto de sueldo la vara ; para saber quanto valen , multiplico las 6. varas por las 4. libras ; despues , porque 17. sueldos no son parte aliquota de la libra , resuelvolos en aliquotas 10. 5. 2. y escrivelas al lado ; y porque 10. sueldos es la mitad de la libra , faco mitad de 6. y serán 3. asimismo porque 5. sueldos es mitad de 10. faco mitad de 3. que es lo que le corresponde á los 10. sueldos , y será 1. libra y 10. sueldos ; y porque los 2. sueldos son la quinta parte de 10. faco el quinto de 3. libras , que es lo que corresponde á los 10. sueldos ; y porque de 3. libras no puedo sacar el quinto sin resolverlas en sueldos ;

6 varas.	
4 lib. 17 suel. $2\frac{1}{2}$	
10	24 lib.
	3 lib.
	1 lib. 10 suel.
	12 suel.
5	3 suel.
2	
29 lib. 5 suel.	

dos, refuelvólas, y serán 60. sueldos, cuyo quinto son 12. sueldos.

Hecho esto, porque el medio es parte de un quinto, le incorporo así (168): Multiplico los denominadores 5. por 2. y será el nuevo denominador 10. multiplico el numerador 2. por el denominador 2. y al producto 4. añadiendo el numerador 1. será el nuevo numerador 5. y el quebrado reducido  $\frac{1}{2}$  de sueldo. Multiplico ahora las 6. varas por  $\frac{1}{2}$  de sueldo, y saldrán  $\frac{3}{10}$ , que son tres sueldos justos. Sumo todo, y hallo el valor 29. libras y 5. sueldos.

#### De otro modo.

Déboxo de los 17. sueldos pongase el denominador 20. y reduciendo las 4. libras al quebrado  $\frac{17}{20}$  (162), serán  $\frac{27}{20}$  de libra; después incorpórense unos quebrados en otros, deste modo: Multipliquense los denominadores 20. por 5. y saldrá el nuevo denominador 100. para hallar el nuevo numerador, multipliquese el numerador 97. por el denominador 5. y al producto 485. añádase el numerador 2. y será el quebrado  $\frac{487}{100}$ , en el qual se incorporará del mismo modo el quebrado  $\frac{1}{2}$ , multiplicando los denominadores 100. por 2. serán 200. el nuevo denominador; para el nuevo numerador, multipliquese el numerador 487. por el denominador 2. y al producto 974. añádase el numerador 1. y será el quebrado  $\frac{975}{200}$  de libra; por el qual se multiplicarán las 6. varas, y saldrán  $\frac{5850}{200}$  de libra, cuyo valor (159) es 29. libras y 5. sueldos.

6 varas  
4 libras.  $\frac{17}{20}$  suel.  $\frac{2}{5}$

---

### PROBLEMA V.

*MULTIPLICAR UNA ESPECIE POR OTRAS muchas.*

226 **E**L que huviere entendido los Problemas antecedentes, no hallará dificultad en este; porque solo añade el ejercicio de la multiplicacion por diferentes exemplos.

#### Exemplo I.

Pedro compró 40. arrobas de azucar à 3. libras un sueldo y un dinero la arroba, y quiere saber quanto valen. Multiplique la cantidad 40. arrobas por la especie mas alta del multiplicador, que son las 3. libras, y saldrán 120. libras. Ahora passo à multiplicar la segunda espe-

especie , que son sueldos ; y pues un sueldo es la vigesima parte de la libra , faco la misma parte de la cantidad 40. la qual supone aora por libras , que es lo mismo que partirla por 20. y saldràn 2. libras , que escrivo debaxo de las 120. libras.

40 arrobas.

3 lib. 1 suel. 1 din.

---

120 lib.

2 lib.

3 suel. 4 din.

---

122 lib. 3 suel. 4 din.

Paslo à la tercer especie del multiplicador , que es dineros , y porque un dinero es la duodecima parte del

sueldo , faco dozavo de la cantidad 40. que aora supone por sueldos ; partiendo 40. à 12. caben 3. sueldos , y sobran 4. los quales reducidos à dineros son 48. dineros , y partidos à 12. caben à 4. con que el dozavo de 40. sueldos son 3. sueldos y 4. dineros , que escrivo en su lugar. Hago la suma , y salen 122. libras 3. sueldos y 4. dineros , por el valor de las 40. arrobas de azucar.

*Demonstracion.*

Si el precio de cada arroba fueran solas 3. libras, las 40. arrobas valieran 120. libras solas ; y si dicho precio fuera una libra mas; esto es, 4. libras , valieran las 40. arrobas 160. libras : esto es , 40. libras mas que antes ; de fuerte, que por cada unidad que se aumenta el precio , crece el valor una vez mas el numero de la cantidad , ò especie que se multiplica : luego aviendo en el precio un sueldo , à mas de las tres libras crecerà el valor correspondiente à las dichas 3. libras una vigesima parte de la cantidad 40. porque un sueldo es la vigesima parte de la libra ; y si huviera 2. sueldos , creceria dos vigesimos ; si 3. sueldos , tres vigesimos , &c. De donde consta claramente, que multiplicando la segunda especie , que aqui son sueldos , la cantidad supone, ò representa à la especie immediate mayor del mutiplicador , que aqui son libras : porque aumentandose el precio una libra , crece el valor 40. libras : aumentandose parte de una libra , crecerà el valor la misma parte de las 40. libras.

Supuesto, pues, que por cada sueldo que ay en el precio, à mas de las libras , crece el valor una vigesima parte de 40. libras , se infiere claramente, que por cada un dinero que aya en el precio, à mas de los sueldos , crecerà el valor un dozavo de dicha vigesima parte , porque un dinero es el dozavo de un sueldo, y la dicha vigesima parte corresponde à un sueldo : luego si se faca el dozavo de dicha vigesima parte , que aqui son 2. libras, será lo que corresponde à un dinero; y como la sobre-

di-

dicha vigesima parte ha provenido de la division de las 40. libras por 20. sueldos, si ella se multiplica por los mismos 20. sueldos, para poder mas facilmente sacar el dozavo, reduciendo las libras de la vigesima parte à sueldos, bolverà à restituírse la misma cantidad 40. pero no en especie de libras, sino de sueldos; y esta es la causa porque sacando partes por razon de los dineros, la cantidad supone, ò representa sueldos.

De donde se infiere, que en qualquier multiplicacion de numeros denominados, multipliando la cantidad por la especie mayor, el producto es homogeneo à la dicha especie mayor; sacando partes por razon de la especie proxime menor, la misma cantidad supone por la especie immediate mayor; y sacando partes por razon de la tercer especie, la cantidad supone por la especie antecedente mayor; de fuerte, que sacando qualquier parte, siempre la cantidad supone por la especie proxime mayor del multiplicador.

### Exemplo II.

Para saber 30. cahices de trigo à 6. libras 19. sueldos y 11. dineros el cahiz quanto valen, los multiplicarè primero por las 6. libras; despues, porque los 19. sueldos no son parte aliquota de la libra, los dividirè en aliquotas 10. 5. 4. escribiendolas al lado, para mayor facilidad; y porque los 10. sueldos son la mitad de una libra, sacarè la mitad de la cantidad 30. que aora supone por libras, y serà 15. libras. Y porque los 5. sueldos son la mitad de 10. sacarè la mitad de 15. libras, que corresponden à los 10. sueldos, y serà 7 libras y 10. sueldos. Finalmente, por que 4. sueldos es el quinto de la libra, sacarè el quinto de la cantidad 30. que es 6. libras.

Pasò à los dineros, y porque 11. no es parte aliquota del sueldo, los divido en aliquotas 6. 4. 1. y porque 6. dineros es medio sueldo, saco la mitad de la cantidad 30. que aora supone por sueldos, y serán 15. sueldos: y porque los 4. dineros es la tercera parte del sueldo, saco el tercio de la misma cantidad 30. y serán 10. sueldos. Ultimamente, porque un dinero es la quarta parte de 4. saco el quarto de 10. sueldos, que corresponden à los 4. dineros, y serán 2. sueldos y 6. dineros. Sumo todas las partidas, y hallo el valor 209. libras 17. sueldos y 6. dineros.

30 cahices.

6 lib. 19 suel. 11. din.

	180 lib.	
10	15 lib.	
5	7 lib. 10 suel.	
4	6 lib.	
6		15 suel.
4		10 suel.
1		2 suel. 6. din.

209 lib. 17 suel. 6. din.



*De otro modo.*

Multipliquese la cantidad por todas las especies del multiplicador, y será el producto 180. libras 570. sueldos y 330. dineros. Despues reduzganse los dineros à sueldos, y los sueldos à libras, y saldrá el valor mismo 209. libras 17. sueldos y 6. dineros.

$$\begin{array}{r} 30 \text{ cahices.} \\ 6 \text{ lib. } 19 \text{ suel. } 11 \text{ din.} \\ \hline 180 \text{ lib. } 570 \text{ suel. } 330 \text{ din.} \end{array}$$

*De otro modo.*

Debaxo de los 19. sueldos pongase el denominador 20. que es una libra; debaxo los 11. dineros escrivase el denominador 12. que es un sueldo, como parece; reduzganse las 6. libras à 19. veinte avos, (162) y serán 139. veinte avos de libra, en cuyo quebrado se incorporarán los 11. dozavos, (268) multiplicando los denominadores 20. por 12. para hacer el nuevo denominador 240. despues multiplicando el numerador 139. por el denominador 12. y añadiendo al producto 1668. el numerador 11. será todo el quebrado 1679. 240. avos de libra; aora multipliquese la cantidad 30. por el dicho quebrado, y saldrán 50370. 240. avos, cuyo valor (159) es 209. libras 17. sueldos y 6. dineros.

$$\begin{array}{r} 30 \text{ cahices.} \\ 6 \text{ lib. } \frac{19}{20} \text{ suel. } \frac{11}{12} \text{ din.} \\ \hline \end{array}$$

*De otro modo.*

Reducido el precio à la menor especie (76) serán 1679. dineros, por los quales se multiplicarán los 30. cahices, y serán 50370. dineros; reducidos à libras, sueldos, y dineros, (100) serán 209. libras 17. sueldos y 6. dineros.

*Exemplo III.*

Para saber qué valen 10. onzas de oro à 14. libras 12. sueldos 9. dineros y dos tercios de dinero cada onza, se multiplicarán primero las 10. onzas por las 14. libras, y despues se dividirán los 12. sueldos en partes aliquotas 10. y 2. por razon de los 10. sueldos se sacará la mitad de la cantidad 10. y serán 5. libras; y por los 2. sueldos se sacará

rá el quinto de las 5. libras, que corresponden à los 10. sueldos del lado.

Los 9. dineros se dividirán en partes aliquotas de sueldo 6. y 3. Por los 6. dineros se sacará mitad de la cantidad 10. que ahora supone por sueldos, y serán 5. sueldos; y por los 3. dineros se sacará mitad de la dicha mitad, y serán 2. sueldos y 6. dineros.

Hecho esto, multiplíquese la cantidad por los dos tercios, y reduzgase à enteros así: Multiplíquese 10. por el numerador 2. y el producto 20. se partirá por el denominador 3. será el quociente 6. dineros y dos tercios. Hecha la suma de todo, vendrá el valor 146. libras 8. sueldos 0. dineros y dos tercios.

*De otro modo.*

Multiplíquese la cantidad por todas las especies, como en el exemplo segundo de este Problema, modo segundo, y despues reduzgase à libras, sueldos, &c. (100)

*De otro modo.*

Debaxo de los 12. sueldos pongase el denominador 20. y debaxo de los 9. dineros se escribirá el denominador 12. Despues reduzganse las 14. libras al quebrado 12. 20. avos, en el qual quebrado se incorporarán los 9. 2. avos, y serán 3513. 240. avos de libra; en este quebrado tambien se incorporarán los dos tercios, y serán 10541. 720. avos de libra. Hecho esto, multiplíquese la cantidad 10. onzas por este ultimo quebrado, y el valor del producto será el que se busca.

	10 onzas.
	14 lib. 12 suel. 9 din. $\frac{2}{3}$
10	140 lib.
2	5 lib.
6	1 lib.
3	5 suel.
	2 suel. 6 din.
	6 din. $\frac{2}{3}$
	146 lib. 8 suel. 0 din. $\frac{2}{3}$

*Exemplo. IV.*

Un campo rectangulo tiene de largo 100. passos geometricos, y de ancho 50. passos 4. pies 3. palmos y dos dedos; para saber quanto tendrá la superficie, se multiplicará lo largo por lo ancho, y aunque este

de genero de multiplicacion se puede hacer faciendo partes , pero mejor será por multiplicacion de cada especie.

100 pasos.			
50 pas.	4 pies	3 pal.	2 dedos.
<hr/>			
5000 pas.	400 pies	300 pal.	200 dedos.
<hr/>			
5097 pas.	2 pies	2 pal.	

Multipliquense los 100. pasos de largo por todas las especies del multiplicador por el modo ordinario de multiplicar enteros , y será el producto 5000. pasos 400. pies 300. palmas y 200. dedos. Reduzgase cada especie inferior à la superior , partiendole por la denominacion de esta , y será el verdadero producto , ò superficie del campo 5097. pasos 2. pies y 2. palmas.

## PROBLEMA VI.

**MULTIPLICAR MUCHAS ESPECIES POR otras muchas.**

### Precepto.

227 **Q**Uando en la cantidad, y multiplicador ay muchas especies , se multiplicará primero solo la mayor especie de la cantidad por todas las del multiplicador como queda dicho en los Problemas antecedentes. Despues de todo el multiplicador se facarán aquella parte , ò partes , que cada una de las especies de la cantidad fuere , respeto de la especie proxime mayor de la misma cantidad , y sumandolo todo saldrá el verdadero producto.

### Exemplo I.

Pedro merca 4. varas y 2. palmas de paño à razon de 2. libras 10. fuedos y 8. dineros la vara ; para saber quanto valen , multiplique las 4. varas por todas las especies del multiplicador , facando partes , ò de otro qualquier modo de los referidos ; y despues , porque los dos palmas son la mitad de la vara , saque mitad de todo el precio , que será 1. libra 5. fuedos 4. dineros. Sumelo todo , y hallará 11. libras 8. fuedos.

4 varas 2 palmas.	
2 lib. 10 fued. 8 din.	
<hr/>	
8 lib.	
2 lib.	
	1 fued. 4 din.
	1 fued. 4 din.
1 lib.	5 fued. 4 din.
<hr/>	
11 lib.	8 fued.

*De otro modo.*

Debaxo cada especie de las menores pongase por denominador el numero que constituye à la especie immediate mayor: esto es, debaxo de los 2. palmos, pongase el numero 4. porque 4. palmos hacen una vara; debaxo los 10. sueldos pongase 20. y debaxo los 8. dineros escrivanse 12.

Hecho esto se reducirà la cantidad al quebrado dos quartos, y será 18. quartas de vara. Asimismo se reducirán las 2. libras à 10. 20. avos, y serán 50. 20. avos, en el qual quebrado se incorporarán los 8. 2. avos (168) y serán 608. 240. avos de libra. Multipliquense aora los 18. quartos por 608. 240. avos, (180) y serán 10944 960. avos de libra, cuyo valor es 11. libras y 8. sueldos.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ varas } \frac{2}{4} \text{ palm.} \\ 2 \text{ lib. } \frac{10}{20} \text{ suel. } \frac{8}{12} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \quad 608 \\ 4 \quad 246 \end{array}$$

*Exemplo II.*

Si quiero saber 10. libras y 10. onzas de seda labrada, peso de Valencia, à 3. libras y 11. sueldos la libra quanto valen, multiplicaré las 10. libras por todo el precio, como se hizo en los Problemas antecedentes; despues para saber el valor de las 10. onzas, porque no son parte aliquota de la libra de peso, las dividirè en aliquotas 6. y 4. y porque 6. onzas es media libra, sacarè la mitad de todo el precio, que será una libra 15. sueldos y 6. dineros; despues, porque las 4. onzas son el tercio de la libra de peso, sacarè el tercio de todo el precio, deste modo: El tercio de 3. libras es una libra; el tercio de 11. sueldos son 3. sueldos, y sobran 2. que reducidos à dineros son 24. dineros; el tercio, pues, de 24. dineros son 8. Con que todo el tercio será una libra 3. sueldos y 8. dineros. Hecha la suma, hallarè el valor 38. libras 9. sueldos y 2. dineros.

$$\begin{array}{r} 10 \text{ lib. } 10 \text{ onzas.} \\ 3 \text{ lib. } 11 \text{ suel.} \end{array}$$

10	30 lib.
1	5 lib.
1	lib. 10 suel.
6	1 lib. 15 suel. 6 din.
4	1 lib. 3 suel. 8 din.
	38 lib. 9 suel. 2 din.

*De otro modo.*

Debaxo las 10. onzas pongase el denominador 12. que son las onzas

# PART E III.

143

as que hacen la libra ; asimismo , debaxo los 11. sueldos escrivase el denominador 20. que son los sueldos que hacen la libra de moneda, Reduzganse los enteros à los quebrados que les acompañan , y serán 230. dozavos y 71. veinte avos ; multipliquese , y el valor del producto 9230. 240. avos, será 38. libras 9. sueldos y 2. dineros.

10 lib.  $\frac{10}{12}$  onzas.  
3 lib.  $\frac{11}{20}$  suel.

$\frac{130}{12}$   $\frac{71}{20}$

Este modo de obrar es lo mismo que reducir el multiplicador , y cantidad à la ultima especie , y serán 230. onzas , y 71. sueldo ; multipliquense, pues , las 130. onzas por los 71. sueldo , y el producto 9230. se partirà por el producto 240. de 12. por 20. que son las onzas, y sueldos que ay en una libra de peso , y de moneda ; y el quociente dará lo que se busca.

## Exemplo III.

Se han de multiplicar 36. arrobas 20. libras y 5. onzas , peso Valenciano , por 15. sueldos 3. dineros y medio la arroba. Multipliquense primero las 36. arrobas por los 15. sueldos 3. dineros y medio, como se ha hecho en los Problemas antecedentes.

36 arrob. 20 lib. 5 onz.  
15 suel. 3. din.  $\frac{1}{2}$

Hecho esto , porque las 20. libras no son parte aliquota de la arroba , las divido en aliquotas 18. y 2. y porque las 18. libras son media arroba , fago la mitad de todo el precio , diciendo : La mitad de 15. sueldos son 7. y sobra un sueldo , que son 12. dineros , y 3. dineros son 15. cuya mitad son 7. dineros , y sobra un dinero , el qual reduzgo al quebrado , y será tres mitades , cuya mitad en tres quartos. (220) Y porque las 2. libras son la novena parte de 18. fago el nono de 7. sueldos 7. dineros y tres quartos , diciendo : El nono de 7. sueldos es zero ; resuélvose , pues , en dineros , y serán 84. dineros ; juntoles los 7. y harán 91. dinero , cuyo noveno es 10. dineros , y sobra un dinero , el qual reduzgo à los tres quartos , y serán siete quartos , cuyo noveno son 7. 36. avos.

3  
18  
2  
4  
1

180 suel.  
36 suel.  
9 suel.  
1 suel. 6 din.  
7 suel. 7 din. 3  
10 din. 4  
1 din. 36  
216  
367  
864

559 suel. 2 din. 59  
864

Paso

Paslo aora á las onzas , resolviendolas en partes aliquotas 4. y 1. de la libra ; y porque las quatro onzas son el tercio de la libra , y por configuiente el sexto de 2. libras , saco el sexto de 10. dineros y 7. treinta y seis avos , que es lo que corresponde á las dos libras , diciendo : El sexto de 10. dineros es uno , y sobran 4. que reducidos al quebrado 7. treinta y seis avos , son 151. treinta y seis avos , cuyo sexto es 151. 216. avos.

Podia tambien hacer lo mismo de otra manera , sacando el valor de una libra , que es partir todo el precio por 36. que son las libras tiene la arroba ; ò sacar el sexto de todo el precio , y de este sexto sacar otra vez el sexto , y será el valor de la libra 5. dineros y 7. 72. avos , el qual escribiré aparte. Despues por las 4. onzas sacaré el tercio del valor de la libra , y será el mismo un dinero , y 151. 216. avos.

Y porque una onza ( que es la que falta hasta 5. ) es la quarta parte de 4. saco el quatro de lo que corresponde á 4. onzas , diciendo : El quarto de un dinero no le tiene ; ( en especie de dinero ) pues le reduzgo al quebrado 151. 216. avos , y será 367. 216. avos , cuyo quarto es 367. 864. avos de dinero. Hago la suma de todo , y hallo el valor 559. sueldos 2. dineros y 59. 884. avos de dinero.

Advierto aqui , que en lo mercantil no se hace caso de los ultimos quebrados , y en particular quando son de algun entero de poco valor ; pues es mayor el trabajo que acarrean , que lo que valen , por ne en el exemplo solo importan dos dineros. Pero si los quebrados son de alguna especie de notable valor , ò si se han de multiplicar , entonces no se pueden omitir sin error considerable.

Advierto tambien , que quando los quebrados han procedido de la continua particion , como en este exemplo , que del primer quebrado tres quartos han nacido el segundo 7. 36. avos , y de este el tercero , &c. entonces todos los numeradores se contienen en el denominador 864. del ultimo quebrado : y así , reduciendo todos los quebrados al denominador ultimo , tendrán todos un mismo denominador , y será facil el sumarlos : como reduciendo los tres quartos al denominador 864. ( 159 ) salen 648. 864. avos. Asimismo , reduciendo los otros quebrados 7. 36. avos , y 151. 216. avos al mismo denominador , saldrán 168. 864. avos , 604. 864. avos ; con que todos los quatro quebrados del exemplo tendrán un mismo denominador , como se ve aqui figurado ; y así , con-

fumar

648	168	604	367
864	864	864	864

Suma	1787
	864

sumar los numeradores, y á la suma escribirle debaxo el comun denominador, saldrá un quebrado, que será la suma de todos los quatro, el qual porque tiene el numerador mayor que el denominador, será mayor que un entero; con que partiendo el numerador 1787. por el denominador 864. vendrán dos dineros, y sobran 59. 864. avos de dinero.

*De otro modo.*

Reduzgase la cantidad á la menor especie, y serán 15797. onzas. (76) Asimismo se reducirá el precio á la menor especie, que son medios dineros, ó meajas, y serán 367. meajas. Multipliquese un numero por otro, y el producto 5797499. se ha de partir por el partidor, que hallaré aora. Saco las onzas que ay en una arroba, que es la especie mayor de la cantidad, y son 432. asimismo saco las meajas que ay en un sueldo, que es la especie mayor del precio, y hallo 24. multiplico 432. por 24. y el producto 10368. es el partidor. Hecha la particion hallo el mismo valor de antes.

La razon porque el producto 5797499. de la cantidad por el precio reducido á la minima especie, no es el verdadero, sino que se ha de partir por el producto de las onzas, y meajas que ay en una arroba, y un sueldo, es manifesta; porque el dicho producto 5797499. es numero plano, ó es producto de dos numeros. Luego se ha de comparar con otro numero plano, ú otro producto, y no se ha de tomar por sí solo.

Esta operacion es la misma que la que pone denominadores debaxo de cada especie, exceptando la primera, y despues reduce las especies al ultimo quebrado, para hacer la multiplicacion por quebrados: porque si una, y otra se cotejan, se verá la identidad.

*Exemplo IV.*

Pedro compra en Castilla 10. cahices de trigo 8. hanegas 5. celemines y 2. quartillos, por 40. reales y tres quartos de real cada cahiz; para saber lo que valen, multiplico los 10. cahices por los 40. reales y tres quartos, como se dixo en los Problemas anteceden-tes.

Despues, porque las 8. hanegas no son parte aliquota del cahiz, las divido en aliquotas 4. y 4. escribiendolas al lado como antes; y por que 4. hanegas son el tercio de un cahiz., saco el tercio de todo el precio, diciendo: El tercio de 40. es 13. y sobra un real, que reducido



à los tres quartos son siete quartos ; el tercero , pues , de 7. quartos son 7. dozavos ; (200) escribo otra vez el mismo tercio , por razon de las otras quatro hanegas.

Hecho esto , para saber el valor de los celemines , sacarè aparte el valor de una hanega , tomando la duodecima parte de todo el precio , que serà tres reales y 19. 48. avos ; y porque los 5. celemines no son parte aliquota de la hanega , dividole en aliquotas 4. y 1. y pues el 4. es la tercera parte de la hanega ,

faco el tercio del valor de la hanega 3. reales y 19. 48. avos , diciendo : El tercio de 3. es un real ; el tercio de 19. 48. avos es 19. 144. avos ; y porque un celemin es el quarto de 4. faco el quarto de lo que le corresponde à 4. celemines , diciendo : El quarto de un real no le tiene (en especie de real) ; pues le reduzgo à su quebrado , y serà 163. 144. avos , cuyo tercio (200) es 163. 576. y porque dos quartillos es la mitad de un celemin , faco la mitad de este ultimo quebrado , que es lo que corresponde à un celemin. Hago la suma , y hallo 436. reales y 257. 1152. avos de real.

10 cahic. 8 ha. 5 cel. 2 qua.  
40 reales.  $\frac{3}{4}$

	400 real.	
	5 real.	
	2 real.	$\frac{1}{2}$
4	13 real.	$\frac{7}{12}$
4	13 real.	$\frac{7}{12}$
4	1 real.	$\frac{19}{144}$
1		$\frac{163}{576}$
2		$\frac{183}{1152}$
	436 real.	$\frac{257}{1152}$

#### De otro modo.

Reduzgase la cantidad à quartillos , (76) y seràn 6166. Asi mismo , reduzgase el precio à quartos , y seràn 163. multipliquese un numero por otro , y se guardará el producto 1005058. Despues se multiplicaràn los quartillos que ay en un cahiz , que son 576. por los quartos de real que ay en un real , que son 4. y el producto 2304. serà el partidor : partase , pues , el producto 1005058. por este ultimo producto 2304. y el quociente darà el mismo valor.

#### Exemplo V.

Se han de multiplicar 12. nietros 12. cantaros y tres quintos , medida de Aragon , por 2. libras 16. sueldos 8. dineros y medio. Multiplico los 12. nietros por 2. libras , y son 24. libras. Passo à los sueldos , y porque 16. sueldos no es parte aliquota de la libra , dividoles

en aliquotas 4. 4. 4. 4. y pues 4. sueldos son el quinto de la libra, saco el quinto de la cantidad 12. diciendo: El quinto de 12. son 2. libras, (supone la cantidad por libras) y sobran dos libras, que hechas sueldos son 40. sueldos, cuyo quinto son 8. Escribo este quinto quatro veces, porque ay quatro quartos.

Pasó á los dineros, y porque los 8. dineros no son parte aliquota del sueldo, dividoles en aliquotas 4. y 4. y porque 4. dineros son el tercio del sueldo, saco el tercio de los 12. nietros, que agora suponen por sueldos, y serán 4. sueldos, los quales escribo otra vez, porque ay dos quartos.

Pasó al medio dinero, sacando mitad de la cantidad 12. que agora supone por dineros, y serán 6. dineros.

Hecho esto saco partes, ó busco el valor de las otras especies que ay en la cantidad, y porque los 12. cantaros no son parte aliquota del nietro, el qual tiene 16. cantaros, dividoles en aliquotas 4. 4. 4. y porque 4. cantaros son el quarto de un nietro, saco quarto de todo el precio, diciendo: El quarto de 2. libras no le tiene (quedando libras); reduzgolas á sueldos, añadiendoles los 16. sueldos, y serán 56. sueldos, cuyo quarto son 14. sueldos. Saco el quarto de los 8. dineros, y es 2. dineros; saco tambien el quarto de medio dinero, que es un ochavo, y será el valor de 4. cantaros 14. sueldos 2. dineros y un ochavo, que escribo tres veces, por otros tantos quartos que ay al lado.

Para hallar el valor de los tres quintos de cantaro, saco el primero el valor de un cantaro, partiendo todo el precio por 16. que son las partes que tiene un nietro, y escribiendole á parte, porque el dicho precio es de un nietro, deste modo. Reduzgo las dos libras á sueldos, y añadiendoles los 16. sueldos, serán 56. sueldos, los quales partidos á 16. caben 3. y sobran 8. sueldos, que reducidos á dineros, y añadidos:

12 nietr. 12 cant.  
2 lib. 16 suel. 8. din.

	24 lib.		
4	2 lib. 8 suel.		
4	2 lib. 8 suel.		
4	2 lib. 8 suel.		
4	2 lib. 8 suel.		
4	4 suel.	6 din.	
4	4 suel.		
4	14 suel. 2 din.		143
4	14 suel. 2 din.		143
4	14 suel. 2 din.		143
	2 suel. 1 din.		83
			160
	36 lib. 5 suel. 1 din.		143
			160

los 8. dineros, son 104. dineros, los quales partidos á 16. caben á 6. y sobran 8. dineros, los quales reducidos á medios son 17. medios, y partidos por 16. son 17. treinta y dos avos. Con que el valor de un cantaro es 3. sueldos 6. dineros y 17. treinta y dos avos. Todo este valor reduciré al ultimo quebrado, y será 1361. treinta y dos avos. Multiplico agora este quebrado por los tres quintos de cantaro, y hallaré 4183. 160. avos, que son 25. dineros y 83. 160. avos: esto es, dos sueldos un dinero y 83. 160. avos, los quales escrivo. Hago la suma, y hallo el valor de 40. libras 5. sueldos 1. dinero y 143. 160. avos.

*De otro modo.*

Debaxo de cada especie, exceptando las dos mayores de cada parte, pongase el denominador que constituye á la especie proxime mayor, como parece en el exemplo: esto es, debaxo los 12. cantaros pongase 16., que hacen un nietro; debaxo los sueldos, escrivanse 20. y debaxo los dineros ponganse 12.

$$\begin{array}{r} 12 \text{ nietr. } \frac{12}{16} \text{ cant. } \frac{3}{3} \\ 2 \text{ libras } \frac{16}{20} \text{ suel. } \frac{8}{12} \text{ din. } \frac{1}{2} \end{array}$$


---

Hecho esto, reduzganse los 12. nietros á 12. diez y seis avos, y serán 204. 16. avos, en cuyo quebrado se incorporarán los tres quintos, (168) y serán 1023 80. avos. Del mismo modo se reducirá el precio, y será 1361. 480. avos. Multipliquese un quebrado por otro, y el producto será quebrado de libra, que es la especie mayor; reduzgase á libras, sueldos, y dineros, y se tendrá el mismo valor deseado.

*Exemplo. VI.*

Se han de multiplicar 5. cahices, y tres celemines por 6. libras, y 8. dineros, medida, y moneda de Valencia. Multiplico los 5. cahices por las 6. libras, y son 30. libras. Agora, porque no ay sueldo alguno, passo á los 8. dineros, facendo tercio de la cantidad 5. cahices, y escribiendole dos veces, por razon de dos quartos que ay en el 8. y cada uno es el tercio del sueldo. Hecho esto, tengo de facar partes del precio por las otras especies, que ay en la cantidad; y aunque no ay barquilla alguna, pero tengo de facar el valor de una, para saber el valor de tres celemines.

$$\begin{array}{r} 5 \text{ cahic. o barcha. } 3 \text{ celem.} \\ 6 \text{ lib. } 0 \text{ suel. } 8 \text{ din.} \end{array}$$


---

30 lib.

1 suel. 8 din.

1 suel. 8 din.

5 suel. 0 din.  $\frac{1}{3}$

2 suel. 6 din.  $\frac{1}{6}$

---

30 lib. 10 suel. 10 din.  $\frac{1}{2}$

**Divido**, pues, todo el precio por 12. que son las barchillas que ay en un cahiz, diciendo: El dozavo de 6. libras en especie no le tiene, pues refuelvolas en sueldos, y serán 120. sueldos; y porque no ay sueldo alguno á mas de libras, nada tengo de añadir á los 120. sueldos: sacó, pues, el dozavo de 120. y es 10. sueldos, que escribo á parte; asimismo, el dozavo de 8. dineros es dos tercios de dinero. Con que el valor de una barchilla es 10. sueldos ningun dinero, y dos tercios de dinero.

Esto supuesto, por los dos celemines sacó la mitad de dicho valor de una barchilla, y será 5. sueldos zero dinero y un tercio. Sacó tambien la mitad de esta mitad por el un celemin de los tres, será 2. sueldos 6. dineros y un sexto. Sumandolo todo salen 30. libras 10. sueldos 10. dineros y medio, que es el valor de los 5. cahices zero barchillas y 3. celemines.

*Demonstracion.*

Para demostrar este Problema en numeros determinados es al proposito el exemplo 3. en el qual la multiplicacion de la mayor especie de la cantidad por el precio, ya queda demostrada en los Problemas antecedentes. Ahora solo falta probar el modo de sacar partes, por razon de las otras especies de la cantidad, que son libras, y onzas. Si como son 36. arrobas fueran 37. esto es, huviera una arroba mas, creceria el valor una vez todo el precio mas: luego si ay una libra mas que las 36. arrobas, crecerá la trigésima sexta parte del precio; y si dos libras, dos trigésimas sextas partes, &c. Luego aviendo 20. libras, por razon de las 18. que es media arroba, crecerá el valor la mitad del precio; y por las 2. libras; y crecerá la decima octava parte del precio, ó la nona de dicha mitad.

Asimismo, si á mas de las libras huviera una onza, creceria el valor la duodecima parte de una trigésima sexta parte del precio: esto es, un dozavo del valor de una libra; y si ay dos onzas, crecerá dos dozavos, &c. Luego aviendo 5. onzas, por razon de las 4. crecerá un tercio de dicha trigésima sexta parte del precio, ó un sexto del valor de 2. libras; y por razon de la una onza, crecerá la quarta parte de dicho tercio, pues que una onza es la quarta parte de 4. Luego sacando partes, segun está dicho, queda bien hecha la multiplicacion.

Aqui suelen preguntar algunos la causan por qué quando se multiplican muchas especies por otras muchas, solamente se han de sacar partes de la especie mayor de la cantidad, correspondientes á todas las especies del multiplicador: y sacando partes por razon de las demás especies

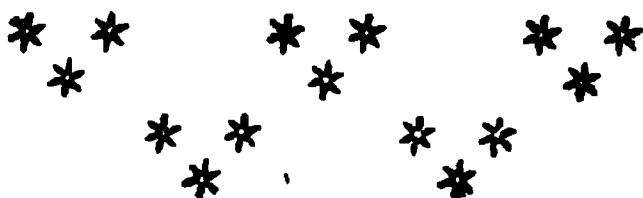
cies de la cantidad , se han de sacar de todo el multiplicador ; como en el mismo exemplo 3. multiplicando los 15. sueldos 3. dineros y medio, se sacan partes de sola la especie mayor 36. arrobas , y sacando partes por razon de las 20. libras 5. onzas , se han de sacar de todas las especies del multiplicador , ò precio.

A esto respondo, que el multiplicador es precio de una unidad de la especie mayor : esto es , de una arroba ; y así , todas las especies del precio se han de referir à ella sola : y por la misma razon , como todas las especies menores de la cantidad son parte, ò partes de una de la mayor : esto es , de una arroba en nuestro exemplo , se han de sacar por ellas partes de todo el multiplicador que es el precio de una arroba.

### *Consejo.*

De lo dicho hasta aqui se infiere un modo universal para multiplicar muchas especies por otras muchas , que es reducir la cantidad , y multiplicador á sus minimas especies, y luego multiplicarlas, guardando el producto para partirle ; despues se multiplicará el número de las veces que la especie menor de la cantidad entra en la mayor , por el numero de las veces que la especie menor del partidor entra en su especie mayor ; y dividiendo aquel producto guardado por este , saldrá el numero que se busca.

Como en el exemplo 5. deste Capitulo, para multiplicar 12. nietros 12. cantaros y tres quintos de cantaro, medida de Aragon , por 2. libras 16. sueldos 8. dineros y medio , se reducirá la cantidad à quintos de cantaro , y serán 1023. quintos. Asimismo , se reducirá el multiplicador à medios dineros , ò meajas , y serán 1361. meajas. Multipliquense los 1023. quintos de cantaro por 1361. meajas , y saldrán 1392303. meajas. Ahora vease quantos quintos de cantaro ay en un nietro , lo qual se hallará multiplicando los 16. cantaros que tiene el nietro por 5. y saldrán 80. Asimismo , vease quantas meajas ay en una libra , multiplicando 20. sueldos por 12. dineros , y el producto por 2. y saldrán 480. meajas. Multipliquense los 80. quintos de cantaro por las 480. meajas, y saldrán 38400 meajas. Ultimamente , dividase el producto guardado 1392303. por este ultimo producto 38400. y saldrán 36. libras 5. sueldos 1. dinero, y 143. 160. avos de dinero, por el precio de la sobredicha cantidad.



# CAPITULO QUARTO.

## DEL PARTIR NUMEROS DENOMINADOS.

228 **A**unque podia dividir este Capitulo en diferentes Problemas que facilitassen la division : pero como piden algunas advertencias , por no confundir al estudioso, le reducirè à una regla general , que aunque en algunos casos es cansada , pero en otros es totalmente necessaria.

### Regla general.

229 Escritos los denominadores debaxo de las especies , como se hizo en el Capitulo antecedente , se reducirá por incorporacion la especie mas alta al ultimo quebrado , assi en la cantidad , como en el divisor ; despues se hará la division en los quebrados , como se dixo en el partir quebrados.

### Exemplo I.

Pedro comprò una pieza de tafetàn , que tirava 100. varas , por precio de 80. libras 12. sueldos ; para saber lo que valia la vara , escrivanse 20. debaxo de los sueldos , y despues reduzgase el precio al quebrado doce veinte avos , y seràn 1612. 20. avos de libra ; partase por 100. (192) , y el quociente será 1612. 2000. avos de libra, cuyo valor (159) es 16. sueldos 1. dinero y 11. 25. avos ; y tanto valia cada vara. La demonstracion es la misma que la de partir quebrados.

$$80 \text{ lib. } \frac{20}{12} \text{ sueld. } \overline{) 100}$$

### De otro modo.

Esta cuenta , y sus semejantes se puede hacer mas facilmente : Reducidas las libras à sueldos , seràn 1612. sueldos ; dividanse por 100. por el modo ordinario de partir enteros , y vendrán al quociente 16. sueldos , y 3. 25. avos de sueldo , que son 1. dinero y 11. 25. avos.

### De otro modo.

Porque el partidor 100. proviene de la multiplicacion de 10. por

10. saquese el decimo de todo el precio , diciendo : El decimo de 80. libras son 8. libras: el decimo de 12. sueldos es 1. sueldos , y sobran 2. sueldos, que son 24. dineros : el decimo de 24. dineros es 2. dineros y 4. decimos. Con que todo el decimo del precio es 8. libras 1. sueldo 2. dineros y 4. decimos. Saquese de este decimo otro decimo , diciendo : El

80 lib. 12 sueld.

8 lib.	1 sueld.	2 din.	$\frac{4}{10}$
	16 sueld.	1 din.	$\frac{44}{100}$

decimo de 8. libras no le tiene en especie de libras ; pues reducidas à sueldos , y añadido un sueldo son 161. sueldo , cuyo decimo es 16. sueldos , y sobra un sueldo , el qual reducido à dineros , y juntandole los 2. dineros seràn 14. dineros , cuyo decimo es 1. dinero , y sobran 4. que reducidos al quebrado seràn 44. decimos , cuyo decimo es 44. 100. avos , ò 11. 25. avos ; y así, el precio de cada vara será 16. sueldos 1. dinero y 11. 25. avos.

### Exemplo II.

Un administrador , criado, oficial , &c. tiene de salario cada año 70. libras 18. sueldos; para saber quanto tiene cada dia , reduzgase el salario à sueldos , poniendole debaxo 20. por denominador , y seràn 1418. veinte avos de libra ; dividanse por 365. dias , que tiene el año comun, ò por 366. quando es bisiesto , y saldràn al dia 1418. 7300. avos de libra , cuyo valor es 3. sueldos 10. dineros y 226. 365. avos.

### De otro modo.

Reduzgase el salario à dineros , y seràn 17016. los quales se partiràn por 365. dias, y vendrán al quociente 46. dineros y 226. 365. avos, que son 3. sueldos 10. dineros y 226. 365. avos.

Esta misma cuenta , para lo civil se hará de otro modo , con mucha facilidad; tomese el tercio del salario , y doblandole seràn los dineros que vienen al dia , como el tercio de 70. libras son 23. cuyo duplo son 46. dineros , y sobra una libra , la qual con los 18. sueldos hace 38. pues por cada 30. sueldos que huviere , à demás del dicho tercio , se tomará un dinero; con que seràn 47. dineros : esto es , 3. sueldos y 11. dineros.

La razon por què no concuerdan estas dos cuentas, es, porque en la primera se ha tomado el año verdadero de 365. dias ; y en la segunda se ha tomado vulgarmente, contando cada mes por 30. dias , que al año son 360. dias ; y como en esta ultima cuenta son menos los dias, por esso ha salido mas salario al dia.



Al contrario , para saber el gasto , ò salario de cada dia quanto ha-  
ce al año , se hará así : Conviertase el gasto de cada dia en dineros,  
de los quales se tomará la mitad , y se añadirá à los mismos dineros,  
y serán las libras que hacen al año ; como si quiero saber 3. sueldos  
cada dia quantas libras son al año , reduzgo los sueldos á dineros , y  
son 36. cuya mitad 18. añadida à los 36. hace 54. y tantas libras im-  
portan al año. Esta regla tambien es para lo civil , ó gasto ordinario;  
porque en sí no es verdadera , por la razon antecedente.

*Exemplo III.*

Un Mercader quiere emplear 1246. libras y 10. sueldos en trigo;  
cuyo cahiz vale 6. libras ; para saber quantos  
cahices comprará , escriba el denominador 1246 lib.  $\frac{10}{20}$  sueld.  
20. debaxo los sueldos , y reduciendo las li-  
bras al quebrado 10. 20. avos , serán 24930. 20. avos ; partidos por 6.  
saldrán 24930. 120. avos , cuyo valor son 207. cahices y 9. barchi-  
llas.

*De otro modo.*

Refuelvanse las libras del empleo en sueldos , juntando los 10. y se-  
rán 24930. reduzganse tambien las 6. libras del precio de cada cahiz  
en sueldos , y serán 120. sueldos ; partanse aquellos sueldos por estos,  
y vendrán al quociente 207. cahices y 9. dozavos , que son 9. barchi-  
llas.

*Exemplo IV.*

Un Mercader comprò una pieza de terciopelo por 300. libras 12.  
sueldos y 6. dineros , cuya vara valia 2. libras 17. sueldos y 2. dineros;  
para saber quantas varas tirava , pon-  
ganse los denominadores debaxo de 300 lib.  $\frac{12}{20}$  sueld.  $\frac{6}{12}$  din.  
las especies , exceptando las prime- 2 lib.  $\frac{17}{20}$  sueld.  $\frac{2}{12}$  din.  
ras , y reducidas las dos cantidades al  
ultimo quebrado , como se hizo en el Capitulo antecedente , se partirá  
el quebrado de todo el precio , por el quebrado del valor de la vara :  
esto es , 72150. 240. avos , por 686. 40. avos ; y pues los denominado-  
res son iguales , basta partir el un numerador por el otro , porque la pro-  
porcion de los quebrados aora solo consiste en los numeradores. ( 197 )  
Partiendo , pues , 72150. por 686. caben à 105. varas y 60. 343. avos  
de vara ; porque aunque en la realidad el quebrado dividendo es de li-  
bra , pero aqui supon= por varas ; porque tantas varas avrá en el quo-  
ciente , quantas veces cabe el divisor en el dividendo , ò cantidad.

*Exem-*

*Exemplo V.*

Pedro comprò en Aragon 10. cargas 2. quintales 3. arrobas y dos quintos de cierta mercaderia , por 100. libras 10. sueldos 5. dineros y dos tercios ; para saber quanto vale la carga, reduzganse ambas cantidades al ultimo quebrado , como està dicho en el Capitulo antecedente , y 10 carg.  $\frac{2}{3}$  quint.  $\frac{4}{5}$  arroba.  $\frac{2}{3}$  feràn 72377. 720. avos de libra , y 100 lib.  $\frac{10}{20}$  sueld.  $\frac{5}{12}$  diner.  $\frac{2}{3}$  657. 60. avos de carga ; partase el quebrado de libra , por el de carga , y vendrà al quociente 4342620. 473040. avos de libra , cuyo valor ( 159 ) es 9. libras 3. sueldos 7. dineros.

*Demonstracion.*

De lo que està dicho hasta aora , queda clara la demonstracion ; porque el reducir è incomportar unos quebrados en otros , està demonstrado en el Capitulo 2. de los quebrados ; la division de los mismos està demonstrada en el Capitulo 6. Luego todo quedò demonstrado.

*Observaciones.*

Siempre que el numero dividendo , y divisor , despues de reducidos à quebrados tuvieren un mismo , ò igual denominador , con partir solamente los numeradores , sin atender à los denominadores , queda hecha la operacion , como se vè en el exemplo 4. porque la magnitud de los quebrados consiste en el numerador , con relacion , y respeto al denominador : luego teniendo los dos quebrados un mismo , ò igual denominador , toda su magnitud depende solamente de los numeradores : y asì , con partir un numerador por otro , vendrà el quociente que se busca. Por lo qual serà conveniente , siempre que se pueda , reducir los dos quebrados del dividendo , y divisor à un comun denominador , y hacer la division en los numeradores , como si fueran enteros.

. Algunas veces importa reducir el dividendo , y divisor à quebrados de un mismo todo ; como dividiendo 6. libras 6. sueldos y 3. dineros por 8. sueldos 1. dinero y 23. 31. avos de dinero , no se hará bien la division , reduciendo primero el dividendo à quebrado de libra que es la mayor especie , y el divisor à quebrado de sueldo , que es tambien su mayor especie ; fino que el divisor se ha de reducir à quebrado de libra , multiplicando , como està dicho , los 8. sueldos por 12. y al producto 96. añadiendo 1. dineros , feràn 97. dineros , los quales se multipli-

pliarán por el denominador 31. y saldrán 3007. añadiendo los 23. serán 3030. que es el numerador, cuyo denominador no ha de ser el producto de 12. (que es el denominador de 1. dinero) por 31. sino el producto de 20. por 12. y por 31. que será 7440.

## CAPITULO QUINTO.

### DEL EXAMEN DE LA LOGISTICA

*de los numeros denominados.*

231 **L**As pruebas destas quatro operaciones son las mismas que las de la Logistica de los enteros, y quebrados; porque el sumar se axamina por el restar, y el restar por el sumar; el multiplicar por el partir, y al contrario; y así no me detengo en esto.

## CAPITULO SEXTO.

### DEL EXERCICIO DE LA LOGISTICA

*de los numeros denominados.*

**A**unque parece que bastavan los exemplos, que en esta parte de la Logistica hemos puesto, para el exercicio della; pero porque hasta aora solo hemos explicado las reglas, y no atendido à las circunstancias que en lo mercantil suelen suceder, y otras curiosidades, no será fuera de proposito el exemplificarlas en las questiones siguientes.

232 **Q**uestion primera. Pedro compra en Valencia despues de San Juan de Junio 100. libras 7. onzas y tres quattros de seda en madexa á 23. reales y un quattillo; despues la buelve à vender à 25. reales y tres quattillos; preguntase quanto gana, pagados todos los gastos, y aviendo menguado la seda 7. onzas.

Para resolver èta question se ha de suponer, que aqui en Valencia despues de San Juan se quitan 2. quattos y medio de tara para cada libra,

bra , y en llegando à 6. onzas ya se cuenta por libra ; á mas desto se pagan 4. dineros al Corredor por cada libra de seda , quitadas las taras , y contando tambien las 6. onzas por una libra ; mas quien vende paga por cada dos libras un dinero por el trabajo de pesarla.

Esto supuesto , porque son 100. libras y 7. onzas , tengo de contar 101. libra , para quitar la tara ; y así escrivo à parte 101. dos veces , y mas la mitad 50. media ; y sumandolo todo serán 252. quartos y medio la tara , los quales reducidos à libras , y onzas , (159) serán 5. libras 3. onzas zero quartos y medio de tara , la qual restada de la cantidad , quedará la seda limpia 95. libras 4. onzas 2. quartos y medio.

Multiplicando ahora la seda limpia por el precio de 23. reales y un quartillo ; y aunque podia hacer la multiplicacion por 2. libras 6. sueldos y 6. dineros , que es lo mismo : pero la haré por reales deste modo.

Multiplicando las 95. libras por 23. reales ; despues por el quartillo saco quarto de las 95. libras , y es 23. reales y 18. dineros. Hecho esto , por las 4. onzas saco tercio de todo el precio , que es 7. reales y 18. dineros ; por los 2. quartos saco ochavo

del dicho tercio , porque 2. quartos es la octava parte de 4. onzas ; y ultimamente , por el medio quarto saco quarto del ochavo ; porque medio quarto es la quarta parte de 2. quartos. Y sumandolo todo son 2217. reales 17. dineros y un diez y seis avo ; que es lo mismo que 221. libra 15. sueldos 5. dineros y un diez y seis avo.

A este valor de la seda tengo de añadir el derecho del Corredor , que son 4. dineros por libra , que importa 1. libra 11. sueldos y 8. dineros , y así valdrá la compra de la seda 223. libras 7. sueldos 1. dinero y un diez y seis avo.

Y porque quando se bolvió à vender avia brecado 7. onzas , las restaré de las 100. libras 7. onzas y tres quartos , y quedarán 100. libras zero

101

101

50  $\frac{1}{2}$ 

---

252  $\frac{1}{2}$ 100 lib. 7 onz.  $\frac{3}{4}$ 5 lib. 3 onz. 0 q.  $\frac{2}{2}$ 

---

95 lib. 4 onz.  $\frac{2}{4}$   $\frac{1}{2}$ 95 lib. 4 onz.  $\frac{2}{4}$   $\frac{1}{2}$ 23 real.  $\frac{1}{4}$ 

---

285

190

23 real. 18 din.

7 real. 18 din.

23 din.  $\frac{1}{4}$ 5 din.  $\frac{1}{6}$ 

---

2217 real. 17 din.  $\frac{1}{6}$

zero onzas y tres quartos ; de las  
quales sacarè la tara, y quedaràn 94.  
libras 10. onzas y 2. quartos , que  
multiplicadas por 25. reales y tres  
quartos, son 2443. reales o. dineros  
y tres quartos de dinero , que es lo  
mismo que 244. libras 6. sueldos o.  
dineros y tres quartos.

El derecho del Corredor importa  
1. libra 11. sueldos y 8. dineros; por-  
que aunque son 94. libras limpias;  
pero como ay 10. onzas, que pasan  
de media libra , se cuenta por libra  
entera. El peso son 4. sueldos y dos  
dineros ; lo qual sumado hace la cantidad de 246. libras 1. sueldo 10.  
dineros y tres quartos de dinero. Resto , pues , el valor de la compra  
del de la venda , y hallo 22. libras 14. sueldos 9. dineros y 11. diez y  
seis avos de ganancia.

Advierto , que en algunos generos de seda se quitan dos dineros  
por cada libra , por razon de los hilos ; à mas desto se pagan los por-  
tes ; y assi todo se deve contar.

233 Question segunda : Un Mercader compra 100. piezas de lien-  
zo , que cada una tira 24. varas y 3. palmos , por 5. sueldos 8. dineros  
y medio la vara , y ha de pagar de derechos à 1. sueldo y 5. dineros  
por libra de moneda ; preguntase à quanto venderà cada vara , para  
ganar en todo 19. libras 15. sueldos y 3. dineros ?

Convierto las 100. piezas en varas , multiplicandolas por 24. va-  
ras y 3. palmos , que tira cada pieza , y hallo 2475. varas , las quales  
multiplico por los 5. sueldos 8. dineros y medio , que cuesta cada va-  
ra , y hallo 706. libras 8. sueldos 1. dinero y medio , por el valor de  
las 100. piezas. Hecho esto , para hallar el valor de los derechos,  
multiplico las 706. por 1. sueldo y 5. dineros , y hallo 50. libras y 2.  
dineros ; las quales añadidas à las 706. libras 8. sueldos 1. dinero y  
medio , son 756. libras 8. sueldos 3. dineros y medio , y en tanto estu-  
vo la compra.

Ahora para saber à como se ha de vender la vara para ganar 19. li-  
bras 15. sueldos y 3. dineros , añado esto al valor de la compra , y se-  
rán 776. libras 3. sueldos 6. dineros y medio. Divido esto por las  
2475. varas , que tienen todas las piezas , reduciendo el valor de la  
compra à meajas , que serán 372565. y partiendolas por las 2475. va-  
ras,

94 lib. 10 onz. $\frac{2}{4}$	
25 real $\frac{3}{4}$	
<hr/>	
470	
188	
47	
23 real. 12 din.	
12 real. 21 din.	
8 real. 14 din.	
1 real. 1 din. $\frac{3}{4}$	
<hr/>	
2443 real. 0 din. $\frac{3}{4}$	

ras, vendrán al quociente 150. meajas y 263. 495. avos, que son 8. sueldos 3. dineros, y mas el quebrado sobredicho de meaja, que por importar poco se puede dexar; y à tanto se deve vender la vara.

234 Question tercera. Un Mercader quiere vender 20. varas de tafetan sencillo, y 16. varas de tafetan doble, todo por 15. libras 12. sueldos y 3. dineros, de suerte, que la vara del tafetan doble se venda 2. sueldos y 5. dineros mas cara que la del sencillo; preguntase quanto vale la vara de cada genero?

Primeramente se buscarà quanto valen las 16. varas de tafetan doble à 2. sueldos 5. dineros la vara, y hallarè 1. libra 18. sueldos y 8. dineros; las quales restarè de la cantidad que quiero sacar de la venda, y quedarán 13. libras 13. sueldos y 7. dineros; las quales partirè por la suma de las varas, que es 36. y vendrán al quociente 7. sueldos 7. dineros y 7. 36. avos de dinero, y tanto vale la vara del tafetan sencillo, à los quales añadirè 2. sueldos y 5. dineros, y tendrè el valor de la vara del tafetan doble 10. sueldos 0. dineros y 7. 36. avos.

235 Question quarta. Pedro comprò 200. arrobas y 24. libras de azucar piedra por 6110. libras 15. sueldos y 5. dineros; para saber à quanto venderà la libra, para ganar el tercio del caudal, saque el tercio del dicho caudal, que es 2036. libras 18. sueldos 5. dineros y dos tercios, y juntandolo con el mismo caudal, hallarà 8147 libras 13. sueldos 10. dineros y dos tercios: lo qual partido por 7224. libras, que ay en las 220. arrobas y 24. libras, vendrà al quociente 1. libra 2. sueldos y 6. dineros, por el precio de cada libra que ha de vender.

236 Question quinta. Un Mercader comprò 10. piezas de vayera blanca, de las quales cada una tirava à 50. varas, por 10. sueldos y 6. dineros la vara; hizolas teñir, pagando 3. sueldos por vara, y se cogió cada vara del tinte un ochavo de palmo; despues la vende à 15. sueldos la vara: y preguntase quanto gana?

Multipliquense las 10. piezas por las 50. varas que tira cada una; y se hallarán 500. varas, las quales multiplicadas por 10. sueldos y 6. dineros, son 5250. sueldos; y añadiendo 1500. sueldos, que vale el tinte, son 6750. sueldos, que es lo que vale la compra. Hecho esto, multipliquese el denominador 8. del quebrado por 4. palmos que tiene la vara, y ferà un 32. avo, respeto de la vara; el qual multiplicado por las 500. varas, importa 15. varas y 5. ochavos, que restadas de las mismas 500. varas, quedan las varas teñidas 484. y 3. ochavos; las quales multiplicadas por los 15. sueldos, que es el precio de la venda,

de, sale la venda 7265. sueldos y 5. ochavos; de la qual, restada la compra, queda de ganancia 515. sueldos y 5. ochavos.

237 Question sexta. Pedro quiere mercar trigo con cierta cantidad de dinero, que no se expresa, y halla de dos generos, el uno á 6. libras, y el otro á 7. libras el cahiz; y aviendo hecho la cuenta con el dinero que trahe, halla, que si le compra del primer precio le sobrarán 3. libras, y si le compra del segundo le faltarán 5. libras; preguntase quanto dinero tenia, y quantos cahices avia de comprar, para que le sobraran, ò faltaran las libras sobredichas?

Sumense las libras que se dice que faltan, y sobran en las dos compras: esto es, 3. y 5. que son 8. las quales se partirán por la diferencia de los precios de los dos generos de trigo, que es 1. y vendrán 8. al quociente; pues tantos cahices avia de comprar.

Para saber el dinero que tenia, multipliquense los 8. cahices por 6. libras, y serán 48. libras; y porque á este precio le sobravan 3. libras, añadanse, y serán 51. libra todo el dinero que tenia. Asimismo, si los 8. cahices se multiplican por 7. libras, serán 56. libras; y porque á este precio le faltavan 5. libras, restense de 56. y quedarán otra vez las mismas 51. libra.

238 Question septima. Un hombre comprò 124. varas de tafetán por 50. libras y 10. sueldos; y por no tener mas dinero, huvò de pagar los derechos en tafetan, pagando á 2. sueldos y 6. dineros por libras; pidese quantas varas ha de dar por los derechos?

Primeramente se ha de ver quanto suben los derechos de las 50. libras y 10. sueldos, á razon de 2. sueldos y 6. dineros cada libra; lo qual se sabe multiplicando las 50. libras y 10. sueldos, por los derechos 2. sueldos y 6. dineros, y serán 6. libras 6. sueldos y 3. dineros.

Hecho esto se ha de ver quanto vale cada vara, partiendo las 50. libras y 10. sueldos por las 124. varas, y se hallarán 8. sueldos 1. dinero y 23. 31. avos de dinero por el precio de la vara. Dividanse ahora las 6. libras 6. sueldos y 3. dineros que importavan los derechos, por los 8. sueldos 1. dinero y 23. 31. avos que vale cada vara, y saldrán 15. varas y media, que se deven dar por el valor de los derechos.

239 Question octava. Un Pastor comprò cierto numero de ovejas, de suerte, que de cada tres ovejas pagò 4. libras y 10. sueldos; y despues bolviendolas á vender cada 7. ovejas por 9. libras y 2. sueldos hallò de pérdida 26. libras y 16. sueldos; preguntase quantas eran las ovejas?



Saquefe el tercio de las 4. libras y 10. sueldos, y será el valor 1. libras y 10. sueldos de cada oveja de la compra; porque 3. ovejas costaron 4. libras y 10. sueldos. Luego el tercio deste precio será el valor de una. Asimismo, saquefe el septimo de las 9. libras y 2. sueldos, y saldrá el valor de una oveja 1. libra y 6. sueldos en la venda. Refetese un valor de otro, y se hallarán 4. sueldos de pèrdida en cada una. Aora partase la pèrdida 26. libras y 16. sueldos, hecha sueldos, que serán 536. por los 4. sueldos, y saldrán 134. que son las ovejas que tenía.

240 Question nona. Un Polvorista quiere hacer 100. arrobas 30. libras y dos tercios de polvora de 5. as, y as; preguntase quanto pondrá de salitre, azufre, y carbon? Porque la polvora de 5. as, y as consta de 5. partes de salitre, 1. de azufre, y 1. de carbon, fumenfe 5. 1. y 1. y serán 7. las partes de dicha polvora. Aora, porque el salitre son los cinco septimos de la masa de la polvora, saquenfe los cinco septimos de las 100. arrobas 30. libras y dos tercios, partiendo por 7. y multiplicando por 5. y serán 72. arrobas 1. libra y un tercio de salitre. Y porque el azufre es el septimo de dicha masa de polvora, saquefe el septimo de las 100. arrobas 30. libras y dos tercios, partiendo por 7. y serán 14. arrobas 14. libras y dos tercios de azufre. Ultimamente, porque el carbon es igual con el azufre, avrá otras 14. arrobas 14. libras y dos tercios de carbon; y todas las tres partes juntas harán la cantidad de la polvora que se desea.

## P A R T E IV.

### DE LA LOGISTICA DE LAS PARTES

#### Decimas.

241. **P**ARTES *Decimas* llaman al quebrado que tiene por denominador una unidad con algunos zeros, (158) como  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{4}{100}$ ,  $\frac{12}{1000}$ , &c. Aunque en todo rigor, si el denominador tiene una unidad, y un zero, se avian de llamar *Decimas*; si una unidad, y dos zeros, *Centesimas*; si una uni-

unidad , y tres zeros , *Millesimas* , &c. Pero creo que el llamarse *Decimas* , es , porque guardan proporcion de culpa entre si ; porque provienen de la division de un qualquier todo en 10. partes , y de cada una destas en otras 10. y otra vez de cada una destas en otras 10. y asi infinitamente.

Para mayor inteligencia destas partes decimas , supongo , que un piè , ò qualquier otro modo , se divide en 10. partes iguales , à quien podemos llamar decimas primeras ; cada decima primera se divide en 10. partes , que podemos decirles decimas segundas , ò centesimas , respeto del piè ; cada centesima en otras 10. à las quales llamaremos decimas terceras , ò millesimas , respeto del mismo piè , y asi infinitamente.

Con que el denominador de las decimas primeras tiene un zero ; el de las segundas dos zeros ; el de las terceras tres zeros , &c. A asi podemos escribirlas en una linea sin forma de quebrado , poniendo despues de un parentesis un numero exponente que declare quantos zeros acompanan à la unidad del denominador ; como  $1^2_0$  se podrán escribir asi 2 ( 1. Mas  $1^{24}_0$  asi 24 ( 2. porque ay dos zeros. Mas  $1^{13}_{00}$  deste modo 13 ( 3. porque ay tres zeros en el denominador. Mas  $1^{205012}_{0000}$  asi 1205012 ( 4.

El uso destas partes decimas es de suma conveniencia en la Arithmetica , pues por ellas se evita la molestia de los quebrados , que à cada passo se encuentran ; porque como proceden en dupla proporcion , asi como en los lugares , ò asientos de los guarismos , su Logistica no se diferencia de la de los enteros , como luego veremos.

Ultimamente es necesario advertir , que los zeros son inutilés al principio de las decimas , y asi no se escriben bien 300 ( 4. ò  $1^{300}_{000}$  porque como partiendo el numerador , y denominador de un quebrado por otro qualquier numero , sale otro quebrado igual , pero con menores terminos : ( 151 ) si el numerador , y denominador se parten por 100. ( que es quitar de entrambos dos zeros ) saldrá el quebrado  $\frac{3}{100}$  igual à  $\frac{300}{10000}$ . Luego en las partes decimas no se deven poner zeros al principio de las dichas decimas , ò numerador ; porque qualquier quebrado se ha de expresar con los menores terminos que se pueda , para facilitar la operacion ; y asi , las dichas partes decimas se declararán asi  $\frac{3}{100}$  , ò 3 ( 2.

\* \* \* \* \*

## CAPITULO PRIMERO:

## DE LA REDUCCION DE LAS

*Decimas.*

**E**N este Capitulo pondré diferentes reducciones de las partes decimas, las quales son necesarias para su Logística, explicandolas con brevedad; pues quien tiene noticia de los quebrados, no le será difícil entenderlas.

## PROBLEMA I.

*REDUCIR UN QUEBRADO COMUN A DECIMAS.*

242 **A**ñadanse al numerador tantos zeros como ha de ser el exponente, y partiendo por el denominador, el quocien-  
te serán las decimas; como para reducir quatro quintos à decimas  
terceras, ò que su exponente sea 3. añado tres zeros al numerador 4.  
y será 4000. dividole por el denominador 5. y vendrán 800. por el nu-  
merador de las decimas, cuyo denominador, es 1000. así  $\frac{800}{1000}$ , ò de  
este modo 800 (3. que es lo mismo que ocho decimos, ò 8 (1.

Asimismo, para reducir 6. ochavos à segundas, añadiendo dos ze-  
ros al 6. serán 600. y partiendo por 8. vendrán 75. 100. avos, ò 75. (2.  
La razon de esta operacion ya queda explicada arriba. (158)

Algunas veces no se puede hacer esta reduccion, porque no se pue-  
de partir el numerador aumentado con zeros por el denominador, de  
suerte, que el quocien- te venga justo; como para reducir dos tercios à  
decimas segundas, añadiendo dos zeros al 2. son 200. los quales no  
se pueden justamente partir por 3. porque sobran 2. En este caso, ò  
se ha de dexar la reduccion por ser imposible, ò no se ha de hacer  
caso de lo que sobra, por ser la diferencia pequeña; y así serán 66.  
100. avos, ò se hará la reduccion à decimas de mayor exponente, co-  
mo à octavas, así 66666666 (8. para que la diferencia sea insensible,  
la qual aqui es dos partes de cien cuentos.

PRO-

P R O B L E M A II.

*REDUCIR LAS DECIMAS A UN QUEBRADO COMUN.*

<sup>243</sup> **E**ste Problema es el mismo que el 3. del Capitulo 2. de los quebrados; (156) con que tambien será la misma su demonstracion. Y así, multipliquense las decimas por el nuevo denominador, y del producto quitenfe tantos guarismos primeros, como unidades tiene el exponente; que es lo mismo que partir por un numero que tenga una unidad, y tantos zeros, como unidades el exponente; como para reducir 8 (1. à quintos, multipliquense 8. por 5. y del producto 40. quitefe el primer guarismo 0. porque en el exponente ay sola una unidad, y quedarán 4. quintos.

Asimismo, para reducir 224 (3. à sextos, multiplicando 224. por 6. serán 1544. quitando los tres guarismos primeros, porque en el exponente ay tres unidades, quedará un sexto. Advierto, que esta reduccion algunas veces es imposible, como en este exemplo, porque se pierden algunas partes.

P R O B L E M A III.

*REDUCIR UNAS DECIMAS A OTRAS.*

<sup>244</sup> **P**ara reducir las decimas menores à mayores, se añadirán al numerador tantos zeros, como le faltan unidades al exponente; como si 324 (3. se han de convertir en quintas, añadenfe dos zeros, porque del exponente 3. al exponente 5. van 2. y serán 32400 (5. Asimismo, si 84 (2. se han de reducir à octavas, añadenfe seis zeros, así 84000000 (8. porque como el denominador tiene seis zeros mas: esto es, está multiplicado por 1000000. tambien el numerador se ha de multiplicar por el mismo numero, que es añadir los zeros; y entonces, como, los terminos del primer quebrado 84. 100. avos están multiplicados por un mismo numero 1000000. las decimas que saldrán serán iguales à las primeras.

Al contrario, si las decimas mayores se han de reducir à menores, como 245 (4. à terceras, se quitarán tantos guarismos primeros, como se han de quitar unidades al exponente, y así quedarán 24 (3. Asimismo, para reducir 12546 (8. à quintas, se quitarán ~~seis guarismos~~

y quedarán 12 (5. porque como el exponente 8. ó denominador 10000000. tiene tres zeros mas que el exponente 5. ó denominador 100000. los terminos del quebrado 12546. 100000000. avos se han de partir por 1000. que es lo mismo que quitar tres guarismos de cada parte, y quedarán 12. 100000. ó 12 (5.

## PROBLEMA IV.

### REDUCIR LOS ENTEROS A DECIMAS, Y AL CONTRARIO.

245 **P**ara reducir los enteros à decimas, añádense tantos zeros como ha de ser el exponente: como 86. reducidos à tercias, serán 86000 (3. y 642. reducidos à sextas, serán 642000000 (6. porque añadir zeros, es lo mismo que multiplicar por un numero que tenga una unidad, y otros tantos zeros, que es el denominador; y el reducir los enteros à un denominador determinado, es multiplicarle (161) por el denominador.

246 Para reducir las decimas à enteros, apótenese de mano derecha con una distincion tantos guarismos como dice el exponente, y los de mano izquierda serán enteros; y así 46, 30531 (5. serán 46. enteros, y 30531 (5. Asimismo 865, 003 (3. son 865. enteros, y 003 (3. ó 3. (3. Porque quando el quebrado es mayor que un entero, para reducirle à enteros se ha de partir el numerador por el denominador; (164) y como el denominador aqui es una unidad con zeros, basta separar tantos guarismos primeros, como tiene zeros el denominador; porque esto es partir por numero que consta de una unidad, y zeros. (90)

## PROBLEMA V.

### REDUCIR LOS NUMEROS DENOMINADOS A DECIMAS.

247 **R**eduzganse las especies menores al ultimo quebrado, como se hizo en el multiplicar numeros denominados; y reducido este quebrado à decimas, (242) se escribirá à mano izquierda la especie mayor, poniendo una distincion antes, para denotar que son enteros; como si se han de reducir 3 libras. 2. sueldos y 8. dineros à centesimas, escritos los denominadores

dores 20. debaxo los 2. sueldos , y 12. debaxo los 8. dineros , se incorporará el quebrado 8. dozavos en 2. veinte avos , ( 168 ) multiplicando los denominadores entre sí , para hacer el nuevo denominador 240. despues multiplicando el numerador 2. por el denominador 12. y el producto 24. añadiendo el numerador 8. será el nuevo numerador 32. y el quebrado 32. 240. avos , el qual reducido à segundas , ò centesimas , ( 242 ) será 13 ( 2. y escritas las 3. libras à la mano izquierda, serán 3 , 13 ( 2.

Asimismo se han de reducir à quintas 8. varas 3. palmos 2. quartos y medio. Escritos los denominadores debaxo las especies menores , è incorporados los quebrados, serán 29. 31. avos. Los quales se reducirán à quintas , ( 242 ) y añadidas las 8. varas à la izquierda , serán 8 , 90625 ( 5.

Adviertanse , que algunas veces no se pueden reducir los numeros denominados à decimas menores , fino que precisamente ha de ser la reduccion à mayores , para que el error no sea muy notable ; como si se han de reducir 16. libras 1. sueldo y 1. dinero à decimas primeras, el quebrado incorporado es 13. 240. avos ; añadiendo un zero al numerador , por razon de las decimas primeras , será 130. el qual no se puede partir por el denominador 240. como ordena la regla ; ( 242 ) y así , es preciso lo menos , reducir las à decimas segundas , añadiendo dos zeros , y será 1300. partiendo , pues , por 240. vienen 5. con que serán las decimas 16. 05 ( 2.

Adviertase tambien , que si despues de la reduccion saliere el quociente con menos guarismos que unidades tiene el exponente , ò zeros el denominador , como en el exemplo antecedente , donde el quociente es un guarismo solo 5. y el exponente es 7. añadanse tantos zeros à la mano izquierda , hasta que el numero de los zeros , y guarismos significativos de las decimas sea igual al exponente ; y así , en dicho exemplo se ha añadido un zero , porque el numero de los guarismos de las decimas es uno solo , y el exponente es dos.

#### *Demonstracion.*

El reducir el quebrado à decimas ya queda demostrado en el Problema primero de este Capitulo. Ahora solo falta dar la razon , por què se ha de añadir la especie mayor à la mano izquierda ; la qual es esta. La especie mayor es entero , y para reducir los enteros à quebrado , se multiplican por el denominador , y se añade el numerador ; ( 191 ) y si el denominador es una unidad con algunos zeros , como aqui en las decimas , basta añadir à los enteros otros tantos zeros como ay en el denominador.

minador, (69) y despues escribir el numerador del quebrado en el lugar de los zeros; como si son 3. libras, y 13. 100. avos de libra, para reducir las 3. libras al quebrado, se añaden dos zeros al entero 3. y serán 300. 100. avos; y como aora se han de añadir los 13. que es el numerador, será lo mismo que ponerlos en el lugar de los zeros, de este modo  $3\frac{13}{100}$ , donde se vè claramente, que añadiendo los enteros al lado izquierdo de las decimas, quedan reducidos.

De aqui nace la razon, porque quando el numero de los guarismos de las decimas no es tanto como el exponente, se han de poner entre las decimas, y enteros tantos zeros, como faltan hasta igualar con el exponente; porque desde el primer guarismo de las decimas, hasta los enteros, ha de haver tantos guarismos, como unidades tiene el exponente, ò zeros el denominador: luego si faltan se han de suplir con zeros, que es llenar los lugares, ò asientos de los guarismos, para que los enteros disten del principio tantos lugares, como tiene zeros el denominador.

## PROBLEMA VI.

### HALLAR EL VALOR DE LAS DECIMAS.

148 **E**ste Problema no encierra otra dificultad mas, que hallar el valor de un quebrado comun. Sean, pues, 38 (2. de fuedo, para saber quantos dineros valen, multipliquense los 38. por 12. dineros que vale el fuedo, y serán 456. dividanse por 100. que es el denominador, quitando los dos guarismos primeros 56. por otros tantos zeros que en el denominador, (90) y quedarán 4. dineros, y 56 (2. de dinero, que es el valor de las sobredichas decimas.

Asimismo, para saber quanto importan 36, 857 (3. de milla, medida geometrica, porque los guarismos de las decimas son cinco, y el exponente es 3. separo con una distincion los dos ultimos guarismos, que son enteros, y serán 36. millas y 857 (3. de milla. Aora, porque la milla tiene 1000. passos, multiplico las decimas 857. por 1000. y quitando del producto tres zeros, porque el exponente es 3. quedarán

857. passos justos: y asì, las sobredichas decimas importan 36.

millas y 857. passos. La demonstracion es la misma que la de los quebrados.

\* \*  
\*  
\*  
\* \*

\*\*\*  
\* \*  
\* \*  
\*\*\*

\* \*  
\*  
\*  
\* \*



# CAPITULO SEGUNDO.

## DEL SUMAR, Y RESTAR DECIMAS.

<sup>249</sup> **R** Eduzganse à la denominacion , ò exponente mayor :  
(244) luego se suman , y restan por el modo ordinario  
de sumar , y restar enteros.

### Exemplo I.

Se han de sumar 16. enteros con 13 (2. y  
184 (5. reducido todo à quintas , que es la  
denominacion mayor , serán como parece en  
la formula. Sumense , como si fueran ente-  
ros , y será la suma 16 , 13184 (5.

$$\begin{array}{r} 16,00000 (5 \\ 13000 (5 \\ 184 (5 \\ \hline 16,13184 (5 \end{array}$$

### Exemplo II.

Para sumar 10. enteros con 12 , 92 (2. y  
13 , 1065 (4. y 63 (6. se reducirán à sextas,  
y sumarán por el modo ordinario de sumar  
enteros , como parece en el exemplo.

$$\begin{array}{r} 10,000000 (6 \\ 12,920000 (6 \\ 13,106500 (6 \\ 63 (6 \\ \hline 36,026563 (6 \end{array}$$

### Exemplo III.

<sup>250</sup> Para restar 26, 43 (2. de 146. 1301  
(4. se reducirán à una misma denominacion  
de quartas , como se vè en el exemplo , y  
restando por el modo ordinario , quedarán  
119 , 7001 (4.

$$\begin{array}{r} 146,1301 (4 \\ 26,4300 (4 \\ \hline 119,7001 (4 \end{array}$$

### Exemplo IV.

Se han de restar 3. libras de peso 4. onzas,  
y 3. quartos , de 4. libras 10. onzas y media.  
Reducidas las especies à qualesquiera deci-  
mas , (247) serán 4. 875 (3. y 3 , 395 (3.  
restense por el modo ordinario , y quedarán  
1 , 480 (3.

$$\begin{array}{r} 4,875 (3 \\ 3,395 (3 \\ \hline 1,480 (3 \end{array}$$

*Demonstracion.*

La demonstracion es manifiesta , por el sumar , y restar quebrados , porque estando reducidas las decimas à una misma denominacion , los numeradores se suman , y restan como si fueran enteros , como se demonstrò en el sumar , y restar quebrados.

## CAPITULO TERCERO.

## DEL MULTIPLICAR, Y PARTIR DECIMAS..

251 **P**ara multiplicar se guarda el estilo ordinario de multiplicar enteros , y la suma de los exponentes es el exponente del producto.

*Exemplo I.*

Se han de multiplicar 38 , 46 (2. por 1 , 50 (2. Multiplicando los numeros como si fueran enteros , y sumando los exponentes, saldrà el producto 57 , 6900 (4.

$$\begin{array}{r} 38,46 (2 \\ 1,50 (2 \\ \hline 19,2300 \\ 38,46 \\ \hline 57,6900 (4 \end{array}$$

*Exemplo II.*

Pedro comprò 4. arrobas 3. libras y 5. onzas de cierta mercaderia, por 3. libras 19. sueldos y 6. dineros la arroba; para saber todo el valor reduzga la cantidad à decimas, qualquiera que sean , y quanto mayores mejor : v. g. à sextas , (148) y serán 4 , 094907 (6. Reduzgase tambien el precio à decimas : v. g. à terceras , y serán 3 , 975 (3. Multipliquense unas por otras por el modo ordinario , y sumando los exponentes se hallará el exponente del producto , como parece

$$\begin{array}{r} 4,094907 (6 \\ 3975 (3 \\ \hline 20474535 \\ 28664349 \\ 3,6854163 \\ 12,28721 \\ \hline 16,277255325 (9 \end{array}$$

en el exemplo , cuyo valor (248) es 16. libras 5. sueldos 6. dineros, y 13. 24. avos.

Exemplo III.

Se han de multiplicar 943 (3. por 2, 52 (2. Multiplicad las decimas, como se vè, se sumarán los exponentes, y será el producto 19, 35036 (5.

$$\begin{array}{r} 943(3 \\ 2,52(2 \\ \hline 1886 \\ 4715 \\ 18,86 \\ \hline 19,35036(5 \end{array}$$

Exemplo IV.

Para saber quanto valdrán 3. cahices de trigo 8. herchilas y media, por 7. libras cada cahiz, se reducirá la cantidad, como queda dicho, y serán 3, 708 (3. Multipliquense por 7. libras, que son 7 (0. que es el modo para escribir los enteros en forma de decimas, quando no se pide que se reduzgan à decimas determinadas, y será el producto 25, 956 (3.

$$\begin{array}{r} 3,708(3 \\ 7(0 \\ \hline 25,956(3 \end{array}$$

Exemplo V.

Se han de multiplicar 3. grados 32. min. y 54. segund. por 25. min. y 40. segundos. Reduzganse los 3. grados à minutos, multiplicando por 60. y añadiendo los 32. minutos, serán 212. minutos. Ahora los segundos del numero multiplicando, y multiplicador, reduzganse à decimas, qualesquiera que sea: v. g. centesimas, añadiendoles dos zeros, y partiendo por 60. saldrán las decimas 212. 90 (2. y 25, 66 (2. Multipliquense ahora unas decimas por otras, como si fueran enteros, y sumando los exponentes será el producto 5463, 0140 (4. Para saber su valor, partanse los 5463. segundos por 60. y serán 91. minuto y 3. segundos. Las restantes decimas 0140. no hacen aun un segundo.

$$\begin{array}{r} 212,90(2 \\ 25,66(2 \\ \hline 12,7740 \\ 127,740 \\ 1064,50 \\ 4258,0 \\ \hline 5463,0140(4 \end{array}$$

Quando no ay segundos, se añadirán al principio tantos zeros, como unidades ha de tener el exponente; y así, para reducir 54. minutos à centesimas, serán 54, 00 (2.

*Demonstracion.*

El multiplicar quebrados, es multiplicar numerador por numerador, y denominador por denominador, como queda demostrado; pues como aqui se multiplican las partes decimas, que son los numeradores, y se suman los exponentes, que es lo mismo que multiplicar los denominadores: porque para multiplicar un numero por otro, que conste de una unidad, y zeros, basta añadir otros tantos zeros, como queda tambien probado: se infiere claramente, que asi se deven multiplicar las decimas.

252 Para partir se guarda el estilo ordinario de partir enteros, y el exponente del partidor se resta del exponente de la cantidad, para tener el exponente del quociente. Pero quando el partidor fuere mayor que la cantidad, ó tambien el exponente del partidor fuere mayor que el de la cantidad, se añadirán algunos zeros à la cantidad, y otras tantas unidades al exponente.

*Exemplo I.*

Se han de partir 3605 (6. por 34 (4. Dividanse 3605. por 34. por el modo ordinario, y restando el exponente 4. del exponente 6. quedarán 2. con que será el quociente 106 (2. de lo que sobra no se hace caso.

$$\begin{array}{r} 3605 \text{ (6} \\ 34 \text{ (4} \\ \hline 205 \quad 100 \text{ (2} \\ \hline 1 \end{array}$$

*Exemplo II.*

Para partir 346 (5. por 86 (8. porque el exponente de la cantidad es menor que el del partidor, añadiré à la cantidad algunos zeros, como 6. y aumentaré otras tantas unidades su exponente; con que serán 346000000 (11. los quales partidos por 86 (8. caben al quociente 4023255 (3.

$$\begin{array}{r} 346000000 \quad 86 \text{ (8} \\ 200 \quad 4023255 \text{ (3} \\ \hline 280 \\ \hline 220 \\ \hline 480 \\ \hline 500 \\ \hline 70 \end{array}$$

*Exemplo III.*

Se han de partir 24. enteros por 125 (4. Porque el numero de las decimas es mayor que el de los enteros, y tambien el exponente, añadiéndose algunos zeros à los enteros, de fuerte, que sean mas que las unidades del exponente de las decimas, y serán 24, 00000 (5. y hagase la particion como antes.

*Exem-*

*Exemplo IV.*

Pedro comprò 15. varas y dos palmos de tereopelo , y le costò todo 60. libras 12. sueldos y 3. dineros. Para saber quanto costò la vara, resuelva las dos cantidades en decimas , qualquier que sean , mientras sean proporcionadas para poder partir, y serán los del precio 60, 6125 (4. y de las varas 15, 5 (1. Hagase la division de aquellas decimas por estas , y vendrá el quociente 3, 910 (3. por el valor de cada vara.

*Demonstracion.*

Quando los terminos del quebrado dividendo se pueden partir enteramente por los del divisor, partiendo unos por otros està concluida la division ; (196) pues aqui se parten las decimas del dividendo por la del divisor , que son los numeradores , y restando los exponentes es lo mismo que partir ; porque para dividir por numero que consta de una unidad, y zeros, basta quitar otros tantos guarismos del dividendo, que es restar un exponente de otro : luego esta regla del partir enseña la verdad.

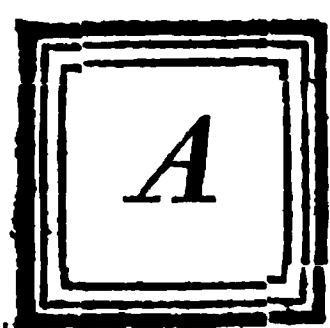
Solamente puede obstar lo que sobra en la division de las decimas; pero ya se ha dicho , que de esto no se hace caso , porque el uso de las decimas mas sirve para facilitar las operaciones , por otra parte molestas , que para ostentar la certeza Arithmetica ; y reduciendo à decimas mayores, ò cuyo exponente tenga muchas unidades , se hace insensible lo que sobra.

Y así tenga advertido el estudioso en Arithmetica , que las partes decimas no siempre proceden con todo el rigor Mathematico , para que no se canse en quererlas cotejar con las otras operaciones ; pues , como queda dicho , solo sirven de alivio en las operaciones molestas de quebrados , y otras reglas.

# LIBRO II.

## DE LA ANALOGIA

### DE LOS NUMEROS.



*ANALOGIA* es lo mismo que *Proporcion*; y assi, el asunto de este Libro es tratar de los numeros proporcionales, y de sus propriedades. Dividase en quatro partes, correspondientes à las quatro reglas en que se comprehenden todas las proporciones. La primera es de los numeros proporcionales, ò *Regla de tres*. La segunda, de las *Compañias*. La tercera, de las *Aligaciones*. La quarta, de *Falsas posiciones*.

## P A R T E I.

### DE LOS NUMEROS PROPORCIONALES,

#### ò Regla de tres.

**A**NTES de explicar la regla de tres, ò de proporcion, será conveniente que trate de la *Theorica* de las Razones, y Proporciones de los numeros; quien no gustáre de ella, sino solo de la práctica, podrá dexarla, y passar à la regla de tres.

DE LA RAZON DE LOS NUMEROS,  
y su division.

253 **R**azon numérica es la relacion , respeto , ò habitud que un numero tiene à otro , en quanto es mayor , igual , ò menor. Como el 6. comparado con el 3. dice razon , en quanto es mayor : El mismo 6. comparado con el 6. dice razon , en quanto es igual : Y el mismo 6. comparado con el 8. tiene razon , en quanto es menor. El numero comparado se dice *Antecedente* , y aquel à quien se compara se llama *Consequente* ; y así , en la razon de 8. à 4. el 8. es antecedente, y el 4. consequente.

Advierto aqui, que Euclides en la *defn. 3. del lib. 5.* definiò la razon, diciendo , que es una mutua habitud de dos quantidades de un mismo genero , en quanto se comparan , segun la cantidad ; pero esta es definicion comun à la cantidad continua , y discreta , y aora solo tratamos de la discreta , ò del numero ; con que ha sido preciso àver dado otra definicion mas individual , aunque en la substancia es la misma.

254 Dividese la razon en *razon de igualdad* , y *desigualdad* : La razon de igualdad es la relacion de un numero à otro igual ; como 6. à 6. La razon de desigualdad es el respeto , ò relacion de un numero à otro desigual ; como 4. à 8. 5. à 7. 9. à 2. La razon de igualdad no se puede subdividir , porque no ay mas , ni menos igual.

255 Pero la razon de desigualdad se subdivide en *razon de mayor desigualdad* , y *menor desigualdad*. La razon de mayor desigualdad , es la relacion de un numero mayor à otro menor ; como 12. à 4. item 8. à 1. La razon de menor desigualdad , es el respeto de un numero menor à otro mayor ; como 4. à 12. item 1. à 8. Con que la razon que es de mayor desigualdad , como de 6. à 1. invirtiendo los terminos se hace de menor desigualdad , como de 1. à 6.

La razon de mayor desigualdad se subdivide en cinco generos : es à saber , en razon *Multiplíce* , *Superparticular* , *Superparciente* , *Multiplíce superparticular* , y *Multiplíce superparciente*.

256 La razon *Multiplíce* , es , quando el antecedente contiene al consequente muchas veces justas , sin sobrar algo. Si le contiene dos veces justas , se llama *Dupla* , como 2. à 1. item 4. à 2. item 24. à 12. Si le contiene tres veces justas , se dice *Tripla* ; como 3. à 1. item 15. à 5. item 6. à 2. Si quatro veces , *Quadrupla* , como 4. à 1. item 20. à 5. item 100. à 25. Si cinco veces , *Quintupla*. Si seis , *Sextupla* ; y así de las demás.



257 La razon *Superparticular*, es, quando el antecedente contiene al conseqüente una sola vez, y sobra una parte aliquota del conseqüente; la qual, si es la mitad de dicho conseqüente, se dice *Sequialtera*; como 3. à 2. item 6. à 4. item 9. à 6. Si la parte aliquota que sobra es el tercio del conseqüente, se llama *Sesquitercia*; como 4. à 3. item 8. à 6. item 12. à 9. Si es el quarto, se dice *Sesquiquarta*; como 5. à 4. item 10. à 8. 15. à 12. Si es el quinto, *Sesquiquinta*; como 6. à 5. item 12. à 10. item 18. à 15. Si es el sexto, *Sesquifexta*. Si el septimo, *Sesquiseptima*, &c.

258. La razon *Superparciente*, es, quando el antecedente contiene al conseqüente una sola vez, y sobra una parte aliquanta del conseqüente: y porque la parte aliquanta se expresa con dos nombres, como dos tercios, tres quartos, dos quintos, &c. tendrán tambien dos nombres las especies de esta razon, pues por el primer nombre, si es dos, se dice *Superbiparciente*; si tres *Supertriparciente*; si quatro, *Superquadruparciente*, &c. Y por razon del segundo nombre se añaden *tercias*, *quartas*, *quintas*, *sextas*, &c. Como la razon de 5. à 3. ò de 10. à 6. ò de 15. à 9. es *Superbiparciente tercias*, porque el antecedente contiene al conseqüente una sola vez, y sobran dos tercios del conseqüente. La razon de 7. à 4. ò de 14. à 8. ò de 21. à 12. es *Supertriparciente quartas*; porque el antecedente contiene una sola vez al conseqüente, y sobran tres quartos del conseqüente. La razon de 7. à 5. ò de 14. à 10. ò de 21. à 15. es *Superbiparciente quintas*, porque sobran dos quintos del conseqüente.

Para distinguir estos dos generos de razones *Superparticular*, y *Superparciente*, que á los poco exercitados causa alguna dificultad, se observará esta regla, la qual despues aplicaremos à todas las razones: Dividase el antecedente por el conseqüente, y el quociente será una unidad, y un quebrado; pues si el denominador del tal quebrado se puede partir justamente por el denominador, será la razon *superparticular*, y este ultimo quociente le dará el nombre; como para conocer la razon de 8. à 6. dividiendo 8. por 6. viene 1. y dos sextos; pues porque partiendo el denominador 6. por el numerador 2. salen 3. justos, será *sesquitercia*. Asimismo, para conocer la razon de 30. à 25. partiendo, viene al quociente 1. y cinco veinte y cinco avos; y porque el denominador 25. se puede partir justamente por el numerador 5. saliendo 5. por quociente, será *sesquiquinta*.

Pero si el denominador del quebrado no se puede partir justamente por su numerador, será la razon *superparciente*, y el mismo quebrado le dará el nombre; como para conocer la razon de 8. à 7. partiendo vien-

nen al quociente 1. y dos septimos; y pues el denominador 7. no se puede partir enteramente por el numerador 2. se dirà por el 2. *Superbiparciente*, y por el 7. se añadirà *septimas*. Asimismo, la razon de 11. à 7. será *Superquadruparciente septimas*; porque partiendo salen 1. y quatro septimos. Tambien la razon de 15. à 8. será *Superseptuparciente octavas*; porque dividiendo, vienen al quociente 1. y 7. octavos.

Pero advierto, que el quebrado se ha de reducir à los menores terminos, para dar el debido nombre, y así, la razon de 14. à 8. no se dirà *Supersextuparciente octavas*, aunque partiendo sea el quociente 1. y seis ochavos; fino *Supertriparciente quartas*, porque el quebrado seis ochavos se reduce à tres quartos. Del mismo modo à la razon de 20. à 14. no la nombrarèmos *Supersextuparciente decimas quartas*, aunque el quociente sea 1. y 6. 14. avos; fino *Supertriparciente septimas*, porque el quebrado se ha de reducir à tres septimos.

259 La razon multiplique superparticular, es, quando el antecedente contiene al conseqüente muchas veces, y sobra una parte aliquota del conseqüente; si le contiene dos veces se llama *Dupla*; si tres, *Tripla*; si quatro, *Quadrupla*, &c. y si sobra un tercio, se añade *Sesquitercia*; si un quarto, *Sesquiquarta*, &c. Y así, la razon de 20. à 6. es *Tripla sesquitercia*; porque el 20. contiene al 6. tres veces, y sobran dos sextos, ò un tercio. Tambien la razon de 11. à 2. es *Quintrupla sesquialtera*; porque el 11. contiene al 2. cinco veces, y sobra una mitad. Así mismo, la razon de 30. à 9. se llama *Tripla sesquitercia*; porque el 30. contiene al 9. tres, y sobran tres novenos, ò un tercio.

260 La razon multiplique superparciente, es, quando el antecedente contiene al conseqüente muchas veces, y sobra una parte aliquanta del conseqüente; si le contiene dos veces se dice *Dupla*; si tres, *Tripla*, si quatro, *Quadrupla*, &c. Y si sobran dos tercios, se añade *Superhiparciente tercias*, si tres quartos, *Supertriparciente quartas*, &c. como està dicho en la razon superparciente. Y así, la razon de 17. à 6. es *Dupla superquintuparciente sextas*; porque el 17. contiene al 6. dos veces, y sobran cinco sextos. Asimismo, la razon de 31. à 4. es *Septupla supertriparciente quartas*; porque el 31. contiene al 4. siete veces, y sobran tres quartos; y así de las demás.

De fuerte, que estos dos ultimos generos de razones son compuestos de multiplique, y de superparticular, ò superparciente; y así, sabidas las partes de que se componen, no se pueden ignorarlos todos, porque tienen los mismos nombres, y subdivisiones.

La razon de menor desigualdad tambien se subdivide en otros cinco generos, añadiendo la particula *sub*, los quales son: *Submultiplique*,  
Sub-

*Subsuperparticular*, *Subsuperparciente*, *Submultiplice superparticular*, y *Submultiplice superparciente*; y cada genero de estos se subdivide en las mismas especies que los de la razon de mayor desigualdad, solo añade la particula *sub*.

261 La razon submultiplice, es, quando el antecedente es contenido en el conseqüente muchas veces justas; las quales, si son dos, se dice *Subdupla*, como 1. à 2. item 4. à 8. si tres, *Subtripla*, como 1. à 3. item 6. à 18. si quatro, *Subquadrupla*, como 1. à 4. item 2. à 8. y así de las demás.

262 La razon subsuperparticular, es, quando el antecedente es contenido en el conseqüente una sola vez, y sobra una parte aliquota del antecedente; la qual, si es la mitad, se dice *Subsesquialtera*, como 2. à 3. item 4. à 6. Si el tercio, *Subsesquitercia*, como 3. à 4. item 6. à 8. Si el quarto, *Subsesquiquarta*, como 4. à 5. item 8. à 10. y así de las demás.

263 La razon subsuperparciente, es, quando el antecedente se contiene en el conseqüente una sola vez, y sobra una parte aliquanta del antecedente; la qual, si es dos tercios, se dice *Subsuperbiparciente tercias*; si tres quartos, *Subsupertriparciente quartas*, &c. como se dixo en la razon superparciente, solo se añade el *sub*.

264 Las razones submultiplice superparticular, y submultiplice superparciente son compuestas de la submultiplice, y de la subsuperparticular, y subsuperparciente; y así no tengo que explicarlas, pues entendidas las partes no se puede ignorar el todo.

265 De fuerte, que la razon de menor desigualdad, es inverfa de la de mayor desigualdad; y así, invirtiendo los terminos de la una sale la otra, como la razon de 4. à 1. es quadrupla, y la de 1. à 4. es subquadrupla. La razon de 2. à 3. es subsesquialtera, y la de 3. à 2. es sesquialtera. La razon de 30. à 11. es dupla superoctuparciente undecimas, y la de 11. à 30. es subdupla superoctuparciente undecimas, y así de las demás. Solo se ha de tener grande cuydado en añadir la particula *sub*. quando se nombra alguna razon de menor desigualdad, porque por ella se distingue de la de mayor desigualdad.

266 De lo dicho hasta aqui se concluye, que los generos de la razon son once: es à saber, uno de igual, cinco de mayor desigualdad, y otros cinco de menor desigualdad; y que no sean mas, ni menos lo pruebo así. Un numero, respeto de otro, ò es igual, ò mayor, ò menor. Si igual, constituye un genero de razon de igualdad, la qual, como queda advertido, no se puede subdividir mas: Si es mayor, puede ser de cinco maneras; porque, ò contiene al menor algunas veces justas, y es multiplice, ò se

con-

contiene una sola vez, y sobra parte aliquota, y es superparticular; ò sobra parte aliquanta, y es superparciente; ò le contiene muchas veces, y sobra parte aliquota, y es multiplice superparticular; ò conteniendole muchas veces sobra parte aliquanta, y es multiplice superparciente. Asimismo, si es menor ay otros cinco generos; luego todos son once.

267 Advierto aqui, que comunmente los Autores dividen la razon en general en razon *Racional*, é *Irracional*; la racional es la que se puede declarar por numeros; y asi un numero á otro necessariamente dice razon racional. La irracional es la que no se puede expresar con numeros, como la razon que ay entre el lado, y la diagonal de un quadro; ò entre raíz quadrada de 7. y raíz quadrada de 3. como lo verèmos en otro lugar. Pero como aqui solo tratamos de la razon que se halla entre numeros, no ay necesidad de explicar mas esta division; porque en los numeros no ay razon irracional.

*Observaciones.*

268 Una razon se puede expresar con diferentes terminos; como la razon de 2. à 1. es la misma que la de 4. à 2. y que la de 30. à 15. y que la de 100. à 50. porque en todas el antecedente tiene un mismo respeto al conseqüente; esto es, le contiene dos veces. Asimismo, todas estas razones 2. à 3. item 4. à 6. item 12. à 18. item 100. à 150. &c. son iguales, ò las mismas; porque en todas el antecedente se contiene en el conseqüente una vez, y sobra una mitad del antecedente; y asi son subsequalteras. La razon de esto es clara; porque la razon consiste en la relacion, ò respeto del antecedente al conseqüente: luego mientras se guarde la misma relacion no se muda la razon, aunque los terminos sean diferentes.

Y aunque una razon se pueda declarar con diferentes terminos, pero es conveniente expresarla con terminos menores; porque teniendo pocas unidades, facilmente se conoce la relacion, ò continencia del antecedente en el conseqüente, ò al contrario; y asi la razon tripla con mayor facilidad se conoce por estos terminos 3. à 1. que por estos 81. à 27. como se dixo en los quebrados.

269 Los terminos mismos, por los quales se puede declarar una razon, se dicen *Raices* de la tal razon; y asi la raíz de la razon quadrupla es la razon de 4. à 1. La de la superbiparciente tercias es la razon de 5. à 3. porque de ellos, como de raíz, proceden todos los otros terminos con que se puede expresar la misma razon.

270 En la colocacion de los terminos para expresar las razones se deve tener grande cuydado, porque los principiantes muchas veces no reparan en hacer antecedente al termino que avia de ser conseqüente; y

así para declarar la razón dupla, suelen decir que es de 1. á 2. siendo en la realidad de 2. á 1. en lo qual se engañan totalmente; porque quando la cantidad mayor se compara á la menor, es razón de mayor desigualdad; y quando la menor se refiere á la mayor, es la razón de menor desigualdad, que son del todo diferentes; pues en aquella el antecedente contiene al conseqüente, y en esta es contenido.

Y para que esta diferencia esté manifiesta, me valdré de los números contractos. Supongo, pues, que los Soldados del Exercito de España tienen la razón de 2. á 1. á los Soldados de Francia; si los de Francia son 10000. los de España serán 20000. pero si se dixera que la razón es de 1. á 2. siendo los de Francia 10000. serían los de España 5000. que es la mitad: de suerte, que la diferencia sería de tener España 20000. Soldados, á tener 5000. porque la razón de 2. á 1. significa doblado y la de 1. á 2. la mitad.

De aqui consta con evidencia, que no passa lo mismo en la quantidad respectiva, ó en las razones, que en la absoluta; porque en la quantidad absoluta la misma distancia ay de un termino á otro, que de este á aquel: v. g. la misma distancia ay de Valencia á Madrid, que de Madrid á Valencia; pero en las razones, no ay la misma razón de un termino á otro, que de este á aquel: esto es, de 2. á 1. que de 1. á 2. como queda advertido.

271 Ultimamente conviene observar, que las razones unas son iguales, semejantes, las mismas, ó de una especie (todos estos nombres significan lo mismo); y otras desiguales, desemejantes, diferentes, ó de diversa especie. Las iguales son las que dicen una misma relación, ó habitud, como 2. á 1. item 6. á 3. item 2. á 6. porque en todas el antecedente dice relación de doblado al conseqüente, y así son duplas; de suerte, que las razones iguales tienen un mismo nombre: esto es, que todas las duplas son iguales, todas las triplas, todas las sesquialteras, &c.

Las razones desiguales son las que no dicen una misma relación, ó habitud. Como la razón de 3. á 1. es desigual á la de 4. á 1. porque en aquella la relación es de triplo, y en esta es de quadruplo: asimismo la razón de 2. á 3. es desemejante á la de 3. á 2. porque en aquella el respeto es de subsesquialtera, y en esta de sesquialtera: con que no tienen un mismo nombre.

Peró advierto, que no es lo mismo razón igual, que razón de igualdad; ni razón desigual, que de desigualdad: porque la razón de igualdad, ó desigualdad es el respeto entre dos quantidades iguales, ó desiguales; pero la razón igual, ó desigual es la comparación de dos, ó muchas

Estas razones , en quanto tienen el mismo , ò diferente respeto ; de fuerte , que si se compáran 3. con 6. es razon de desigualdad ; pero si comparamos la razon de 3. à 6. con la de 4. à 8. se dice que las tales razones son iguales , como aora veremos.

DE LA PROPORCION, Y PROPORCIONALIDAD.

272 Proporción es el respeto , ò relacion de una razon à otra , con que es razon de razones ; porque así como un numero se compára à otro en quanto es mayor , igual , ò menor ; tambien una razon se puede comparar à otra en quanto es mayor , menor , ò igual ; y así como la comparacion de los numeros se llama *Razon* , del mismo modo la comparacion de las razones se dice *Razon de razones* , ò *Proporción*.

De modo , que las razones comparadas unas con otras , pueden ser mayores , menores , ò iguales ; aquellas razones son mayores , que dicen mayor continencia , como la razon de 4. à 1. es mayor que la de 3. à 1. porque mayor continencia es la quadrupla de 4. à 1. que la tripla de 3. à 1. Aquellas razones son menores , que dicen menor continencia , como la razon de 2. à 1. respeto de la de 6. à 2. y aquellas son iguales , que tienen igual continencia , como la razon de 6. à 3. respeto de la de 2. à 1. porque entrambas son duplas ; pues la relacion de una razon à otra , en quanto es mayor , menor , ò igual , se dice Proporción.

Dirá alguno , si la razon es relacion , cómo puede aver una mayor que otra ; porque el ser mayor , ò menor , es propio de la cantidad ? Respondo , que es verdad que la razon es del genero de relacion ; pero por la intima afinidad que tiene con la cantidad , participa tambien sus propiedades , como lo vemos en el peso , sonido , movimiento , y otras muchas cosas , que aunque no sean cantidades , pero se dicen mayores , ò menores.

Esta definicion de la proporción comprehende todas las comparaciones de las razones ; y así es mas universal que la de Euclides lib. 5. defin. 4. en donde solo define la proporción que ay entre razones semejantes , diciendo , que la proporción es *rationum similitudo* , una semejanza de razones ; pero no ay por qué nos estrechemos à tan angostos terminos de tratar solo de la proporción de razones semejantes , pudiendo comprehenderlas todas. Este ensanche devemos al P. Gregorio á S. Vincencio , de la Compañia de Jesus , que con singular agudeza fue el primero que tratò esta materia.

De lo dicho hasta aqui se infieren dos cosas : La primera , que la proporción se puede dividir en otros tantos generos , como la razon ; y así



avrà proporción múltiple, superparticular, &c. Como la razón de 12. á 2. es tripla de la de 2. á 1. esto es, la sextupla es tripla de la dupla, porque 6. es triplo de 2. asimismo la razón de 2. á 1. es subsesquialtera de la de 3. á 1. esto es, la dupla, respecto de la tripla.

La segunda, que la proporción pide quatro terminos; porque como está entre dos razones, y cada una tiene dos terminos, tendrá la proporción quatro: verdad es, que bastan tres terminos materiales, quando un termino sirve de conseqüente en una razón, y de antecedente en otra; como en la proporción de las razones de 8. á 4. y de 4. á 2. donde no ay mas que tres terminos materiales 8. 4. 2. porque el 4. hace oficio de dos; pero formales siempre son quatro terminos, que se llaman proporcionales.

273 La proporción es en dos maneras, una continua, y otra discreta, ò no continua. La continua es, quando la misma razón ay del primer termino al segundo, que del segundo al tercero, como 27. 9. 3. porque de 27. á 9. ay razón tripla, y tambien de 9. á 3. y así el un termino 9. hace oficio de dos, como queda dicho. La no continua es, quando no ay la misma razón del primer termino al segundo, que de este al tercero, como 8. 4. 6. 3. porque del 8. al 4. ay razón dupla, pero no del 4. al 6. Y aunque el un termino sea comun à las dos razones, como aqui 6. 4. 2. no por esso es continua, pues no ay la misma razón de 6. á 4. que de 4. á 2.

274 La proporcionalidad es el respeto proporciones, y así es razón de proporciones, ò razón de razones de razones; porque las proporciones se pueden comparar entre sí, en quanto una es mayor, igual, ò menor que otra, del mismo modo que se comparan las razones. De suerte, que la razón está entre dos numeros, la proporción entre dos razones, y la proporcionalidad entre dos proporciones.

De donde se infiere, que la proporcionalidad requiere ocho terminos formales, porque está entre dos proporciones, de las quales cada una tiene quatro terminos; pero materiales pueden ser solos cinco, como en estos 2. 4. 8. 16. 32. donde los tres de enmedio hacen oficio de antecedentes, y conseqüentes. Tambien tiene la proporcionalidad otros tantos generos, como la razón, y como la proporción, que por estos se explican en el numero siguiente.

### *DEL DENOMINADOR DE LA RAZON, PROPORCION, y proporcionalidad.*

275 El denominador de una razón es una razón semejante, expresada



lada con los terminos mas claros que se puedan hallar. En esta explicacion comprehendo el denominador de la razon, proporcion, y proporcionalidad; porque como la proporcion, y proporcionalidad sean razones (273 y 274), definiendo al denominador de la razon, quedarán entendidos los otros denominadores. De modo, que lo que diré del denominador de la razon, se ha de entender tambien del denominador de la proporcion, y proporcionalidad.

Sucede muchas veces, que una razon está expreßada con terminos muy grandes, de suerte, que facilmente no se puede conocer el respeto del antecedente al conseqüente; como esta 189. á 27. Y así se necesita de denominador, que explique, y declare con terminos menores el dicho respeto, ó relacion, que será la razon de 7. á 1. por la qual claramente se conoce, que la razon de 189. á 27. es septupla.

Asi mismo, la razon que ay entre la razon de 40. á 5. y la de 2. á 1. que es proporcion, no se puede conocer facilmente sin el denominador 4. á 1. el qual manifiesta que la proporcion es quadrupla; y lo mismo digo de la proporcionalidad.

Y porque el denominador de qualquier razon declara la continencia del antecedente en el conseqüente, ó de este en aquel, le llamó Euclides en la definicion 5. del libro 6. segun la inteligencia del Padre Clavio, *Quantidad de la razon*, porque enseña quan grande, ó pequeña sea la razon. Solo definió Euclides al denominador de la razon, no al de la proporcion, ni proporcionalidad. Porque como los antiguos no conocieron, ó no trataron de otra proporcion que de la de igualdad, la qual no necesita de denominador; por esto no trataron del denominador de la proporcion, ni proporcionalidad.

276 Siendo, pues el denominador una razon semejante á la razon de quien es denominador, que declara qual sea el respeto del antecedente al conseqüente, necesariamente ha de constar de terminos muy claros, que manifiesten el dicho respeto, ó relacion; y como ninguna razon pueda tener terminos mas claros que la que tienen por conseqüente la unidad por ser la mas simple, y conocida en la Arithmetica; por esto el denominador ha de ser una razon semejante á la razon de quien es denominador, que tenga por conseqüente la unidad; y así el denominador de la razon de 40. á 5. es la razon de 8. á 1. porque claramente enseña que es octupla.

277 Y como qualquier numero, ó sea entero, ó quebrado, diga orden á lo menos implicito á la unidad (127), pues que, ó se compone de unidades, ó es parte, ó partes de la unidad; no es necesario que en el denominador se declare la unidad que es conseqüente; y así el de-

nominator de la razon de 12. à 3. es 4. porque ya se entiende que es lo mismo que 4. à 1. Así mismo el denominador de la razon de 13. à 9. es 1. y  $\frac{1}{3}$ , que es lo mismo que 1.  $\frac{1}{9}$  à 1. y así de los demás. Con que para expresar el denominador no es menester poner dos terminos, sino solo el antecedente, dexando el conseqüente, que es la unidad.

Concluyo con que el denominador no necesita de otro denominador; porque como ha de ser la razon mas clara que aya entre todas las razones de la especie de la razon de quien es denominador, si huviera denominador de denominador, este no sería denominador, porque no sería el mas claro, supuesto que avría otro denominador que le declarasse: v. g. el denominador de la razon de 80. à 40. ha de ser la razon mas clara que se halle entre todas las razones duplas; si huviera, pues, otra razon mas clara que el denominador, ella sería denominador. Luego el que por la suposicion es denominador en la verdad, no sería denominador, sino aquella razon mas clara: Luego el denominador no necesita de otro denominador, porque así, el denominador del denominador sería el verdadero denominador.

A mas desto: Si el denominador necesitara de otro denominador, se daría denominador de denominador: Luego el primero no sería denominador; porque se precedería en infinito, señalado denominador de denominador, y otra vez denominador de este denominador, &c. y así no sería verdadero denominador, porque avría otro denominador, ó razon mas clara; la qual, segun la definicion, sería el verdadero denominador.

### DE LOS TERMINOS PROPORCIONALES.

278 Terminos, ó numeros proporcionales son los que componen la proporcion, los quales son quatro formales. (272) Y como la proporcion puede estar entre razones desiguales (272), no es necesario que los terminos proporcionales guarden una misma razon. Pero porque los antiguos no conocieron sino la proporcion de iguales, que es la que definiò Euclides en la *defini. 4. del lib. 5.* diciendo que es semejanza de razones; siempre que hablarè de terminos proporcionales entenderè de los que componen proporcion de igualdad, mientras otra cosa no advirtiere en contrario.

279 Y así quatro numeros son proporcionales, quando la misma razon ay del primero al segundo, que del tercero al quarto, como 8. 2. 12. 3. porque tanto del 8. al 2. como del 12. al 3. ay razon quadrupla; así mismo 4. 6. 9. son proporcionales; porque la misma razon sub-

ses-

sesquialtera ay del 4. al 6. que del 6. al 9. El 6. hace oficio de antecedente , y conseqüente , porque la proporcion es continua.

280 Los numeros proporcionales se suelen expreſſar deſte modo , como 4. á 2. aſſi 8. á 4. que es lo miſmo que decir , que la miſma razon ay de 4. á 2. que de 8. á 4. porque ambas ſon duplas. Eſtos terminos proporcionales ſon. los de la regla de tres ; porque no ſe busca otra coſa , que conocidos los tres primeros terminos , hallar el quarto proporcional. De los terminos proporcionales , el primero es ſemejante al tercero , y el ſegundo al quarto : eſto es , el antecedente de una razon al antecedente de la otra , y el conſequent al conſequent , á quien Euclides en la diſt. 11. del lib. 5. llama terminos *Homologos*, ò ſemejantes ; porque ſi el un antecedente es mayor, igual, ò menor que ſu conſequent , tambien el otro antecedente ha de ſer mayor , igual , ò menor que ſu conſequent.

281 Los terminos proporcionales ſe pueden comparar entre ſi de ſeis modos , y ſiempre ſon proporcionales : es á ſaber Alternando, Invirtiendo , Componiendo , Dividiendo , Convirtiendo , y por igualdad , como lo demuestra Euclides en el libro 5. y nosotros en el capitulo ſiguiente.

282 Terminos proporcionales directos, ſon los primeros proporcionales que ſe ofrecen antes de hacer la inverſion , alternacion , &c. como 8. á 6. aſſi 24. á 18. y eſta ſe llama Proporcion directa.

283 Proporcion *Alternata* , ò permutada , es la comparacion del antecedente al antecedente , y conſequent al conſequent ; como ſi ſon directamente proporcionales 6. á 3. como 10. á 5. ſerán alternando 6. á 10. como 3. á 5.

284 Proporcion *Inverſa* es la comparacion de los conſequentes á los antecedentes ; como ſi ſon directamente proporcionales 6. á 3. como 10. á 5. ſerán invirtiendo 3. á 6. como 5. á 10.

285 Compoficion de razon es la comparacion de la ſuma del antecedente , y conſequent al miſmo conſequent ; la ſuma ſe ſeñala con eſta ſeñal + como ſi ſon directamente proporcionales 6. á 3. aſſi 10. á 5. ſerán componiendo como 6. + 3. á 3. aſſi 10. + 5. á 5. eſto es, como 9. á 3. aſſi 15. á 5. A eſta compoficion de razon ſe pueden añadir otras dos : La primera es compoficion converſa , quando la ſuma del antecedente , y conſequent ſe compara el antecedente , como 6. + 3. á 6. aſſi 10. + 5. á 10. eſto es , como 9. á 6. aſſi 15. á 10. La ſegunda es compoficion contraria , quando el antecedente ſe compara á la ſuma de antecedente , y conſequent , como 6. á 6. + 3. aſſi 10. á 10. + 5. eſto es , como 6. á 9. aſſi 10. á 15.

286 División de razón, es, quando la diferencia del antecedente, y conseqüente se compara al mismo conseqüente; la diferencia se señala de este modo — como si son directamente proporcionales, como 4. à 3. así 8. à 6. serán dividiendo como 4. — 3. à 3. así 8. — 6. à 6. esto es, como 1. à 3. así 2. à 6. pero es necesario que el antecedente sea mayor que el conseqüente. A esta división de razón se pueden añadir otras dos. La primera es división *Conversa*, quando se compara el conseqüente à la dicha diferencia, como 3. à 4. — 3. así 6. à 8. — 6. La segunda es división *Contraria*, quando se compara el antecedente con la diferencia del conseqüente, y antecedente; y así el conseqüente ha de ser mayor, como si son directamente proporcionales, como 3. à 4. así 6. à 6. serán dividiendo contrariamente, como 3. à 4. — 3. así 6. à 8. — 8. esto es, como 3. à 1. así 6. à 2.

287 Conversión de razón, es, quando el antecedente se compara à la diferencia del antecedente, y conseqüente, como si son directamente proporcionales, como 4. à 3. así 8. à 6. serán convirtiendo como 4. à 4. — 3. así 8. à 8. — 6. esto es, como 4. à 1. así 8. à 2. con que el antecedente necesariamente ha de ser mayor que el conseqüente.

288 La proporción por igualdad, es, quando aviendo mas que dos numeros en una serie, como 18. 12. 6. y tomando otros tantos en otra serie 6. 4. 2. de suerte, que cada dos de ellos sean proporcionales, como 18. à 12. así 6. à 4. y como 12. à 6. así 4. à 2. se quitan los medios, quedarán los extremos proporcionales, como 18. à 16. así 6. à 2. y esta es la proporción por igualdad, la qual puede ser en dos maneras, como agora veremos.

18.	12.	6.
6.	4.	2.

Esta proporción por igualdad se divide en *Ordenada*, y *Perturbada*. La ordenada, es, quando se guarda un mismo orden en los primeros dos numeros, que en los segundos, como en el exemplo antecedente.

18.	12.	6.
12.	6.	4.

La perturbada, es quando se invierte el orden; como si es 18. à 12. así 6. à 4. y como 12. à 6. así 12. à 6. entonces quitando los medios quedarán los extremos proporcionales, como 18. à 12. así 6. à 4.

Pero aqui se ha de advertir con cuydado, que no es lo mismo proporción de igualdad, que proporción por igualdad, porque aquella es la que está entre razones iguales, y esta es quando se quitan los medios, y quedan los extremos proporcionales, como está dicho.

Ter-

289 Terminos *reciprocas* son los dos medios , y los dos estre-  
mos de quatro numeros proporcionales , como en esta proporcion  
8. à 2. como 4. à 1. los terminos reciprocos son los medios 2. y 4.  
y tambien los extremos 8. y 1.

DE LA RAZON COMPUESTA.

290 *Razon Compuesta* , es la que se compone de otras por multi-  
plicacion , como un numero de otro. Euclides la definiò en la *defn.*  
*5. del lib. 6.* por los denominadores , que son las cantidades de las  
razones , diciendo que la razon es compuesta quando las cantidades  
de las razones multiplicadas entre sí hacen alguna razon ; ò segun la  
version de Zamberto , hacen la cantidad de alguna razon , que es  
lo mismo que decir , que su denominador es el producto de los deno-  
minadores de las razones de quien se compone ; como si son dos razo-  
nes 8. à 2. y 9. à 3. cuyos denominadores 4. y 3. multiplicados hacen  
12. pues la razon cuyo denominador es 12. que es la *duodecupla* , ò  
de 12. à 1. (276) es la compuesta de las razones de 8. à 2. y de 9. à 3.  
De fuerte , que assi como el numero 12. es compuesto de la multi-  
plicacion de 4. por 3. del mismo modo la razon duodecupla se com-  
pone por multiplicacion de las razones quadrupla , y tripla.

Assi mismo , si se proponen las razones de 4. à 1. y de 3. à 7. y de  
5. à 2. cuyos denominadores  $4 \frac{3}{7}$  , y  $2 \frac{1}{2}$  , se multiplican entre sí , sal-  
drà el denominador  $4 \frac{2}{7}$  de la razon compuesta dellas ; con que la razon  
quadrupla superbiparciente septimas , que corresponde al denominador  
 $4 \frac{2}{7}$  , será compuesta de las razones de 4. à 1. y de 3. à 7. y de 5. à 2.

Esta multiplicacion se puede hacer de otro modo sin los denomi-  
nadores , multiplicando las mismas razones , y el producto será la ra-  
zon compuesta por multiplicacion ; como si se multiplican las razones  
de 8. à 2. y de 9. à 3. escritas en forma de quebrado , assi :  $\frac{8}{2}$  ,  $\frac{9}{3}$  , mul-  
tiplicando antecedente por antecedente , y conseqüente por conseqüente ,  
saldrà la razon compuesta 72. sextos , ò de 72. à 6. que es  
duodecupla. Assi mismo , multiplicando las razones de 4. à 1. de 3. à  
7. y de 5. à 2. assi :  $\frac{4}{1}$  ,  $\frac{3}{7}$  ,  $\frac{5}{2}$  , saldrà la razon compuesta 60. 14. avos ,  
que es quadrupla superbiparciente septimas.

La razon desto es manifesta ; porque el denominador ha de ser una ra-  
zon semejante à la que es denominador , que tenga por conseqüente la  
unidad (276) la qual se omite , porque no aumenta la multiplicacion ; pe-  
ro si se multiplican los denominadores , teniendo la unidad por conseqüente ,  
como en el primer exemplo  $\frac{4}{1}$  por  $\frac{3}{7}$  (poniendolos en forma de  
que-

quebrados, pues como luego diremos, el multiplicar razones es lo mismo que multiplicar quebrados) saldrá el denominador  $1^2$  de la razón compuesta, como consta por la definición de Euclides. Y como los denominadores sean las mismas razones, ó semejantes á aquellas de quien son denominadores, lo mismo será multiplicar los denominadores, que las mismas razones de quien son denominadores. Luego multiplicando las mismas razones componentes, sale la razón compuesta.

De aqui se infiere, que si ay una serie de números, qualquiera que sean, como 6. 8. 4. 3. 12. la razón del primero 6. al ultimo 12. es compuesta de las razones intermedias; esto es, la razón de 6. á 10. se compone de las razones de 6. á 8. de 8. á 4. de 4. á 3. y de 3. á 12. porque si se escriben en forma de quebrados, así:  $\frac{6}{8} \frac{8}{4} \frac{4}{3} \frac{3}{12}$ , y se multiplican los antecedentes entre sí, y tambien los consecuentes, saldrá la razón de 576. á 1152. que es semejante á la compuesta de 6. á 12. porque como los antecedentes son los mismos que los consecuentes, fuera el 6. y el 12. si se multiplican los antecedentes 3. 4. 8. entre sí, producirán el mismo número 96. que multiplicando los mismos consecuentes 3. 4. 8. y como el antecedente 6. se ha de multiplicar por el 96. que es el producto de los demás antecedentes, y el consecuente 12. se ha de multiplicar por el mismo número 96. que es el producto de los demás consecuentes, es manifesto, que un mismo número 96. multiplica á los números 6. y 12. Luego produce números proporcionales 576. y 1152. (71) Luego en qualquier serie de números, la razón de los extremos es compuesta de las razones de los medios.

291 Si las razones compuestas son iguales, ó semejantes, entonces la razón compuesta se dice *Duplicada*, *Triplicada*, *Quadruplicada*, &c. segun el número de las razones de que se compone; y así si son dos razones semejantes 8. á 1. y 24. á 3. cuyos denominadores 8. y 8. multiplicados hacen el denominador 64. á 1. digo, que esta razón de 64. á 1. es duplicada de la razón octupla, porque se compone de dos octuplas por multiplicacion.

Asi mismo, si son tres razones iguales 2. á 1. — 4. á 2. — 6. á 3. cuyos denominadores 2. 2. y 2. multiplicados hacen 8. digo que la razón octupla es triplicada de la dupla; porque multiplicando tres veces la dupla hace la octupla; y así de la quadruplicada, quintuplicada, &c.

La razón *Subduplicada*, *Subtriplicada*, *Subquadruplicada*, &c. es aquella de la qual se compone la *Duplicada*, *Triplicada*, &c. Y así, en el exemplo antecedente la razón dupla es subtriplicada de la octupla; porque de la dupla, tomada tres veces por multiplicacion, se compone la octupla.

Esta



292 Esta composicion de razon , y sus especies , se entienden mejor en los terminos continuamente proporcionales. Sean , pues, A. B. C. D. E. por los quales están significadas diferentes series de numeros proporcionales , como parece en el exemplo , donde la razon de A. á C. es duplicada de la razon de A. á B. porque como la razon de A. á B. es la misma que la de B. á C. por ser continuamente proporcionales , componiendose

A.	B.	C.	D.	E.
81.	27.	9.	3.	1.
2.	4.	8.	16.	32.
4.	4.	4.	4.	4.

la razon de A. á C. de las razones de A. á B. y de B. á C. es lo mismo que si constara de la razon de A. á B. dos veces , ó de dos razones de A. á B. y por esso se dice duplicada.

La razon A. á B. será subduplicada de la razon A. á C. porque dos razones de A. á B. componen la dicha razon A. á C. De fuerte , que así como comparando un numero que comprenda á otro dos veces , como 4. á 2. la razon se dice *Dupla* ; y comparando el 2. al 4. se llama *Subdupla* ; también quando una razon se compone de dos iguales , se dice *Duplicada* ; y cada una de estas dos se llama *Subduplicada* , respecto de la *Duplicada*.

Así mismo , la razon de A. á D. es triplicada de la de A. á B. porque se compone de las tres razones A. á B. B. á C. C. á D. que son iguales entre sí , que es lo mismo que componerse tres veces de la razon de A. á B. Y la razon de A. á B. es subtriplicada de la A. á D. De modo , que así como el 6. porque contiene tres veces al 2. es triplo del 2. y el mismo 2. porque es contenido en el 6. tres veces , se dice subtriplo del 6. del mismo modo , porque la razon de A. á D. contiene tres razones iguales á la razon de A. á B. es triplicada de ella , y la razon de A. á B. , porque es contenida tres veces en la razon de A. á D. será subtriplicada ; y así de la quadruplicada , quintuplicada , &c.

293 Esta materia es muy dificultosa , y pide grande atencion. Solo advierto , para que los principiantes no se equivoquen , que no es lo mismo razon *Dupla* , que *Duplicada* ; ni *Tripla* que *Triplicada* , &c. porque la razon *dupla* es quando el antecedente contiene dos veces al conseqüente ; (256) y la *duplicada* es , quando una razon ( sea la que fuere , *dupla* , *tripla* , *sesquialtera* , &c. ) se toma dos veces , para componer á otra ; (291) y así , la razon de 81. á 9. es duplicada de la de 81. á 27. aunque se componga de dos triplas. Y la razon de 2. á 32. es quadruplicada de la de 2. á 4. aunque se compone de quatro subduplas.

En



En las razones de igualdad tambien se guarda esta composicion de razon. Mas las razones compuestas de iguales, son iguales; porque una razon se compara à otra, como una cantidad à otra, lo qual expresan los denominadores; y como dos cantidades compuestas de iguales partes son iguales, tambien dos razones compuestas de iguales razones seràn iguales. Y assi, todas las duplicadas de iguales, son iguales. Lo mismo dirè de las triplicadas, quadruplicadas, &c. y de las subduplicadas, subtriplicadas, &c.

## CAPITULO PRIMERO.

### DE LA THEORICA DE LAS

#### *Razones, y Proporciones.*

**E**N este capitulo tratarè de las Razones, y Proporciones en abstracto, declarando su theorica, y algunas proposiciones practicas, que es el fundamento de casi toda la Arithmetica. El que solo pretendè conseguir la practica, en orden à lo mercantil, passe al capitulo siguiente, sin fatigarse en la inteligencia deste.

### PROPOSICION I.

**LOS NUMEROS IGUALES TIENEN LA MISMA RAZON**  
*à un qualquier numero, y al contrario.*

294 **E**Sta proposicion, aplicada à numeros, es la 7. del 5. de Eucl. la qual es puro axioma, como muchas otras del mismo libro, segun lo notan Pedro Romano en sus Escuelas Mathematicas, y el Padre Andrès Tacquet de la Compañia de Jesus, en los Comentarios del dicho libro; y assi basta solo explicarla.

Sean dos numeros iguales 4. y 4. y un otro 6. Digo, que la misma razon ay de 4. à 6. que del otro 4. al mismo 6. Y un numero como 6. dice la misma razon à otros dos iguales 4. y 4. porque siendo iguales, es lo mismo que si fuera uno solo.

295 Al contrario: Si dos numeros como 4. y 4. tienen la misma razon à un tercero 6. son entre sí iguales; y si el tercero 6. dice la misma-

ma razon à dos numeros 4. y 4. son estos iguales , por la misma razon esta es la *prop. 9. del lib. 5. de Euclides* , aplicada tambien á numeros,

PROPOSICION II.

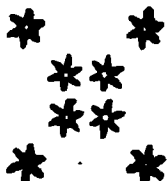
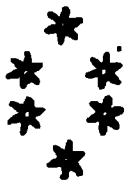
**EL NUMERO MAYOR TIENE MAYOR RAZON A OTRA tercero , que el menor ; y el tercero al menor tiene mayor razon que al mayor , y al contrario.**

296 **L**A primera parte desta proposicion es la *prop. 8. del lib. 5. de Euclides* aplicada à numeros. Sean dos numeros desiguales 8. y 6. y un otro tercero 4. Digo lo primero, que mayor razon ay del 8. al 4. que del 6. al mismo 4. 8. 6. Porque siendo el 8. mayor que el 6. contendrà mas 4. partes del 4. que el 6. Luego dice mayor razon; porque esta consiste en la continencia , ( 3 1 ) y quanto un numero contiene mas veces al otro , ò mas partes dèl, tanto tiene mayor razon.

Digo lo segundo , que el numero tercero 4. tiene mayor razon al menor 6. que al mayor 8. porque el 4. tiene mas partes del 6. que del 8. pues que del 6. tiene mas que la mitad, y del 8. la mitad justa. Asimismo , si son otros dos numeros 3. y 5. y un tercero 9. este tendrà mayor razon al menor 3. que al mayor 5. porque contiene mas veces al 3. que al 5.

Al contrario. De dos numeros desiguales 8. y 6. si el 8. tiene mayor razon à un tercero 4. que el 6. al mismo 4. será el 8. mayor que el 6. porque si tiene mayor razon , tiene mayor continencia , y así será mayor. Pero si el 4. dice mayor razon al 6. que al 8. será el 6. menor que el 8. porque à quien el 4. dice mayor razon , tiene mayor continencia. Luego el 4. ò le contiene mas veces , ò mas partes. Luego el 6. es menor que el 8. Y esta es la *prop. 10. del lib. 5. de Euclides* aplicada à numeros.

Por esta proposicion se entenderà de raíz lo que advertimos arriba , (270) que no ay la misma razon de un numero à otro , que de este à aquel ; esto es , que la razon de 8. à 4. es diferente que la de 4. à 8. supuesto que aquella es mayor.



## PROPOSICION III.

**SI DOS RAZONES SON IGUALES, O SEMEJANTES**  
*à una tercera, tambien son iguales, ò semejantes*  
*entre si.*

297 **E**sta proposicion es la 11. del lib. 5. de Euclides, la qual es puro axioma, y no necessita de prueba, sino que por si misma es manifesta; porque si dos razones son iguales à una tercera, tambien serán iguales entre si; como si dos numeros son iguales à un numero tercero, serán tambien iguales entre si. A mas desto, el denominador de qualquier razon numerica es un numero solo, (277) y los denominadores de las razones iguales son numeros iguales; porque enseñando la cantidad de las razones, si estas son iguales, tambien lo serán sus denominadores. Pues si dos numeros, por ser iguales à un tercero, son iguales entre si; luego tambien las razones, de quien los tales numeros son denominadores, por ser iguales à una tercera, serán iguales entre si.

## PROPOSICION IV.

**SI QUATRO NUMEROS SON PROPORCIONALES,**  
*el producto de los medios es igual al producto de los extremos,*  
*y al contrario.*

298 **E**sta proposicion es la 19. del lib. 7. de Euclides, y el fundamento de la regla de tres. Sean proporcionales A.B.C.D. Digo, que multiplicando el primero A. por el quarto D. sale el producto igual al producto de la multiplicacion del segundo B. por el tercero C. esto es, multiplicando 8. por 3. sale 24. y multiplicando 4. por 6. tambien sale 24.

A.	B.	C.	D.
8.	4.	6.	3.

Supongo, pues, que multiplicando A. por D. sale AD. multiplicando B. por C. sale BC. y multiplicando A. por C. sale AC. Esto supuesto, porque A. multiplica à C. y D. tendrán los productos AC. AD. la misma razon que C. à D. (71) Asimismo, multiplicando C. à A. y B. tendrán los productos AC. AB. la misma razon que A. à B.

AD.	AC.	BC.
24.	48	24.

y pues las razones A. á B. y C. à D. son iguales por la suposicion, serán tambien iguales las razones AC. á AD. y AC. à BC. y porque un numero AC. dice una misma razon à dos numeros AD. BC. serán estos iguales. (294) Luego el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

299 Al contrario. Si los productos de los extremos, y medios, son iguales, serán los quatro numeros proporcionales: porque el producto AC. de A. por C. tendrá una misma razon à AD. BC. (295) la qual será igual à la de A. à B. y de C. á D. porque proviene de la multiplicacion como se dixo antes. Luego A. es à B. como C. à D. que es ser proporcionales.

*Consecuario.*

300 Si tres numeros, como 8. 4. 2. fueren continuamente proporcionales, el producto de los extremos es igual al quebrado del medio; esto es, al producto del medio, multiplicado por si mismo; porque en los continuos proporcionales, el medio se toma dos veces, ó hace oficio de dos terminos; (273) y así, serán 8. 4. 4. 2. Luego el producto de 8. por 2. es igual al producto de 4. por 4. que es el quebrado de 4. y esta es la *propof.* 20. del lib. 7. de Euclides. Y al contrario. Si el cuadrado del medio es igual al producto de los extremos, los numeros serán continuamente proporcionales.

PROPOSICION. V.

SI DE QUATRO NUMEROS FUERE MAYOR LA RAZON del primero al segundo, que del tercero al quarto, tambien el producto de los extremos será mayor que el producto de los medios, y al contrario; pero si fuere menor, será tambien el producto menor, y al contrario.

301 **E**sta proposicion contiene quatro partes. La primera: Sean quatro numeros señalados con las letras A. B. C. D. y sea la razon de A. à B. mayor, que la de C. à D. Digo, que el producto AD. de los extremos, será mayor que el producto BC. de los medios: porque multiplicando A. à C. y D. produce AC. AD. en la misma razon de C. à D. (71) así mismo, multiplicando C. à A. y B. produce AC. BC. en la misma razon

A.	B.	C.	D.
12.	3.	6.	2.
AD.	AC.	BC.	
24.	72.	18.	

zon de A. à B. Con que la razon de AC. à BC. es igual á la de A. à B. y la razon de AC. à AD. igual á la de C. à D. Y como por la suposicion, la razon de A. á B. sea mayor que la de C. à D. será tambien la razon de AC. à BC. mayor que la de AC. à AD. Luego AD. es mayor que BC. ò BC. menor que AD. (296)

302 La segunda es conversa de la primera. Si el producto AD. de los extremos A. y D. es mayor que el producto BC. de los medios B. y C. será mayor la razon de A. B. que la de C. à D. porque siendo AD. mayor que BC. será la razon de AC. à BC. (que es la misma que la de A. à B.) mayor que la de AC. à AD. (que es la misma que la de C. à D.) por lo que está demostrado arriba numero 296.

303 La tercera. Si de quatro numeros A. B. C. D. la razón de A. à B. fuere menor que la de C. à D. será tambien el producto AD. de los extremos menor que el producto BC. de los medios; porque, como está dicho antes, AC. à BC. tiene la misma razon que A. à B. y AC. à AD. tiene la misma razon que C. á D. Y como la razon de A. á B. es menor que la de C. à D. será tambien la razon de AC. à BC. menor que la de AC. à AD. Luego AD. es menor que BC. (296)

A.	B.	C.	D.
3.	4.	8.	2.
AD.	AC.	BC.	
6.	24.	32.	

304 La quarta es conversa de la tercera. Si el producto AD. de los extremos, es menor que el producto BC. de los medios, será la razon de A. B. menor que la de C. á D. porque la razon de AC. à BC. que es la misma que la de A. á B. será menor que la de AC. á AD. que es la misma que la de C. à D.

### Escolio.

305 En esta, y en la proposicion antecedente hemos señalado los productos con las mismas letras juntas de los numeros multiplicantes, como para denotar el producto de A. 4. por B. 6. se ha puesto el producto AB. 24. lo qual es de grandisima conveniencia; porque facilmente se conoce de que numeros provino el tal producto, los quales son los mismos que indican las letras; y así, quando veo el producto AB. sin mas discurso que solo el verle, conozco que provino de la multiplicacion del numero significado por el numero expreßado por B.

Quando veo los productos AB. AD. al instante conozco que el numero significado por A. multiplico los numeros B. y D. y así que los productos AB. AD. tienen la misma razon que B. y D. que son las

Las letras no comunes à los dos productos. Asimismo, los productos AB. AD. AE. provienen de la multiplicacion de A. por B. C. D. y así tienen entre sí la razon de B. C. D. que son las letras no comunes, ò que no se hallan en todos los productos.

Quando un numero se multiplica por sí mismo una, ò muchas veces, se pone tantas veces quantas se multiplican; y así, multiplicando A. por sí mismo, será el producto AA. Si otra vez se multiplica, será AAA. y así los productos AA. AB. tendrán la razon de A. á B. También los productos ABB. BBB. tendrán la razon de A. à B. &c. Deste modo de expresar los productos usaremos algunas veces.

## PROPOSICION VI.

*SI QUATRO NUMEROS A. B. C. D. FUEREN PROPORCIONALES, tambien lo serán alternando.*

306 **S**Ean proporcionales A. B. C. D. Digo, que tambien serán proporcionales, alternando como A. à C. así B. à D. porque quando de quatro numeros el producto de los extremos es igual al de los medios, los numeros son proporcionales (299); pues como hecha la alternacion no se muden los medios, ni los extremos, sino en el lugar, quedarán los mismos productos que antes; y así serán proporcionales.

A.	B.	C.	D.
4.	1.	8.	2.

A.	C.	B.	D.
4.	8.	1.	2.

Este es el modo de comparar los proporcionales que explicamos arriba (283), y demuestra Euclides en la prop. 13. del lib. 7.

## PROPOSICION VII.

*SI QUATRO NUMEROS A. B. C. D. SON PROPORCIONALES, tambien lo serán invirtiendo.*

307 **P**Orque haciendo la inversion serán B. A. D. C. con que los medios se hacen extremos, y los extremos medios: luego siempre el producto de los extremos es igual al de los medios: luego son proporcionales. (299) Y esta es la comparacion que explicamos arriba (284).

A.	B.	C.	D.
4.	1.	8.	2.

B.	A.	D.	C.
1.	4.	2.	8.

## PROPOSICION VIII.

*LAS PARTES SEMEJANTES TIENEN ENTRE SI LA misma razon que sus todos.*

308 **E**sta proposicion es casi la 15. del lib. 5. de Euclides aplicada á numeros. Sean 2. y 4. partes semejantes, respecto de los todos 6. y 12. Digo, que la misma razon ay de la parte 2. á su semejante 4. que del todo 6. al otro 12. Porque como una parte aliquota es semejante á otra aliquota, quando se contiene en su todo tantas veces como la otra en el suyo (28); ó una parte aliquota es semejante á otra aliquota, quando contiene tantas partes aliquotas semejantes de su todo, como la otra del suyo (29), tendrán las partes semejantes la misma razon á sus todos; esto es, será como 2. á 6. así 4. á 12. porque los todos contendrán proporcionalmente á sus partes semejantes; luego alternando (306) como la parte 2. á su semejante 4. así el todo 6. al todo semejante 12.

309 Y si una parte semejante es á la otra semejante, como un todo á otro: también la comparte, ó residuo será al otro residuo, como el un todo al otro. Como si 2. es á 4. como 6. á 12. también serán proporcionales con los mismos todos los residuos de 2. hasta el todo 6. que es 4. y de la parte 4. hasta 12. que es 8. esto es, será como 4. á 6. así 8. á 12. Porque los residuos también son partes semejantes, y esta es la prop. 11. del lib. 7. de Euclides.

*Consecuorios.*

310 Si á dos, ó mas numeros, como al 6. y 8. se añaden numeros proporcionales como 3. y 4. las sumas 9. y 12. tendrán la misma razon; esto es, serán proporcionales como 9. á 8. así 9. á 12. Porque siendo los numeros añadidos proporcionales con los numeros dados, serán partes semejantes, respecto de las sumas. Supuesto que los numeros dados 6. y 8. son partes semejantes, y las comparte 3. y 4. que son los numeros añadidos son también semejantes; luego los todos, ó suma tienen la misma razon.

Pero si los numeros añadidos no son proporcionales, las sumas no tendrán la misma razon, por no ser los dichos numeros añadidos partes semejantes. Y así, si dos numeros desiguales, como á 6. y 8. se añaden numeros iguales como 4. y 4. las sumas 10. y 12. no guardarán la misma razon, porque los numeros añadidos tampoco tienen la misma razon.



311 Si de dos, ó mas números, como de 8. y 24. se restan números proporcionales, como 2. y 6. los residuos 6. y 18. tendrán la misma razón, porque los números restados son semejantes; luego los residuos también son semejantes, y así tienen la misma razón.

Pero si los números restados no son proporcionales, las restas, ó residuos tampoco son proporcionales, por no ser partes semejantes; con que si de dos números desiguales, como de 8. y 24. se restan iguales 4. y 4. ó al contrario, las restas 4. y 20. no son proporcionales, porque los números restados no tienen la misma razón.

312 Si dos, ó mas números, como 8. y 3. se multiplican por otro cualquier número 6. los productos 48. y 18. guardan la misma razón; porque los números multiplicados 8. y 3. son partes semejantes aliquotas de los productos, los cuales son todos, y así tienen la misma razón. Y esta es la *prop. 17. del lib. 7. de Euclides.*

De aquí se infiere un modo fácil para aumentar los términos de cualquier razón, ó para dar otros términos en la misma razón, y es multiplicarles por un cualquier número; como si los términos de la razón de 4. á 3. se han de hacer mayores, quedando la misma razón, multiplícales por cualquier número 5. y saldrán 20. y 15. en la misma razón: y así, dada una razón, como de 4. á 3. multiplicando por cualquier números, saldrán otras razones iguales.

313 Si dos, ó mas números, como 48. y 18. se parten por un cualquier número 6. los quocientes 8. y 3. tienen la misma razón; porque los quocientes son partes aliquotas semejantes, respecto de los todos, ó números dividendos 48. y 18.

De aquí nace un modo fácil para disminuir los términos de cualquier razón, quedando ella la misma, ó igual, y es partir los dichos términos por un cualquier número; como para disminuir los términos de la razón de 12. á 6. divídelos por 2. y salen 6. á 3. en la misma razón. Si no se pueden partir enteramente, tampoco se podrán disminuir.

Con que sumando, ó restando números proporcionales con otros proporcionales; ó multiplicando, ó partiendo proporcionales por otro cualquier número, siempre nacen números proporcionales.



## PROPOSICION IX.

*SI QUATRO NUMEROS A. B. C. D. SON PROPORCIONALES,  
tambien lo serán componiendo.*

314 **P**orque componiendo serán como A.  $\times$  B. à B. así C.  $\times$  D. à D. (286); luego B. y D. son partes semejantes, respecto de A.  $\times$  B. y de C.  $\times$  D. luego son proporcionales. (308) A mas desto A. y C. tienen la misma razón que B. y D. (306): luego las sumas A.  $\times$  B. y C.  $\times$  D. tiene la misma razón à las partes B. y D. (310). Esta es la prop. 18. del lib. 5. de Euclides.

A.	B.	C.	D.
8.	12.	4.	6.

## PROPOSICION X.

*SI QUATRO NUMEROS A. B. C. D. SON PROPORCIONALES,  
tambien lo serán dividiendo.*

315 **P**orque dividiendo serán como A--B. á B. así C--D. á D. (286) Luego, ò A--B. y C--D. son partes semejantes, respecto de B. y D. ò al contrario B. y D. son partes semejantes, respecto de A--B. y de C--D. (quando son iguales no tiene dificultad). Luego son proporcionales la diferencia de A. y B. que aqui es 4. à B. y la diferencia de C. y D. que aqui es 2. à D. Y esta es la prop. 17. del lib. 5. de Euclides, aplicada à numeros.

A.	B.	C.	D.
10.	6.	5.	3.

## PROPOSICION XI.

*SI QUATRO NUMEROS A. B. C. D. SON PROPORCIONALES,  
tambien lo serán convirtiendo.*

316 **P**orque convirtiendo serán como A. à A--B. así C. à C--D. (287). Luego, ò A. y B. son partes semejantes, respecto de A--B. y C--D. ò al contrario (quando son iguales no ay dificultad). Luego son proporcionales.

A.	B.	C.	D.
8.	3.	16.	6.

PROPOSICION XII.

**SI FUEREN MUCHOS NUMEROS A. B. C. Y OTROS TANTOS E. D. F. de suerte que cada dos sean proporcionales, tambien los extremos A. E. C. F. serán por igualdad de razón proporcionales.**

317 Sean tres numeros A. B. C. y otros tantos E. D. F. de suerte que sean proporcionales como A. à B. así E. à D. y como B. à C. así D. à F. Digo, que quitando los medios, quedarán los extremos proporcionales, como A. à E. así C. à F. porque siendo proporcionales A. à B. como E. à D. serán tambien alternando como A. à E. así B. à D. (306). Y porque son proporcionales como B. à C. así D. à F. lo serán tambien alternando como B. à D. así C. à F. Con que la razón de B. à D. será igual à las razones de A. à E. y de C. à F. Luego estas son iguales entre sí (297); esto es, será A. à E. como C. à F. y esta es la prop. 14. del lib. 7. de Euclides.

A.	B.	C.
4	6.	2.
E.	D.	F.
8.	12.	4.

PROPOSICION XIII.

**EN LOS NUMEROS PROPORCIONALES, LA SUMA, O diferencia de los antecedentes, à la suma, ò diferencia de los consequentes, tiene la misma razón que un antecedente à su consequente.**

318 Sean proporcionales A. à C. como B. à D. y B. à D. como E. à F. Digo, que la suma P. de los antecedentes, à la suma Q. de los consequentes, tiene la misma razón que un antecedente E. à su consequente F. Porque serán alternando como A. à B. así C. à D. (306), y componiendo como A. \* B. à B. así C. \* D. à D. (314); y como sea alternando como B. à E. así D. à F. será componiendo como A. \* B. \* E. à E. así C. \* D. \* F. à F. Luego la suma de los antecedentes à la suma de los consequentes, es como un antecedente E. à su consequente F.

A.	8.	C.	12.
B.	2.	D.	3.
E.	4.	F.	6.
P.		Q.	
14.		21.	

319 Y si los numeros A. B. C. D. son proporcionales , tambien lo seràn la diferencia E. de los antecedentes , à la diferencia F. de los consequentes , como un antecedente C. al consequente D. porque seràn alternando como A. à C. assi B. à D. y dividiendo como A--C. à C. assi B--D. à D. esto es , como la diferencia E. al antecedente C. assi la diferencia F. al consequente D. Esta proposicion es casi la 12. del 7. de Euclides.

## PROPOSICION XIV.

*SI QUATRO NUMEROS SON PROPORCIONALES, LA suma del mayor, y menor será mayor que la suma de los otros dos.*

320 Sean proporcionales 2. 8. 1. 4. Digo , que la suma 9. de mayor 8. y menor 1. es mayor que la suma 6. de los otros dos 4. y 2. Disponganse los terminos proporcionales , alternando , ò invirtiendo , de modo que los dos numeros mayores se comparen por una parte , y los dos menores por otra , assi 2. à 1. como 8. à 4. Hecho esto , si restamos los dos numeros menores 2. y 1. de los mayores 8. y 4. quedaràn las diferencias 6. y 3. en la misma razon , ( 311 ) y assi el 6. será numero mayor que el 3. Consideremos agora quatro numeros ; los primeros dos son los proporcionales menores 2. y 1. y los otros dos son los restados del 8. y 4. que tambien son 2. y 1. Pues si sumamos el 2. de los proporcionales , con el 1. de los restados , la suma 3. será igual à la suma 3. del 1. de los proporcionales , con el 2. de los restados ; y si à estas sumas iguales añadimos las diferencias 6. y 3. seràn 9. y 6. y porque la diferencia 6. es mayor que la diferencia 3. la suma à que se añadiere el 6. hará mayor numero que la à que se añadiere el 3. Con que la suma del maximo , y minimo es 9. mayor que la de los otros que es 6. Esta es la prop. 25. del lib. 5. de Euclides , aplicada à numeros.

### Conseñarios.

321 Si fueren tres numeros 8. 4. 2. continuamente proporcionales , la suma 10. del mayor 8. y menor 2. será mayor que el duplo del 4. porque el 4. se repite dos veces , assi 8. 4. 4. 2. y como la suma del maximo , y minimo es mayor que la suma de los otros dos numeros , será mayor que el duplo del quatro , ò que la suma de dos quattos. Y lo mismo es de qualquiera otros tres numeros continuamente proporcionales.

322 Los números máximo , y mínimo siempre son medios , ó extremos de los quatro proporcionales ; porque sean A. B. C. D. como la misma razón ay de A. à B. A. B. C. D. que de C. à D. si A. es mayor que B. tambien C. 5. 7. 15. 21. será mayor que D. y si menor , tambien menor. Luego si A. es el número máximo , D. será el mínimo ; y si B. es el máximo , C. será el mínimo. Asimismo , si A. es el mínimo , será D. el máximo ; y si B. es el mínimo , será C. el máximo. Luego el máximo , y mínimo , ó son los medios B. y C. ó los extremos A. y D.

## PROPOSICION XV.

*LAS RAICES DE QUALQUIER ESPECIE DE RAZON SON numeros entre si primos , y al contrario.*

323 **R** Aices de una razón son los números mínimos enteros , en que se puede expresar aquella razón. (269) Sean , pues los mínimos terminos de la razón superparticular 3. y 2. Digo , que son números entre si primos ; porque si no son primos , han de ser compuestos ; luego les ha de medir algun número primero. (36) Dividase , pues , el 3. y 2. por aquel número primo (si puede ser) los quocientes tendrán la misma proporción , (313) y serán menores que 3. y 2. Luego estos serán los mínimos de la razón superparticular por la suposición , y no lo serán porque ay otros , lo qual es imposible que sean mínimos , y no mínimos : luego no tienen medida por quien se puedan dividir ; y así serán entre si primos. Y esta es la *prop. 24. del lib. 7. de Euclides.*

324 Al contrario. Si son números entre si primos , serán los mínimos de aquella especie de razón ; porque no se podrán dividir por otro número enteramente , pues no tienen medida común : luego son mínimos en aquella especie de razón. Y esta es la *prop. 23. del lib. 7. de Euclides.*

## PROPOSICION XVI.

*HALLAR EL DONOMINADOR DE QUALQUIER RAZON.*

325 **D** ividase el antecedente por el conseqüente , y el quociente será el denominador. Y así el denominador de la razón de 10. à 2. es 5. El denominador de la razón de 8. à 3. es 2. y dos tercios. El de 3. à 5. es tres quintos. El de 15. à 6. y dos tercios , es 2.

y un quinto. El de 5. à 27. es 5. 27. avos ; y así de los demás. Porque el denominador ha de enseñar la razón del antecedente al conseqüente ; esto es , quantas veces el antecedente contiene , ò es contenido en el conseqüente ; y ha de tener la misma razón à la unidad , que el antecedente al conseqüente , como se dixo arriba ; pues por la división se manifiesta la continencia del antecedente en el conseqüente , ò de este en aquel ; y el quociente tiene la misma razón à la unidad , que el dividendo al divisor. ( 79 ) Luego partiendo el antecedente por el conseqüente , se sabe el denominador.

### Observaciones.

326 El denominador de la razón de igualdad siempre es la unidad. El de la razón de mayor desigualdad siempre es entero solo, ò enteros y quebrado. El de la razón de menor desigualdad siempre es quebrado.

327 Siempre que en el denominador huviere algun quebrado , se ha de reducir à los mismos terminos , para que deste modo sea el denominador facilmente conocido.

328 Quando el denominador de alguna razón es quebrado , el numerador, respeto del denominador del quebrado , enseñará la relación del antecedente al conseqüente ; porque el numerador al denominador tiene la misma razón, que el quebrado à la unidad. ( 134 ) Y así el numerador al denominador tiene la misma razón , que el antecedente al conseqüente.

## PROPOSICION XVII.

CONOCER LA RAZON QUE DOS NUMEROS  
tienen entre sí.

329 **P**Or el denominador conoceremos la cantidad de las razones ; porque aquellas razones son iguales , que tienen iguales denominadores. Aquella es mayor que otra , que tiene mayor denominador , y al contrario ; y así la razón de 12. à 5. es mayor que la de 7. à 6. porque el denominador 2. y dos quintos de aquella , es mayor que el denominador 1. y un sexto desta.

330 Dividase el mayor numero por el menor , y el quociente enseñará la razón , segun lo que se dixo en la división de las razones desde el num. 256. Pero con esta diferencia , que en las razones de menor desigualdad se ha de añadir la particula *sub*. Y así, la razón de 36. à 4. es noncupla ; porque partiendo 36. por 4. salen 9. en el quociente. Si fuese la razón de 4. à 36. que es de menor desigualdad, sería subnoncupla.

La razon de 81. à 90. es sublesquinona , porque partiendo 90. à 81. caben à 1. y 9. 81. avos , ò un noveno ; y si la razon fuera de mayor desigualdad de 90. à 81. seria lesquinona. ( 257 )

Asimismo, la razon de 15. à 4. es tripla supertriparciente quartas ; porque dividiendo 15. por 4. caben al quociente 3. y tres quartos ; pues por los 3. enteros se dice tripla , y por los tres quartos , que es parte aliquanta , se llama, supertriparciente quartas. ( 258 ) Si fuera de menor desigualdad de 4. à 15. seria subtripla supertriparciente quartas.

La razon de 35. à 7. es quintupla , porque dividiendo 35. por 7. caben à 5. y si fuera de 7. à 35. seria subquintupla.

Del mismo modo , la razon de 41. à 8. es quintupla lesquioctava , porque dividiendo salen 5. y un octavo ; y si fuera de 8. à 41. seria subquintupla lesquioctava.

La razon de 13. à 54. es subquadrupla subperbiparciente decimas tercias , porque partiendo el 54. por el 12. caben à 4. y 2. 13. avos ; y porque se compára el menor con el mayor , se añade la particula *sub*.

La razon desto es , por que partiendo el mayor numero por el menor , se conoce la continencia del menor en el mayor , y por consiguiente está manifesta la razon de un numero à otro ; solo con advertencia , que si el menor se compára al mayor , se ha de añadir la particula *sub* , para denotar que es razon de menor desigualdad ; pues esta , y la de mayor desigualdad tienen los mismos nombres ; diferenciandose solamente en tener la particula *sub*.

## PROPOSICION XVIII.

### HALLAR LOS NUMEROS DE QUALQUIER RAZON.

331 **E**Sta proposicion es inversa de la precedente , porque en aquella se dá nombre à la razon que tienen los numeros , y en esta se buscan los numeros correspondientes al nombre de la razon ; para lo qual es menester tener en la memoria lo que se dixo en division de las razones , desde el num. 256.

Si la razon que se ha de señalar en numeros es de las especies de multiplique , se tomará el numero que expresa el nombre por antecedente , y por consiguiente la unidad : Como para señalar una tripla , tomese 3. por antecedente , y 1. por consiguiente , y será la razon de 3. à 1. la que se busca. Si quiero una noncupla , será la razon de 9. à 1. Si una vigeupla , será la razon de 20. à 1. y así de las demás. Pero



Si la razon ha de ser de las submultiplices, se hará al contrario, tomando la unidad por antecedente, y el numero expreſſado en la razon que se pide por conſequente; como una ſubſextupla ſerá de 1. à 6. mas una ſubdecupla ſerá de 1. à 10. &c.

Quando la razon que se pide en numeros, es de las eſpecies de ſuperparticular, tomeſe por conſequente el numero que se nombra; y por antecedente un numero que ſea una unidad mayor: Como para ſeñalar en numeros una ſeſquiquinta, tomeſe 4. por conſequente, y 5. por antecedente, y ſerá la razon de 5. à 4. Si se ha de dar una ſeſquinona, ſerá de 10. à 9. Si una ſeſquivigeſima, ſerá de 21. à 20. Pero ſi ha de ſer de las ſubſuperparticulares, ſe tomará por antecedente el numero nombrado, y por conſequente un numero una unidad mayor; y aſi, la razon ſubſeſquialtera ſerá de 2. à 3. la ſubſeſquidecima ſerá de 10. à 11. &c.

Si la razon ha de ſer de las ſuperparcientes, porque tiene dos nombres (258), ſumenſe los dos numeros expreſſados por los dos nombres, y ſerá el antecedente, cuyo conſequente es el numero ſignificado por el ſegundo nombre: Como para ſeñalar una ſupertriparciente quartas, juntando 3. y 4. ſerá 7. el antecedente, y 4. el conſequente; eſto es, de 7. à 4. para dar una ſuperdecuparciente decimas ſeptimas, juntando 10. y 17. ſerá 27. el antecedente, y 17. el conſequente. Para ſeñalar una ſuperquadriparciente nonas, ſerá de 13. à 9. Pero ſi es de las ſubſuperparcientes, ſe hará al contrario; como una ſubſuperbiparciente undecimas, ſerá de 11. à 13. &c.

En las multiplices ſuperparticulares multipliquenſe los numeros ſignificados por las dos partes, y al producto añadale una unidad, y ſerá el antecedente, cuyo conſequente es el numero de la ſegunda parte de la razon; y aſi una dupla ſeſquitercia ſerá de 7. à 3. porque los numeros expreſſados ſon 2. y 3. los quales multiplicados, y al producto añadida una unidad, hacen 7. que es el antecedente, y el conſequente es el 3. ſeñalado por el nombre ſeſquitercia. Aſiſimſimo, la razon ſextupla ſeſquinona ſerá en numeros de 55. à 9. porque multiplicando 6. por 9. ſalen 54. y 1. ſon 55: que es el antecedente, cuyo conſequente es 9. Si la razon es ſubmultiplice ſuperparticular, ſe comparará el menor numero con el mayor; y aſi, la razon ſubſextupla ſeſquinona ſerá de 9. à 55.

En las multiplices ſuperparcientes, ſe multiplicará el numero ſeñalado por el nombre dupla, tripla, &c. por el numero ſignificado por las palabras tercias, quartas, &c. y al producto ſe añadirá el numero expreſſado por las voces, bi, tri, quadru, &c. la ſuma ſerá el antecedente,

dente , cuyo conſequente es el numero ſeñalado por los nombres tercias , quartas , &c. Y aſſi la razon quadrupla ſuperbiparciente ſeptimas, ſerà de 30. á 7. porque multiplicando 4. por 7 ſon 28. y añadiendo 2. hacen 30. porque es el antecedente , cuyo conſequente es 7. Aſſi-miſmo , la razon ſextupla ſuperquadruparciente quintas , ſerà de 34. á 5. porque multiplicando 6. por 5. ſon 30. y añadiendo 4. hacen 34. cuyo conſequente es 5. En las razones ſubmultiplices ſuperparcientes, ſe compàra el numero menor con el mayor ; y aſſi , la razon ſubſextupla ſuperquadruparciente quintas ſerà de 5. á 34.

La razon deſto conſta por la miſma naturaleza de las razones ; y aſſi quien las huviere entendido bien ; no necesita de otra demonſtracion.

## PROPOSICION XIX.

**DADO EL DENOMINADOR, HALLAR LA RAZON**  
*de quien es denominador.*

332 **E**Sta propoſicion es inverſa de la 16. Si el denominador es numero entero , ſerà la razon multiplique ; y tomando el denominador por antecedente , y por conſequente la unidad , ſerà la razon que ſe busca : Como ſi al denominador es 4. ſerà la razon de 4. á 1. Si es 12. ſerà de 12. á 1. y aſſi de los demás , como por ſi miſmo es manifeſto.

333 Si el denominador es entero , y quebrado , reduzgaſe el entero al quebrado, ( 161 ) y entonces el numerador ſerà el antecedente , y el denominador del quebrado el conſequente. Y aſſi , la razon correfpondiente al denominador 1. y medio , ſerà de 3. á 2. porque el entero reducido al quebrado es dos tercios ; y tomando el numerador 3. por antecedente , y el 2. por conſequente , ſerà de 3. á 2. Aſſimíſmo , la razon del denominador 5. y dos tercios , ſerà de 17. á 3. porque reducidos los 5. al quebrado , ſon 17. tercios. Del miſmo modo , la razon correfpondiente al denominador 3. y cinco ſeptimos , ſerà de 26. á 7.

Si el denominador es quebrado ſolo , entonces la razon correfpondiente ſerà la que tiene el numerador al denominador del quebrado; y aſi , la razon correfpondiente al denominador dos tercios , ſerà de 2. á 3. y la correfpondiente al denominador 5. 19. avos , ſerà de 5. á 19. Todo eſto conſta por lo que ſe dixo arriba num. 328.

## PROPOSICION XX.

*LA RAZON DE IGUALDAD ES PRINCIPIO, Y RAIZ DE las demás razones.*

334 **Q**ue la razon de igualdad sea principio, y raíz de todas las demás razones, así como la unidad, respecto de los números, y el punto de la tranquilidad continua, es expreso sentir de Atrasto, y Eratostenes, segun Theon c. 31. El P. Clavio en la *defn. 4. del lib. 5. de Eucl.* prueba con su acostumbrada sutileza, como todas las razones se engendran de la razon de igualdad, y se resuelven en ella. Nicomaco: Pappo, Theon, y Boecio la hicieron tambien principio de todos los medios proporcionales. Con que esta proposicion no es ficcion nueva, sino que la admitieron, y probaron los Antiguos; lo qual digo por cierto recencior, citado por el P. Aynscom, que nuevamente pretende, que la razon de igualdad es lo mismo que zero, ò nada.

Y aunque podia probarla por diferentes medios, solo me valdré de los denominadores. El denominador de la razon de igualdad es 1. El de la razon de mayor desigualdad es entero solo, ò entero, y quebrado; y el de la razon de menor desigualdad es quebrado solo, como consta por la *prop. 16.* La unidad, pues, es principio, y raíz de todo número, así entero, como quebrado (5): luego la razon correspondiente al denominador 1. será principio, y raíz de todas las razones correspondientes á los denominadores que son numero entero, ò quebrado, los quales son denominadores de todas las otras razones.

*Conseñarios.*

335 De lo dicho se infiere, que la razon de mayor desigualdad es mayor que la de igualdad; y la razon de menor desigualdad es menor: porque la cantidad de las razones se mide por los denominadores; (329) y la razon de mayor desigualdad tiene por denominador á lo menos un entero, y quebrado, que es mayor que el denominador 1. de la razon de igualdad; y el denominador de la razon de menor desigualdad es quebrado, el qual es menor que el denominador 1. de la razon de igualdad.

336 Si la razon de menor desigualdad vá creciendo sucesivamente por todos los terminos, siempre se acercará mas, y mas á la razon de igualdad; però nunca llegará á igualarla, fino que siempre será menor: porque el denominador de la razon de menor desigualdad es un quebrado, el qual puede crecer continuamente sin llegar á

nu-

número entero , ò à la unidad , que es el denominador de la razon de igualdad; como parece en este quebrado  $\frac{1}{2}$  , que puede aumentarse deste modo  $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{5}{6}$  , &c. y como ha de pasar por infinitos terminos , jamás llegará à la unidad.

337 Asimismo , si la razon de mayor desigualdad va decreciendo sucesivamente por todos los terminos , siempre irá acercandose à la razon de igualdad, pero nunca llegará ; porque como su denominador à lo menos es un entero , y quebrado, y el quebrado pueda disminuirse infinitamente, deste modo  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$  , &c. jamás llegará à desvanecerse el quebrado, de suerte , que quede sola la unidad , ò el entero, que es el denominador de la igualdad.

338 Ninguna razon de mayor , ò menor desigualdad absolutamente puede ser la maxima , ò minima de todas ; fino que dada qualquier razon destas , se puede señalar otra mayor , ò menor ; porque sus denominadores son numero entero , ò quebrado , y absolutamente no ay numero maximo , ni minimo. Esto se ha de entender de los generos de razon de mayor , ò menor desigualdad , en quanto cada una comprehende cinco especies ; pero no de cada especie de por sí : porque, como aora verémos, puede aver maxima , y minima en algunas destas.

339 En las razones multiples , la dupla es la minima de todas, porque los denominadores de las razones son numero entero ; y de los enteros no puede aver otro numero menor que el 2. que es el denominador de la razon dupla. Pero en las submultiples , la subdupla es la maxima ; porque el denominador destas es un quebrado que tiene la unidad por numerador , de los quales quebrados no puede aver otro mayor que el  $\frac{1}{2}$  , que es denominador de la dupla.

340 En las razones superparticulares , la sesquialtera es la maxima ; porque el denominador destas razones es 1. y un quebrado que tiene por numerador la unidad , de los quales ninguno es mayor que el  $\frac{1}{2}$  ; porque el dicho quebrado denota una parte aliquota, de las quales no ay otra mayor que la mitad ; y assi , el denominador 1. y medio , será el mayor de todos los de las razones superparticulares. Pero en las subsuperparticulares , la subsesquialtera es la minima , porque su denominador dos tercios es el minimo de todos los desta especie.

341 En las razones superparcientes , multiples superparticulares , y multiples superparcientes , absolutamente no ay maxima , ni minima : porque como cada una consta à lo menos de dos partes , por la una puede ser maxima , y por la otra minima; como se vè en la dupla sesquialtera ; en donde por ser dupla es minima , y por sesquialtera maxima.

## PROPOSICION XXI.

*QUALQUIER RAZON ES LO MISMO QUE UN QUEBRADO ; cuyo numerador es el antecedente , y el denominador el conseqüente.*

342 **E**sta proposición es tan notoria , como un axioma ; y así solo necesita de explicación. Qualquier razón se expresa con dos terminos , que son el antecedente , y conseqüente. Qualquier quebrado tambien se explica con dos terminos , que son el numerador , y denominador : luego si el antecedente se hace numerador , y el conseqüente denominador , la razón será quebrado. Pero se ha de advertir , que aquí no se toma el quebrado en todo rigor , en quanto el numerador es menor que el denominador , sino en quanto puede ser igual , y mayor , como se advirtió arriba ( 129 ) ; ni es necesario interponer línea entre el antecedente , y conseqüente , como en los quebrados.

*Consejos.*

De aquí es manifesto , que casi toda la doctrina , y operaciones de los quebrados se pueden aplicar á las razones , como agora veremos suponiendo como cierto , que aquí en los numeros respectivos , la razón de igualdad es lo mismo que en los absolutos la unidad , como está probado en la proposición antecedente.

343 Qualquier razón tiene el mismo respeto á la razón de igualdad , que el antecedente al conseqüente ; porque qualquier quebrado tiene la misma razón á la unidad ( 134 ) , que el numerador al denominador ; y la razón de igualdad en las razones , es lo mismo que la unidad en los numeros , como está dicho.

344 Las razones que tienen un mismo conseqüente , tienen entre sí la proposición de los antecedentes ; y así la razón de 3. á 2. es á la razón de 6. á 2. como el antecedente 3. al antecedente 6. esto es , la razón de 3. á 2. es mitad de la de 6. á 2. porque siendo los conseqüentes iguales , toda la desigualdad de las razones proviene de los antecedentes : luego tienen la proposición de los antecedentes. Esto mismo se demostró en los quebrados *cap. 1. theor. 4.*

345 Las razones tienen entre sí la misma proporcion , que los productos de la multiplicación en cruz de los antecedentes por los conseqüentes

quientes, como está demostrado en el *theor.* 5. del cap. 1. de los quebrados: y así la razón de 8. á 3. á la razón de 5. á 9. tiene la misma razón que 72. á 15. ò abreviando, que 24. á 5. De donde se infiere, que si multiplicando en cruz, los productos son iguales, son tambien las razones iguales. Pero si son desiguales, aquella razón será mayor, cuyo antecedente multiplicando el conseqüente de la otra razón producirá mayor número; y así, la razón de 8. á 3. es mayor que la de 5. á 9. porque el 72. es mayor, que el 15.

$$72 \quad 15$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 3 \end{array} \times \begin{array}{r} 5 \\ 9 \end{array}$$

346 Las razones que tienen iguales antecedentes, tienen entre sí la razón reciproca de los conseqüentes, como se demostró en el *theor.* 6. del lugar citado. Con que la razón de 3. á 2. á la razón de 3. á 9. es como 9. á 2. Así mismo, la proposición de la razón de 5. á 1. á la de 5. á 7. es como 7. á 1. y así de las demás.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 3 \\ 2 \quad 9 \end{array}$$

347 Para reducir una razón á los mínimos terminos, divídase el mayor número ( sea el antecedente, ò el conseqüente ) por el menor; y si sobra algo, divídase el menor por el residuo. Si de esta particion sobra algo, partase el primer residuo por el segundo; y desta suerte continuando, hasta que sobre zero, ò unidad. Si sobra unidad no se podrá reducir, porque está yá en los mínimos terminos. Si sobra zero, el ultimo partidor será la maxima medida comun, por la qual se partirán los terminos de la razón, y quedará reducida. ( 149 )

Como si se ha de reducir la razón de 80. á 12. diviendo el 80. por 12. quedan 8. partiendo 12. por 8. quedan 4. partiendo 8. por 4. queda zero; pues el 4. es la maxima medida comun, por la qual dividiendo los terminos 80. y 12. de la razón propuesta, vendrá la razón reducida de 20. á 3.

348 Para reducir las razones á un mismo, ò comun conseqüente, se obrará como en los quebrados. ( 154 ) Sean las razones de 5. á 7. y de 8. á 15. Multiplicando los conseqüentes 7. por 15. sale el comun conseqüente 105. y multiplicando en cruz salen los nuevos antecedentes 75. y 56. Con que las razones reducidas serán de 75. á 105. y de 56. á 105.

$$75 \quad 56$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 7 \end{array} \times \begin{array}{r} 8 \\ 15 \end{array}$$

$$105$$

349 Para reducir una razón á un conseqüente determinado, se multiplicará el conseqüente dado por el antecedente de la razón, y el producto se partirá por el conseqüente de la misma razón: como, si la razón de 5. á 3. se ha de reducir á una razón que tenga 6. por conseqüente, se multiplicará el 6. por el 5. y el producto 30. se partirá por el 3. el



el quociente 10. será el antecedente nuevo, y la razon reducida será de 10. á 6. como consta por el num. 156. Si no se puede partir enteramente, tampoco se podrá reducir.

350 Para sumar las razones, se reducirán primero á un comun conseqüente, y despues se sumarán los antecedentes como en los quebrados; y así, si las razones que se han de sumar son de 4. á 3. y de 8. á 10. reducidas á un comun conseqüente son de 40. á 30. y de 24. á 30. Sumense los antecedentes 40. y 24. y será la suma la razon de 64. á 30.

351 Para restar. Reducidas á un comun conseqüente, restese el un antecedente del otro; y así, si se ha de restar la razon de 8. á 10. de la razon de 4. á 3. reducidas son de 24. á 30. y de 40. á 30. Restese el antecedente 24. de 40. y quedará la razon de 6. á 30. que es la diferencia entre las razones dadas.

352 Para multiplicar. Se multiplicarán los antecedentes entre sí, y saldrá el nuevo antecedente. Asimismo, multiplicando los conseqüentes entre sí, se hallará el nuevo conseqüente. Con que multiplicando la razon de 7. á 3. por la de 5. á 9. será el producto la razon de 35. á 27. como se dixo en los quebrados. Para doblar, tresdoblar, quatrodoblar, &c. una razon, se multiplicará el antecedente por 2. 3. 4. &c. como se dixo en los quebrados.

353 Para partir. Multipliquese el antecedente de la razon dividenda por el conseqüente del divisor, y el producto será el antecedente del quociente. Asimismo, multipliquese el conseqüente de la razon dividenda por el antecedente del divisor, y el producto será el conseqüente del quociente; como para dividir la razon de 8. á 2. por la de 5. á 7. multiplicando el antecedente 8. por el conseqüente 7. sale el nuevo antecedente 56. y multiplicando el conseqüente 2. por el antecedente 5. resulta el nuevo conseqüente 10. Como el quociente es la razon de 56. á 10. Para tomar la mitad, tercio, quarto, &c. de una razon, se multiplicará el conseqüente por 2. 3. 4. &c. como en los quebrados.

354 Estas quatro operaciones de sumar, restar, multiplicar, y partir se pueden hacer por los denominadores de las razones, hallando primero los denominadores (325), sumando, restando, multiplicando, ó partiendolos llanamente, y despues buscando la razon correspondiente al denominador que saliere. (332) Como si se ha de multiplicar la ra-



don de 8. à 4. por la de 9. à 3. multiplico los denominadores 2. y 3. y hallo el denominador 6. cuya razon es de 6. à 1.

355 Algunos confunden el sumar , y restar razones , con el multiplicar , y partir , diciendo , que el sumar razones es lo mismo que el multiplicar , y el restar , lo mismo que el partir. Pero se engañan totalmente , como lo advierten el P. Clavio à ultimo del lib. 9. de Euc. y el P. Aynscom en el libro de la naturaleza de las Razones cap. 14. Porque las razones son lo mismo que los quebrados , como queda probado , y lo demuestran Clavio en el lugar citado, Aynscom en dicho libro cap. 13. Cardano en el lib. 5. de proporciones prop. 12. Salignaco lib. 2. cap. 1. Henischio lib. 3. Gregorio à S. Vincencio lib. 8. Candalla, Volumio. y otros muchos; pues si en los quebrados son diferentes la suma , y resta, de la multiplicacion, y division, como es cierto , tambien lo seràn en las razones. A mas desto , porque haciendo las operaciones por los denominadores (354) , sale diferente la suma de la multiplicacion , y la resta de la division , como es manifesto.

356 Multiplicando entre si dos razones de mayor desigualdad, la razon producida tambien es de mayor desigualdad ; como si se multiplica la razon de 8. à 2. por la de 6. à 3. sale la razon de 48. à 6. ò de 8. à 1. de mayor desigualdad ; porque como los antecedentes 8. y 6. son mayores que los consequentes 2. y 3. necessariamente han de producir mayor antecedente que el consequente ; y asi la razon producida es de mayor desigualdad.

$$\begin{array}{r} 8-6 \\ 2-3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \\ 6 \end{array}$$

357 Multiplicando entre si dos razones de menor desigualdad, producen una razon de menor desigualdad ; como si la razon de 2. à 8. se multiplica por la razon de 3. à 6. saldrà la razon de 6. à 48. de menor desigualdad ; porque como los antecedentes son menores que los consequentes , necessariamente el antecedente nuevo 6. ha de ser menor que el consequente nuevo 48.

$$\begin{array}{r} 2-3 \\ 8-6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 48 \end{array}$$

358 Multiplicando una razon de mayor desigualdad por otra de menor desigualdad , la razon producida puede ser de mayor desigualdad , como parece en el primer exemplo ; de igualdad , como se vè en el segundo exemplo ; ò de menor desigualdad , como lo enseña el exemplo tercero. Però la razon producida siempre es menor que la razon de mayor desigualdad multiplicanda , y mayor que la razon de menor desigual-

gualdad multiplicante ; porque la unidad à un número de los multiplicantes , tiene la misma razon que el otro numero de los multiplicantes al producto (57) : Luego la razon de igualdad (que es lo mismo que la unidad en los numeros absolutos) tendrá el mismo respeto á la razon de 3. à 1. en el primer exemplo , que la razon de 2. à 4. à la razon producida de 6. à 4. y como la razon de 3. à 1. es mayor que la razon de igualdad , tambien la razon de 6. à 4. será mayor que la de 2. à 4. que es de menor desigualdad.

3—2	6
1—4	4
2—2	4
1—4	4
6—3	18
5—4	20

Y alternando , como la razon de igualdad , à la de 2. à 4. así la de 3. à 1. al producto de 6. à 4. y como la razon de 2. à 4. es menor que la razon de igualdad ; tambien la razon de 6. à 4. producida , será menor que la razon de mayor desigualdad multiplicanda de 3. à 1.

359 Multiplicando qualquier razon como la de 8. à 5. por la razon de igualdad de 3. à 3. sale la misma razon multiplicada de 24. à 20. esto es , que el producto es igual à la razon que se multiplica , porque como en la razon de igualdad el antecedente 3. es igual al conseqüente 3. es lo mismo que si fuera un solo numero 3. pues multiplicando el antecedente 8. y conseqüente 5. por un mismo numero 3. salen los numeros 24. y 15. en la misma razon de 8. à 5. (312) Luego la razon de 24. à 15. es igual , ò la misma que la de 8. à 5. Y por esto , multiplicando una razon de igualdad por otra tambien de igualdad , la razon producida es de igualdad.

8—3	24
5—3	15

360 Si los terminos de una qualquier razon , como de 3. à 5. se invierten de suerte , que salga otra razon de 5. à 3. y se hace la multiplicacion de estas dos razones , la razon producida será de igualdad ; porque como los antecedentes 3. y 5. son los mismos numeros que los conseqüentes 5. y 3. haciendo la multiplicacion de los antecedentes entre sí , y tambien de los conseqüentes entre sí , saldrán numeros iguales , que hacen la razon de igualdad.

3—5	15
5—3	15

361 Si de dos razones iguales , como de 5. à 10. y de 3. à 6. se invierten los terminos de la una , de suerte , que sean de 5. à 10. y de 6. à 3.

3. multiplicandolas , estando invertida la una , saldrá la razon de igualdad ; porque siendo las razones de 5. á 10. y de 3. á 6. iguales , serán los numeros 5. 10. 3. 6. proporcionales ; y haciendo la inversion de los terminos de la una razon , y despues multiplicando las razones , se vienen á multiplicar los medios , y los extremos : Luego han de salir numeros iguales (298) que hacen la razon de igualdad.

$$\begin{array}{r} 5-6 \quad 30 \\ 10-3 \quad 30 \end{array}$$

362 Si son tres , ó mas numeros en continua proporcion , como 8. 4. 2. y se toma un otro qualquier numero , como 16. las razones de 8. á 16. de 4. á 16. de 2. á 16. son continuamente proporcionales ; porque teniendo los mismos consequentes , tienen la razon de los antecedentes (344) , que por la suposicion son continuamente proporcionales.

$$\begin{array}{r} 8. \quad 4. \quad 2. \\ 16. \quad 16. \quad 16. \end{array}$$

Asi mismo serán continuamente proporcionales las razones de 16. á 8. de 16. á 4. de 16. á 2. porque como tienen iguales antecedentes , tienen entre si la razon reciproca de los consequentes (346) , los quales por la suposicion son continuamente proporcionales.

$$\begin{array}{r} 16. \quad 16. \quad 16. \\ 8. \quad 4. \quad 2. \end{array}$$

## PROPOSICION XXII.

**REDUCIR QUALQUIER RAZON ENTRE QUEBRADOS á razon entre numeros enteros.**

363 **M**uchas veces sucede , que por estár una razon entre quebrados solos , ó entre enteros , y quebrados , no se puede conocer facilmente , ni hacer en ella algunas operaciones de las referidas , ni de las que darèmos adelante ; por lo qual es conveniente que enseñemos el modo de reducirla á numeros enteros.

Sea , pues , qualquier razon de dos tercios á cinco septimos , la qual se ha de reducir á enteros. Reduzganse los quebrados á un comun denominador (154) , y será la razon de 14. avos á 15. 21. avos ; y porque los quebrados que tienen iguales denominadores guardan entre si la razon de los denominadores será el quebrado 14. 21. avos á 15. 21. avos , como 14. á 15. Luego la razon de dos tercios á cinco septimos , ó de 14. 21. avos á 15. 21. avos , que es toda una estará reducida á la razon de 14. á 15.

Otro exemplo. Sea la razon de 9. à dos tercios la qué se ha de reducir á razon entre numeros enteros. Pongase una unidad debaxo el 9. así  $9\frac{2}{3}$ , y luego reduzganse los quebrados  $\frac{2}{3}$  à un comun denominador, y serán 27. tercios, y dos tercios; tomense los numeradores solos, y será la razon reducida de 27. à 2. la misma que la de 9. à dos tercios.

Si la razon dada es de 3. y dos quintos à 8. y tres quartos, reduzganse los enteros à los quebrados (162), y serán 17. quintos, y 35. quartos. Reduzganse agora à un comun denominador  $\frac{68}{80}$ , y  $\frac{175}{80}$ ; tomando los numeradores solos, quedará la razon sobredicha reducida à enteros de 68. à 175.

## PROPOSICION XXIII.

*MULTIPLICANDO EL DENOMINADOR DE QUALQUIER razon por el conseqüente, produce el antecedente.*

364. **S** Es qualquier razon de 8. à 2. cuyo denominador es 4. (325) Digo, que si el 4. se multiplica por el conseqüente 2. el producto será el antecedente 8. porque el denominador nace de la division del antecedente por el conseqüente: Luego multiplicando el denominador por el conseqüente, se restituye el antecedente.

*Consejo.*

365. Dividiendo el antecedente de una razon por el denominador, sale el conseqüente; como en la razon de 12. à 4. cuyo denominador es 3. Digo, que dividiendo el 12. por 3. sale el conseqüente 4. porque multiplicando el conseqüente por el denominador, se produce el conseqüente: Luego dividiendo el antecedente por el denominador, buelve à salir el conseqüente.

366. Dado el denominador, y un termino de la razon, se hallará la dicha razon deste modo: Si el termino dado es el conseqüente, multipliquese por el denominador: y saldrá el antecedente: pero si es el antecedente, dividase por el denominador, y saldrá el conseqüente; como si el denominador de una razon es 8. y se dà el conseqüente 4. multiplicando 8. por 4. saldrán 32. y así la razon será de 32. à 4. pero si el termino dado es el antecedente 32. partiendolo por 8. saldrá el conseqüente 4. y la razon será de 32. à 4.

PROPOSICION XXIV.

**DADO EL ANTECEDENTE HALLAR EL CONSEQUENTE**  
*en qualquier razon.*

367 **S**ea el antecedente 4. al qual se ha de buscar un conseqüente, de suerte, que formen una razon quintupla. Primeramente busquense los terminos de la razon quintupla, y serán 5. à 1. (331). Multipliquense aora el antecedente dado 4. por el conseqüente 5. y el producto 4. dividase por el antecedente 5. pues el quociente quatro quintos será el conseqüente que se busca, y la razon quintupla será de 4. à quatro quintos.

Afsimilmo, dado el antecedente 9. se ha de hallar un conseqüente, de modo, que resulte una razon susquialtera. Los terminos de la susquialtera son 3. y 2. (331). Multipliquense el antecedente 9. por el conseqüente 2. de la razon susquialtera, y el producto 8. dividase por el antecedente 3. El quociente 6. será el numero que se busca, y la razon susquialtera será de 9. à 6.

Del mismo modo, dado el antecedente 8. se ha de hallar un conseqüente, de suerte, que sea la razon subquadrupla. Los terminos desta razon son 1. y 4. Multiplicando el antecedente 8. por 4. y partiendolo el producto 32. por 1. sale el conseqüente 32. y assi la razon subquadrupla será de 8. à 32.

La razon deste modo de obrar nace de la *prop.* 4. (298). Porque en el ultimo exemplo (lo mismo es de los demás) lo que se pide es una razon semejante à la de 1. à 4. dado el antecedente 8. y se ha hallado el conseqüente 32. de suerte, que son quatro numeros proporcionales 1. 4. 8. 32. Pues como en esta el producto de los medios es igual de los extremos, y los medios están conocidos que son 4. y 8. si se multiplican, y el producto 32. se parte por un extremo conocido, que es 1. el quociente será el otro extremo 32. que se busca. Y esta es la regla de tres, como luego veremos.

PROPOSICION XXV.

**DADO EL CONSEQUENTE HALLAR EL ANTECEDENTE**  
*en qualquier razon.*

368 **E**sta proposicion es inverfa de la antecedente. Sea dado el conseqüente 12. al qual se ha de hallar un antecedente

en razon superbiparciente septimas. Los terminos desta razon son 9. y 7. (33). Multipliquense, pues, el conseqüente dado 12. por el antecedente 9. y partiendo el producto 108. por el conseqüente 7. saldrá el antecedente 15. y tres septimos, que es el que se busca; y la razon de 15. y tres septimos à 12. será superbiparciente septimas.

Asimismo, dado el conseqüente 10. se busca un antecedente que constituya una razon subquintupla. Los terminos desta razon son 1. y 5. Multipliquese, pues el conseqüente 10. por el antecedente 1. y partiendo el producto 10. por el conseqüente 5. saldrá el antecedente 2. de la razon subquintupla de 2. à 10.

Del mismo modo, conocido el conseqüente 22. se busca un antecedente en razon subtripla sesquiseptima. Los terminos desta razon son 7. à 22. y pues este conseqüente es igual al que está dado, no ay mas hacer, sino tomar el antecedente 7. por el que se busca.

La razon deste modo de obrar es la misma. Porque en el exemplo segundo son proporcionales 2. 10. 1. 5. y como los medios están conocidos, multiplicando 10. por 1. y partiendo el producto por un extremo conocido 5. saldrá el otro 2. que se busca.

## PROPOSICION XXVI.

*SI DE QUATRO NUMEROS PROPORCIONALES A. B. C. D. los extremos A. D. son entre si primos, todos los quatro serán los minimos en su proporcion.*

369 **E**sta es la prop. 1. del lib. 8. de Euclides. Sean proporcionales en qualquier razon, como A. à B. así C. à D. y los extremos A. y D. sean entre si primos. Digo, que los dichos proporcionales son los menores que en numeros enteros se pueden hallar en su proporcion; esto es, que en la razon subduple, que es la que guardan, no se pueden hallar otros quatro numeros proporcionales enteros, que sean menores que los sobredichos.

A.	B.	C.	D.
3.	6.	2.	4.

Porque no se pueden señalar otros numeros menores; y si acaso alguno dixere que estos otros numeros E. F. G. H. son menores, probaré que han de ser mayores. Porque como E. F. G. H. son proporcionales à A. B. C. D. serán por igualdad de razon proporcionales A. E. D. H. (317); y alternando (306) serán proporcionales A. D. E. H. Y pues A. y D. son entre si pri-

E.	F.	G.	H.
6.	12.	4.	8.

primos , ferán los mínimos en su razon ( 323 ) : luego E. y H. no son los mínimos : luego son mayores. Y así , los intermedios F. y G. también han de ser mayores que los medios B. y C. porque entrambos tienen la misma razon con los extremos.

Pero adviértase , que aqui habla Euclides de los numeros enteros , excluyendo la unidad , y los quebrados ; porque si ponemos en un termino de los proporcionales la unidad , ó algun quebrado , podrán darse otros numeros menores que los proporcionales , que tengan los extremos entre sí primos como estos 1. 2. 2. 4. ó estos otros  $\frac{1}{2}$  , 1. 3. 6.

## PROPOSICION XXVII.

**HALLAR LOS NUMEROS QUE UNO QUISIERE continuamente proporcionales , mínimos en una razon dada.**

370 **S**Ea una qualquier dada de A. à B. y se han de hallar primeramente tres numeros continuamente proporcionales , que guarden la razon dada de A. à B. y serán los menores que todos los que pueda aver en la misma razon. Si los numeros A. y B. no son los mínimos en su razon , hallense los mínimos , reduciendo la dicha razon de A. à B. á mínimos terminos. ( 347 ) Despues desto multipliquense el numero A. por sí mismo , y será AA. Multipliquese A. por B. y será AB. Multipliquese ultimamente B. por sí mismo , y será BB. Digo , pues , que los numeros AA. AB. BB. son continuamente proporcionales , y los mínimos en la razon de A. à B.

A	B
5.	3.

AA	AB	BB
25.	15.	9.

AAA	AAB	ABB	BBB
125.	75.	45.	27.

Que sean continuamente proporcionales lo pruebo así : El numero AA. à AB. tiene la misma razon que A. à B. ( 305 ). Asimismo , la razon de AB. à BB. es la misma que la de A. à B. Luego los sobredichos tres numeros son continuamente proporcionales , porque continuamente guardan una misma razon.

Que sean los mínimos en aquella razon que guardan de A. à B. lo pruebo así : Como A. y B. son numeros mínimos en su razon , serán entre sí primos ( 323 ) ; y multiplicandose à sí mismos , los productos



duchos AA. y BB. serán tambien entre si primos, (73) que es la prop. 29. del lib. 7. de Eucl. y por consiguiente serán los mínimos en su razon. (323) Luego por la prop. cion antecedente los tres numeros AA. AB. BB. son los mínimos en aquella razon que tienen.

Mas se han de hallar quatro numeros continuamente proporcionales, que guarden entre si la misma razon que A. à B. y sean los mínimos de todos los quatro numeros continuamente proporcionales en la misma razon. Si A. y B. no son los mínimos en su razon, hallanse los mínimos en la misma razon. (347) Y aviendo hallado los tres AA. AB. BB. continuamente proporcionales, y mínimos en su razon, multiplicando AA. y AB. por A. y AB. BB. por B. saldrán los quatro numeros AAA. AAB. ABB. BBB. que se buscan.

Del mismo modo se hallarán cinco, y mas numeros continuamente proporcionales, y mínimos en la razon que guardan entre si. La demonstracion es la misma. Esta es la prop. 2. del lib. 8. de Euclides.

### Consejos.

371 Si ay muchos numeros continuamente proporcionales, y mínimos en su razon, como 25. 15. 9. los extremos 25. y 9. son primos entre si, que es la prop. 3. del lib. 8. de Euclides. Y si son tres los numeros continuamente proporcionales en la forma sobredicha, los extremos son numeros quadrados; si son quatro, los extremos son cubos; si cinco, quadrado quadrados, &c.

372 La unidad, y los numeros A. AA. AAA. &c. son continuamente proporcionales. Tambien lo son la unidad, y los numeros B. BB. BBB. &c. y tantos medios ay entre los dos extremos de los referidos numeros, quantos entre cada extremo, y la unidad: v. gr. entre AAA. y BBB. ay dos numeros medios, pues otros tantos ay entre AAA. ò BBB. y la unidad.

## PROPOSICION XXVIII.

**LOS NUMEROS MINIMOS, O LAS RAICES DE UNA razon, miden igualmente á otros sus proporcionales.**

373 Sean 3. y 2. los mínimos numeros, ò raíces de la razon sesquialtera. Digo, que miden á todos los otros numeros enteros que están en razon sesquialtera, como à 12. y 8. Porque siendo 3. y 2. los mínimos, necesariamente 12. y 8. han de ser mayores; luc-

luego 3. y 2. serán partes aliquotas , ò aliquantas semejantes , respecto de ellos ; pues de ningún modo pueden ser tres partes aliquantas semejantes , porque estas constan de partes aliquotas semejantes ( 19 ) , y estas aliquotas semejantes guardarían la misma razón que 3. à 2. y serían menores , por ser partes ; con que 3. y 2. no serían los mínimos números en la razón sesquialtera , que es contra la suposición : luego han de ser aliquotas semejantes , y por consiguiente miden à los números 12. y 8. Lo mismo demostraré de otros números en razón sesquialtera. Esta es la prop. 21. del lib. 7. de Euclides.

## PROPOSICION XXIX.

*SI TRES NUMEROS SON PROPORCIONALES A OTROS tres , tambien sus diferencias son proporcionales.*

374 Sean tres números A. B. C. proporcionales à otros tres D. E. F. La diferencia de A. à B. sea G. y la de B. à C. sea H. Asimismo , la diferencia de D. à E. sea I. y la de E. à F. sea K. Esto supuesto digo , que la misma razón tiene la diferencia G. à la diferencia H. que la diferencia I. à la diferencia H. esto es ; que las diferencias son proporcionales , como G. à H. así I. à K.

Porque siendo proporcionales A. à B. como D. à E. serán , invirtiendo B. à A. como E. à D. ( 307 ). Luego restando los números menores B. y E. de los mayores A. y D. quedarán los residuos G. y I. proporcionales ( 311 ) , como B. à E. así G. à I. Asimismo se demostrará , que las diferencias H. y K. son proporcionales con B. y E. Luego la razón de G. à I. es la misma que la de H. à K. ( 297 ). Luego es como G. à I. así H. à K. que es ser proporcionales.

	G	H	
	2	1	
A	B	C	
6	4	3	
D	E	F	
18	12	9	
I	K		
6	3		



## PROPOSICION XXX.

**SI A DOS NUMEROS SE AÑADE UN NUMERO,**  
*ò de los mismos se resta el mismo numero, las diferencias de las  
 sumas, ò restas serán las mismas que antes de  
 sumar, ò restar.*

375 **S**Ean dos numeros 8. y 12. cuya diferencia es 4. Digo lo  
 primero, que si se añade un numero 5. de suerte que sean  
 13. y 17. la diferencia tambien será 4. Porque  
 añadiendo el 5. á los numeros 8. y 12. tanto se  
 aumenta el uno como el otro: luego la dife-  
 rencia es la misma que antes.

Digo lo segundo, que si de dos numeros 8. y  
 12. se resta un mismo numero 5. los residuos, ò  
 restas 3. y 7. tendrán la misma diferencia que  
 los mismos 8. y 12. Porque restando un mismo numero de los dos, tan-  
 to se disminuye el uno como el otro; luego la diferencia es la misma.

	4	
8		12
	5	
13		17
3		7

## PROPOSICION XXXI.

**SI TRES NUMEROS MULTIPLICAN, O DIVIDEN**  
*por un mismo numero, las diferencias de los productos, ò quocietes  
 son proporcionales à las diferencias de los dichos  
 tres numeros.*

376 **S**Ean tres numeros 8. 12. 16. los que se han de multiplicar,  
 ò dividir por un qualquier numero 4. La diferencia de  
 8. à 12. es 4. y la de 8. à 16. es 8. Multiplicando, pues, ò dividiendo  
 los dichos tres numeros por 4. salen los productos 32. 48. 64. y los quo-  
 cientes 2. 3. 4. Digo, que las diferencias 16. y 32. del prod. eto 32. à  
 48. y del mismo 32. à 64. ò las dife-  
 rencias 1. y 2. del quociete 2. à 3. y del  
 mismo 2. à 4. son proporcionales à las  
 diferencias 4. y 8. de los tres numeros  
 8. 12. 16.

8	12	16	4	8
	4			
32	48	64	16	32
2	3	4	1	2

Porque el numero 4. multiplicando  
 à los numeros dados 8. 12. 16. produce los numeros 32. 48. 64. pro-  
 porcionales. (312) Luego las diferencias de 8. 12. 16. y las de 32. 48.  
 64.

84. son proporcionales. (374) Asimismo, dividiendo los números propuestos 8. 12. 16. por 4. salen los quocientes 2. 3. 4. proporcionales (315). Luego las diferencias tambien son proporcionales.

PROPOSICION XXXII.

*SI QUATRO NUMEROS SE EXCEDEN IGUALMENTE,  
la suma de los extremos es igual à la suma de los me-  
dios, y al contrario.*

377 **E**ste Theorema demonstrarèmos en todos los números, cuyo exceso es igual, ò que forman una progresion Arithmetica, en el lib. 4. agora basta en solos quatro. Sean, pues, 4. 6. 8. 10. cuyo exceso, ò diferencia es 2. Digo lo primero, que la suma 14. de los extremos 4. y 10. es igual à la 4. 6. 8. 10. suma 14. de los medios 6. y 8. porque si el extremo mayor 10. dá su diferencia, ò exceso 2. al menor extremo 4. resultarán los quatro números 6. 6. 8. 8. como es manifestto, en los quales los extremos son iguales à los medios; luego la suma de los extremos es igual à la suma de los medios.

378 Digo lo segundo, que si son quatro números, y la suma de los extremos es igual à la de los medios, los tales números se exceden igualmente. Porque si las diferencias, ò excessos no fueren iguales, dando el extremo mayor 10. su diferencia 2. al menor extremo 4. no quedarian los números 6. 6. 8. 8. para que las sumas de los extremos, y medios sean iguales; luego los excessos han de ser iguales.

Advierto, que no es preciso que los quatro números propuestos se excedan continuamente con un mismo exceso, como en el exemplo, sino que basta que los dos primeros, y dos ultimos se excedan igualmente como en estos 3. 7. 5. 9. en los quales la demonstracion es la misma.

PROPOSICION XXXIII.

*SI DOS NUMEROS MULTIPLICAN A UNO,  
la diferencia de los productos es igual al producto de la diferencia de  
los multiplicadores, por el mismo numero  
multiplicando.*

379 **M**ultipliquen estos dos números 3. y 5. (cuya diferencia es 1.) à un qualquier numero 4. y los productos sean

12. y 20. cuya diferencia es 8. Digo que esta diferencia 8. es igual al producto del mismo 4. por la diferencia 2. Porque si los números 3. y 5. fueran iguales, tambien los productos de la multiplicacion por 4. serian iguales: luego el ser el producto 20. mayor que el producto 12. proviene de que el número 5. es mayor que el número 3. esto es, por la diferencia 2. multiplicada por 4. Luego la diferencia de los productos 20. y 12. es igual al producto de la diferencia 2. por 4.

	2	
3		5
	4	
12		20
	8	

Estas noticias, y proporciones bastan para entender de raíz este Libro; en los dos siguientes se proseguirán por mas extenso. Ahora pasemos á la Regla de Tres.

## CAPITULO SEGUNDO.

### DE LA REGLA DE TRES,

#### ò de Proporción.

380 **R**egla de Proporción es la que enseña el modo de hallar un número incognito por la proporción que tiene con algunos conocidos, los cuales porque son tres (à lo menos los principales) se dice *Regla de Tres*; y tambien de *Oro*, por la grande utilidad que trae. Dividese en *Simple*, y *Compuesta*; y cada una de estas en *Directa*, è *Inversa*.

381 La Regla de Tres simple, es la que por solos tres números dados, ò conocidos enseña à hallar un quarto número proporcional; como en esta question. Un Oficial en 4. meses gana 20. libras, quanto ganará al mismo respeto en 8. meses? En donde son conocidos tres números, y se busca la ganancia correspondiente à los 8. meses, al respeto de lo que gana en los 4. meses; de fuerte, que han de tener la misma razon los 4. meses à la ganancia 20. libras, que los 8. meses à la ganancia que se busca, la qual es 40. libras; esto es, son proporcionales como 4. à 20. así 8. à 40.

382 La Regla de Tres compuesta, es la que contiene muchas proporcionales; y así concurren mas que tres terminos conocidos, por los quales se busca un número no conocido: Como si 4. hombres en 6. meses ganan 50. libras, 8. hombres en 12. meses quanto ganarán? En don-

donde ay conocidos cinco numeros , y se busca el sexto.

383. Aquí se han de advertir dos cosas : La primera , que aunque en esta regla compuesta concurren mas que tres terminos , esso no obstante se dice *Regla de Tres* ; porque entre los terminos conocidos solos ay tres principales á quien los otros acompañan , como luego veremos. La segunda , que en todas las reglas de tres los numeros , ó terminos conocidos son impares , como tres , cinco , siete , &c. y con el que falta se hace numero de terminos pares.

P R O B L E M A I.

**DISPONER LOS TERMINOS DE LA REGLA DE TRES**  
*simple , y conocer si es directa , ó inversa.*

384. **D**E los tres numeros conocidos que concurren en la regla de tres simple , los dos son homogeneos : esto es , numeran una misma especie , de los quales el uno tiene annexa la question. El otro numero de los tres conocidos es homogeneo con el quarto numero que se busca : Como en la question propuesta (381) , si un oficial en 4. meses gana 20. libras , en 8. meses que ganará ? Los 4. y 8. meses son homogeneos ; y las 20. libras son tambien homogeneas con la ganancia que se busca ; pero de los dos terminos conocidos homogeneos 4. y 8. el 8. tiene annexa la question , porque son los meses , respecto de los quales se busca la ganancia.

385. Pues para disponer , ó ordenar la regla de tres , segun el metodo debido , el numero que tiene annexa la question pongase en tercer lugar , y su homogeneo en primero ; el otro numero , que es solitario , pero homogeneo al numero incognito , estará en segundo lugar , ó en medio de los dos homogeneos : de suerte , que el primer numero ha de ser semejante al tercero , y el segundo al quarto. Como porque en la misma question el numero 8. meses tiene annexa la question , se pondrá en tercer lugar ; y su homogeneo , que son los 4. meses , estará en primer lugar. El otro termino solitario , que son las 20. libras , pongase en segundo lugar , así : Si en 4. meses se ganan 20. libras , en 8. meses que se ganará ? Y de este modo los terminos semejantes serán los antecedentes , y tambien los consequentes , como lo explica Euclides en la *disn. 14. del lib. 5.*

386. Estando así ordenados los terminos , se conocerá si la proporcion es directa ; ó inversa ; deste modo : Si el primer termino tiene la misma razon al tercero (que son los homogeneos) que el segundo

do al quarto (que son los otros homogeneos): esto es, si creciendo, ò menguando el tercer termino, respeto del primero; tambien ha de crecer, ò menguar el quarto, respeto del segundo, será la proporcion directa, segun la *prop. 14. del lib. 5. de Euclides*. Como en la misma question, porque siendo el tercer numero 8. mayor que el primero 4. tambien el quarto numero (que es 40.) es mayor que el segundo 20. La proporcion es directa. Asi mismo en esta otra question: Si un correo en 12. horas camina 16. leguas, en 3. horas quantas leguas caminará? Tambien es directa; porque siendo el tercer numero 3. menor que el primero 12. tambien el quarto (que es 4.) es menor que el segundo 16.

387 Pero si el primer termino tiene la misma razon al tercero, que reciprocamente el quarto al segundo: esto es, si creciendo, ò menguando el tercero, respeto del primero, al contrario, el quarto ha de menguar, ò crecer, respeto del segundo, la proporcion es *inversa, indirecta, ò reciproca*; como si 100. hombres para hacer una fortaleza han de menester 4. meses, 200. hombres quantos meses avrán de menester? Ciertamente está, que al mismo passo que los hombres son mas, la fortaleza se acabará mas presto: Con que siendo el numero de 200. hombres mayor que los 100. el tiempo en que acabarán la fortaleza será menor que los 4. meses. Asi mismo, esta otra question es indirecta: Si de paño de 8. palmos de ancho son menester 6. varas para hacer un vestido, de paño de 5. palmos de ancho quantas varas serán menester? Porque no ay duda, que menguando lo ancho del paño, son menester mas varas para hacer el vestido; y asi, siendo menor el tercer termino que el primero, el quarto ha de ser mayor que el segundo.

Dirá alguno: Si el numero quarto aun no está conocido, como se puede saber si es mayor, ò menor que el segundo? Respondiendo, que aunque individuamente antes de resolver la question no sea conocido el quarto numero; pero por las circunstancias de la question se puede conocer en general si es mayor, ò menor; porque si 4. hombres ganan 10. libras, 8. hombres ganarán mas de 10. libras; y 2. hombres ganarán menos; aunque hasta que esté resuelta la question, no se conozca determinadamente quanto sea aquel mas, ò menos.

388 Para sacar al estudioso de este cuydado, señala otra regla el P. Tacquet en su *Arithmet. pract. lib. 4. cap. 1.* que es la siguiente: Si los dos terminos homogeneos (el primero, y tercero) hacen, ò son en algun modo causa de alguna cosa unica, que está fuera de la question: esto es, que no es uno de los quatro terminos de la question,



tion, de fuerte, que los otros dos terminos (segundo, y quarto) sean como circunstancia de hacer la tal cosa, será inversa la proporcion. Y así, esta question si 100. hombres para hacer una fortaleza han menester 4. meses, 200. hombres quantos meses avrán menester para hacer la misma fortaleza, será indirecta, ó inversa; porque los hombres, que son el primero, y tercero terminos, gocen la fortaleza, que está fuera de la question, ó no es uno de los quatro terminos; y los meses son circunstancia; para hacer la dicha fortaleza. Pero esta regla padece algunas dificultades.

389 Aqui es preciso advertir, que algunas veces se propone alguna question, cuyos terminos están desordenados de fuerte, que parece inversa, siendo en la verdad directa; como: Si una redoma se llena con 20. dineros de vino de á 10. sueldos el cantaro, de vino de á 10. sueldos con quantos dineros se llenará. Pero este genero de questions, si se ordenan por la regla sobredicha (385), no parecerán inversas, sino directas, deste modo: Si valiendo el cantaro de vino 10. sueldos son menester 20. dineros para llenar una redoma, valiendo el cantaro 16. sueldos, quantos dineros serán menester para llenar la misma redoma? No ay duda que serán menester mas dineros; y así la proporcion, será directa: porque siendo el tercer numero 16. mayor que el primero 8. el quarto tambien es mayor que el segundo 20. Y tengase por regla general, que siempre que el termino homogéneo al que se busca está en primer lugar, la question está desordenada.

Dirá alguno: Puede aver question, que aunque no esté ordenada segun la regla antecedente, con todo, esso se puede resolver bien, como esta: Si con 15. reales, gano 5. reales, con 20. doblones quanto ganare? En la qual los terminos homogéneos están en primero, y segundo lugar, contra lo que ordena la regla sobredicha. Respondo, que en la proposicion directa, mientras que el primer termino esté en su lugar, aunque el segundo; y tercero estén desordenados, no importa: porque, como luego veremos, para resolver la question directa, se multiplica tercero por segundo; y como lo mismo sea multiplicar el tercero por el segundo, que este por aquel, por esso no importa que estén variados. En la proporeion inversa se multiplica primero por segundo, ó segundo por primero; y así, no importa que estos dos terminos estén desordenados.

390 Advierto tambien, que á veces la question se propone de tal fuerte, que necesita de reducción: Como si en 4. meses gano 30. reales, en 2. años quanto ganare? Aquí parece que no ay terminos ho-

homogeneos , porque el primero son meses , y el tercero años ; pue-  
reduzganse los años à meses , y se propondrá así : Si en 4. meses gano  
30. reales en 24. meses quanto ganaré.

Asi mismo : Si por una libra de moneda pago 2. sueldos de dere-  
chos , he gastado 20. libras , comprendiendo los derechos , quanto  
importan los dichos derechos ? Lo primero los terminos homoge-  
neos. 1. y 20. libras reduzgase à sueldos , y serán 20. y 400. y porque  
en los 400. sueldos están comprendidos los derechos , y sumo los 2.  
sueldos que deve cada libra con los 20. sueldos , y serán 22. Digo,  
pues : Si 22. sueldos comprendiendo los derechos dan 2. sueldos  
de derechos , 400. sueldos , comprendiendo los derechos , quanto  
pagarán de derechos ? y con esto estará la question , segun el devido  
orden. Otras muchas questions declarèmos en el exercicio de la re-  
gla de tres.

391 Ultimamente , casi siempre que el numero que se busca es de  
tiempo , como horas , dias , meses , &c. la regla de tres es inversa , co-  
mo se vè en la question siguiente : Si 6. labradores aran un cam-  
po en 12. horas , 3. labradores en quantas horas le ararán ? El co-  
nocimiento de la regla de tres directa , ò inversa pide exercicio.

## PROBLEMA II.

**RESOLVER QUALQUIER QUESTION DE REGLA DE TRES**  
*simple directa.*

392 **R**esolver una question de regla de tres simple , y directa ,  
es hallar un numero , que con otros tres conocidos ha-  
ga quatro proporcionales directamente (386) , que es lo mismo , que  
conocida una razon , y el antecedente de otra razon igual , ò seme-  
jante , buscar el conseqüente (367) : Como si 4. varas de paño costa-  
ron 12. libras , 6. varas què costarán ? Donde està conocida à la razon  
de 4. à 12. y se busca otra razon igual , señalado el antecedente  
6.

Multipliquese , pues , el tercer termino 6. por el segundo 12. y  
el producto 72. partase por el primero 4. y el quociente 18. será  
el quarto termino , el qual es conseqüente , respeto del 6. y así ,  
serán dos razones iguales , la una de 4. à 12. y la otra de 6. à 18.

Asi mismo : Si con 3. libras gano 6. sueldos , con 9. libras quanto  
ganaré ? Multiplico el tercero 9. por el segundo 6. y el producto 54.  
le parto por el primero 3. y el quociente 18. , son los sueldos que ga-  
naré

caré con las 9. lib. al mismo respeto que con 3. lib. ganó 6. sueldos.

Otro exemplo. Con 40. reales compro 36. lib. de azucar : con 100. reales quantas libras compraré ? Multiplicando 100. por 36. y partiendo el producto 3600. por 40. sale el quarto numero 90. que son las libras que puedo comprar con 100. reales.

Otro exemplo. En 5. meses gasto 30. lib. en 15. meses quanto gastaré ? Multiplico 15. por 30. y parto el producto 450. por 5. el quociente 90. son las libras que al mismo respeto gastaré en los 15. meses; de suerte, que si en 5. meses gasto 30. lib. en 15. meses gastaré al mismo tenor 90. libras.

*Demonstracion.*

La demonstracion de esta regla se funda en la *prop. 4. del cap. antecedente*; que si quatro numeros son proporcionales, el producto de los medios es igual al de los extremos : pues multiplicando el tercero por el segundo, sale el producto de los medios, el qual partido por un extremo, que es el primero, dá el otro extremo, que es el quarto; porque como el producto del primero, y quarto, ha de ser igual al producto del segundo, y tercero : si este ultimo producto se parte por el primer termino, saldrá el quarto, pues que multiplicando el partidor, que es el primero por el quociente, que es el quarto, buelve à salir el numero que se partiò.

*Escolio.*

393 Por otros modos se puede tambien resolver qualquier question de regla de tres simple directa. Sea esta : Si un hombre en 8. dias camina 64. leguas, en 12. dias quantas leguas caminará ? Dividase el segundo numero 64. por el primero 8. y multipliquese el quociente 8. por el tercero 12. será el producto 96. el numero de las leguas, que caminará en los 12. dias.

De otro modo : Partase el tercero 12. por el primero 8. y multipliquese el quociente 1. y  $\frac{1}{2}$  por el segundo 64. y saldrán las mismas 96. leguas.

De otro modo : Partase el primero 8. por el segundo 64. y partiendo tambien el tercero 12. por el quociente  $\frac{8}{64}$  saldrán las mismas 96. leguas.

De otro modo : Dividase el primero 8. por el tercero 12. y el segundo 64. dividase por el quociente  $\frac{8}{12}$  lo que saliere serán las mismas 96. leguas.

*Examen.*

394 Para examinar qualquiera de las sobredichas operaciones; multipliquese el primer numero por el quarto, y el producto ha de

de ser igual à la multiplicacion del segundo por el tercero. Tambien se puede examinar haciendo la operacion al revès, deste modo: Si el quarto numero ya hallado dà el tercero, què darà el segundo? Siguiendo la regla se ha de hallar el primero, que estava ya antes conocido.

### PROBLEMA III.

**RESOLVER QUALQUIER QUESTION DE REGLA DE TRES**  
*simple inversa.*

395 **Q**ual sea la proposicion inversa, indirecta, ò reciproca, y como se conoce, ya queda explicado arriba, (387) ahora falta el resolverla. Multipliquese el primer termino por el segundo, y el producto partase por el tercero: Como en un Presidio ay bastimento para que 3600. Soldados se sustenten en 8. meses, si huviera 4000. Soldados quanto tiempo se podrian sustentar? Multiplicando 3600. por 8. y partiendo el producto 28800. por 4000. salen 7. meses y  $\frac{800}{4000}$ , ò  $\frac{1}{5}$  de mes.

Otro exemplo: Si 8. Oficiales acaban una casa en 2. años, 5. Oficiales en quanto la acabarán? Multipliquese los 8. por 2. y el producto 16. partase por 5. el quociente 3. y  $\frac{1}{5}$  serán los años buscados.

Otro exemplo: De paño de 4. palmos de ancho son menester 10. varas para un vestido, si el paño tiene 6. palmos, quantas varas serán menester? Multiplicando 4. por 10. y partiendo el producto 40. por 6. salen 6. varas  $\frac{4}{6}$ .

#### *Demonstracion.*

En la proporcion inversa el primer termino tiene la misma razon al tercero, que el quarto al segundo (387); esto es, en el ultimo exemplo como 4. à 6. assi 6. y  $\frac{4}{6}$  à 10. luego invirtiendo (307) será como 6. à 4. assi 10. à 6. y  $\frac{4}{6}$ , y con esto està reducida la proporcion inversa à directa; de suerte, que la misma razon tiene lo ancho de un paño con lo ancho del otro, como lo largo del segundo con lo largo del primero. Pues estando reducida, si se multiplica el tercero 10. por el segundo 4. y el producto 40. se parte por el primero 6. saldrà el quarto 6. y  $\frac{4}{6}$ , como consta por la proposicion antecedente, que es lo mismo, que si antes de la reduccion, se multiplica el primero por el segundo, ò este por aquèl, y el producto se parte por el tercero. Con que reduciendo es la misma demonstracion, que la antecedente.

*Escolio.*

396 Qualquier question de regla de tres inverfa se puede reducir à directa, como consta por la demonstracion, y resolverla como si fuera directa, como esta: En 4. meses acaban una casa 8. Oficiales, para acabarla en 2. meses quantos Oficiales serán menester? La qual se reducirá à directa poniendo el tercer termino en primer lugar, y el primero en segundo, el segundo termino estará en tercer lugar, deste modo: Si 2. meses dan 4. meses, 8. Oficiales quantos darán? Siguiendo la regla directa hallaremos 16. Oficiales, que son menester para acabar la casa en 2. meses.

De otro modo sin reduccion: Dividase el primero 4. por el tercero 2. y multiplíquese el quociente 2. por el segundo 8. para hallar el quarto 16.

De otro modo sin reduccion: Partase el segundo 8. por el tercero 2. y el quociente 4. multiplíquense por el primero 4. saldrán 16.

De otro modo sin reduccion: Partase el tercero 2. por el primero 4. y por el quociente  $\frac{1}{2}$  se partirá el segundo 8. para hallar los mismos 16. Oficiales.

De otro modo sin reduccion: Dividase el tercero por el segundo, y partiendo el primero por el quociente, hallaremos el quarto.

*Examen.*

Para examinar la operacion de la regla de tres, multiplíquense el primer numero por el segundo, y el producto ha de ser igual al producto del tercero por el quarto.

P R O B L E M A IV.

DISPONER LOS TERMINOS DE LA REGLA DE TRES compuesta, y conocer si ay indireccion.

397 Quando los numeros conocidos son mas de tres, como cinco, siete, nueve, once, &c. (siempre el numero de ellos es impar) la proporcion es compuesta, (382) y siempre concurren tres terminos principales, de los quales los dos son homogeneos, semejantes, ó numeran una misma cosa, y el otro está solo pero es homogeneo con el que se busca. De los dos terminos homogeneos conocidos, el uno tiene anexa la question, como se dixo arriba

ba (384), y à ellos acompañan todos los demás terminos como circunstancias, ò condiciones. De suerte, que los tres terminos principales forman una proporcion simple, y todos los otros terminos que ay en la proporcion compuesta les acompañan en particular à los dos homogeneos, como está dicho.

Todo esto verèmos claramente en esta question: Si 4. hombres en 10. meses ganan 24. doblones: 8. hombres en 20. meses quantos doblones ganarán? En donde los 4. 24. y 8. son los terminos principales, de los quales los 4. y 8. son homogeneos, porque numeran una misma cosa, y el 8. tiene annexa la question; el 24. está solitario, pero es homogeneo con el numero que se busca, los 10. y 20. meses acompañan por modo de circunstancia à los 4. y 8. hombres.

398 Esto supuesto; para disponer los terminos de la question de regla de tres compuesta, primeramente se buscarán los tres principales mirando que terminos hacen algo; esto es, ganan, pierden, trabajan, &c. los quales solamente son dos, y son los homogeneos, como en la question propuesta 4. y 8. hombres: mirese tambien, que es lo que hacen, ganan, pierden, &c. y este será el otro termino principal, que es solitario, pero homogeneo con el incognito, como son los 24. doblones: ultimamente vease con que circunstancias, tiempo, ò condiciones lo hacen, pierden, ganan, trabajan, &c. y estos son los terminos que acompañan à los homogeneos, como los 10. y 20. meses.

Pues de los dos terminos principales homogeneos, el que tiene annexa la question, que aqui son los 8. hombres, ponganse en tercer lugar con su compañero 20. meses: el otro homogeneo 4. hombres con su compañero 10. meses esté en primer lugar; y el termino principal solitario ponganse en medio, como en la regla de tres simple, pues aqui solos se añaden los terminos comitantes à los homogeneos.

399 Para entender esto mejor conducirá mucho el saber, que qualquier regla de tres tiene dos partes; en la una todos los terminos son conocidos; y en la otra (que comienza del termino, à quien está annexa la question) se ignora un termino, cuyo lugar se dexará vacío. Esto supuesto, se dispondrán los terminos como está dicho, pero de suerte, que el primero de una parte corresponda al primero de la otra, el segundo al segundo, &c. esto es, que sean homogeneos. Y à cada termino se pondrá su exponente como parece en el exemplo siguiente: Si 8. molinos con 3. muelas cada uno, en 5. dias mue-

len



ten 200 cahices de trigo ; 3. molinos con 4. muelas cada uno , en 2. dias , quantos cahices molerán ?

El P. Joseph Zaragoza , para disponer los terminos de la regla de tres compuesta , en su Arithmetica Universal lib. 1. cap. 13. no se vale desta regla de reducir la proporcion à tres terminos principales : sino que usa desta otra , copiada palabra por palabra : *Los numeros siempre se han de disponer de suerte , que el primero de la una parte sea de la misma especie que el primero de la otra , &c. de suerte , que se correspondan el primero con el primero , el segundo con el segundo , &c.* Y así solo dà por regla, el que se correspondan los terminos de una , y otra parte de la proporcion. Este modo es mas simple , pero pide cuydado para disponer la Proporcion , de suerte que tenga sentimiento cabal. El otro modo que hemos dado , es mas artificioso , y dà sentido à la question.

400 Dispuestos los terminos como se vè , falta averiguar si ay alguna proporcion inversa ; porque como la proporcion compuesta conste de muchas proporcionales simples , las quales son tantas , quantos terminos ay en la segunda parte , es contingente , que entre ellas se halle alguna indirecta , la qual se conocerà deste modo.

Resuélvase la proporcion compuesta en siemples dexando los otros terminos , y suponiendo que en cada parte son los mismos así : Si 3. molinos con ciertas muelas , y dias muelen 200. cahices , 3. molinos con las mismas muelas , y dias , quanto moleran ? Esta proporcion es directa ; porque siendo menor el numero de los molinos en la segunda parte , tambien han de moler menos ; y resolviendola (392) saldrán 75. cahices.

Aora formese otra proposicion simple respeto de las muelas , diciendo : Si 3. muelas en cierto tiempo muelen 75. cahices , que salieron en la proporcion antecedente ; 4. muelas en el mismo tiempo quanto molerán ? La qual tambien es directa ; porque siendo las 4. muelas mas que las 3. tambien han de moler mas que los 75. cahices , y así siguiendo la regla (392) salen 100. cahices.

Ultimamente intituyase otra proporcion simple para los dias , diciendo : Si en 5. dias se muelen 100. cahices , que salieron en la question antecedente , en 2. dias quantos se molerán ? La qual tambien es directa , y resolviendola saldrán 40. cahices.

1	8. molinos.
2	3. muelas.
3	5. dias.
4	200. cahices.
5	3. molinos.
6	4. muelas.
7	2. dias.
8	cahices.



401 Otro exemplo : Si 4. Escrivanos escriben 100. hojas en 3. dias , 6. Escrivanos 150. hojas en quantos dias las escribiràn ? Resuélvase la question , diciendo : Si 4. Escrivanos para escribir ciertas hojas han menester 3. dias ; 6. Escrivanos para escribir las mismas hojas quantos dias avrán menester ? Esta question es inverfa ; porque siendo mas los Escrivanos en la segunda parte , han de ser menos los dias ; la qual refuelta ( 395 ) dará 2. dias.

1	4. Escrivanos.
2	100. hojas.
3	3. dias.
4	6. Escrivanos.
5	150. hojas.
6	dias.

Formese otra regla de tres , respeto de las hojas diciendo : Si 100. hojas se escriben en 2. dias , que se hallaron antes ; 150. hojas en quantos dias se escribirán ? La qual es directa , porque siendo mas las hojas de la segunda parte , tambien han de ser mas los dias ; como que la question propuesta contiene una proporcion inverfa , y otra directa ; y la indireccion està en el primero , y quarto termino , que son los Escrivanos.

402 Otra regla dá el P. Andrès Tacquet de la Compañia de Jesus en su *Arith. Pract. lib. 4.* para conocer si la proporcion compuesta tiene inversion , que es la siguiente : Si en el primer , y tercer lugar (comprehendiendo los terminos , que acompañan á los principales homogeneos) un termino , respeto de otro es circunstancia , medio , condicion , &c. la question es directa ; pero si un termino hace algo respeto de su compañero , es inverfa. Y así , porque las muelas , y dias son circunstancias medios , ó condiciones , para que los molinos muelan , es la question directa ; pero porque los Escrivanos obran algo en sus compañeros que son las hojas , pues las escriben , la question contiene proporcion inverfa. Esta regla es mas breve , pero es muy obscura , y facil de errar.

403 Ultimamente , para la cabal inteligencia deste Problema es conveniente advertir dos cosas , à mas de las que se notaron arriba (389. y 390.) la primera , que una misma proporcion compuesta , solo con mudar de termino incognito puede passar de inverfa à directa , è al contrario , como en la proporcion antecedente , buscando los dias como con efecto allí se buscan , es la proporcion inverfa ; pero si se buscan las hojas , será directa , deste modo : Si 4. Escrivanos en 3. dias escriben 100. hojas ; 6. Escrivanos en 3. dias quantas hojas escribiràn ?

404 La segunda , que todos los terminos superfluos , se deven quitar-

quitar de la proporcion , y resolverla en los que quedan. Y así, quando en las dos partes de la proporcion un termino se expresa con un mismo numero , se ha de quitar ; porque no muda la proporcion ; como en esta question : Si 4. Escrivanos en 3. dias escriben 100. hojas ; 6. Escrivanos en 3. dias quantas hojas escribirán ? Porque los dias en una , y otra parte tienen el mismo numero , ó son los mismos, quiten-se , y quedará la question deste modo : Si 4. Escrivanos escriben 100. hojas ; 6. Escrivanos , quantas escribirán ?

405 Tambien son superfluos , y se deven quitar los terminos, que aviendo hecho alguna reduccion , son inutilles ; como en la question propuesta antes : (399) Si 8. molinos cada uno con 3. muelas en 5. dias muelen 200. cahices ; 3. molinos cada uno con 4. muelas en 2. dias quanto molerán ? Cada uno de los 8. molinos tiene 3. muelas ; luego multiplicando los 8. por 3. serán 24. muelas las que tienen entre todos los 8. molinos ; asimismo cada uno de los 3. molinos tiene 4. muelas : luego entre todos los 3. molinos tendrán 12. muelas ; pues como las muelas son las que muelen , los molinos son inutilles , y mientras que en una parte aya 24. muelas , y en la otra 12. molerán lo mismo , aunque aya mas , ó menos molinos ; y así se han de quitar quedando la proporcion deste modo : Si 24. muelas en 5. dias muelen 200. cahices ; 12. muelas en 2. dias quanto molerán ?

406 Pero advierto , que esta reduccion no es necessaria , porque en la misma solucion está comprehendida , supuesto que se multipli-  
can los terminos como luego veremos ; solo lo que digo es , que avien-  
do hecha la reduccion son superfluos los terminos reducidos ; por lo  
qual está manifestado que no se deve seguir , lo que hace cierto Au-  
tor , que reduciendo dexa los mismos terminos , que están compre-  
hendidos en la reduccion.

## P R O B L E M A V.

**RESOLVER QUALQUIER QUESTION DE REGLA DE TRES**  
*compuesta , y directa .*

407 **R** Esuelva-se la question compuesta en tantas simples, como terminos conocidos ay en la segunda parte conforme queda dicho en el Problema antecedente , y resolviendo cada una de-  
por sí , se hallará el termino deseado.

*Exemplo I.*

Si 6. hombres en 4. meses ganan 30. libras; 4. hombres en 5. meses quanto ganarán? Digase primero por regla de tres simple: Si 6. hombres en cierto tiempo ganan 30. libras; 4. hombres en el mismo tiempo quanto ganarán? Siguiendo la regla (392) saldrán 20. libras. Digase otra vez: Si en 4.

1	6. hombres.
2	4. meses.
3	30. libras.
4	4. hombres.
5	5. meses.
6	libras.

meses se ganan 20. libras; en 5. meses quantas se ganarán? Siguiendo la regla (392) se hallarán 25. libras, que es el termino deseado.

*Demonstracion.*

Las reglas de tres simples, ya quedan demostradas, con que toda la dificultad está en probar que ha de aver tantas reglas de tres simples, como terminos conocidos ay en la segunda parte de la proporcion, lo qual es manifesto; porque cada termino conocido tiene connexion con el que se busca, de fuerte, que mudando qualquiera de los conocidos, se muda tambien el no conocido; y como todas las especies de los terminos conocidos están en la segunda parte, avrà tantas reglas de tres como terminos en dicha segunda parte.

*De otro modo.*

408 Incorporente los terminos, que acompañan, en los principales homogeneos, multiplicando unos por otros, y en los productos, y termino principal solitario, formese la regla de tres: como en el mismo exemplo multiplicando los 4. meses que acompañan á los hombres de la primer parte por los 6. hombres, serán 24. multiplicando tambien los 4. meses que acompañan á los hombres de la segunda parte por los 4. hombres, son 20. Y con esto queda superfluo el numero de los hombres, y así se ha de quitar. (405) Digase pues: Si en 24. meses se ganan 30. libras, en 20. meses, quanto se ganará? Siguiendo la regla saldrán las mismas 25. libras.

*Exemplo II.*

Si 5. Terciopeleros, trabajando 8. horas cada dia, en 3. semanas texen 1000. varas de tafetan; 3. Terciopeleros, trabajando 9. horas cada dia, en 7. semanas quantas varas texerán? Digase: Si 5. Terciopeleros en ciertas horas, y semanas texen 1000. varas; 3. Terciopeleros en el mismo tiempo

1	5. Terciopeleros.
2	8. horas.
3	3. semanas.
4	1000. varas.
5	3. Terciopeleros.
6	9. horas.
7	7. semanas.
8	varas.

¿quantas varas texerán? Siguiendo la regla (392) salen 600. varas.

Formese otra regla, diciendo: Si trabajando 8. horas cada dia, se texen en ciertas semanas 600. varas: trabajando 9. horas en las mismas semanas quanto se texerá? Siguiendo la misma regla, saldrán 675. varas.

Otra vez digase: Si en 2. semanas se texen 675. varas; en 7. semanas quantas se texerán? Siguiendo la misma regla saldrán 1575. varas, que es el termino que se busca.

De otro modo: Multipliquense los terminos que acompañan á los principales; esto es 3. 8. 5. por una parte, y 7. 9. 3. por otra, y serán los productos 120, y 189. Digase ahora: Si 120. dan 1000. 189. ¿què darán? Siguiendo la regla vendrán las mismas 1575. varas.

Exemplo III.

Si en 3. Conventos de 30. Religiosos cada uno, en 4. semanas dando 2. cahices de limosna, se consumen 8. cahices de trigo: en 5. Conventos de 20. Religiosos cada uno, en 6. semanas, dando 4. cahices de limosna, quantos cahices avrán menester?

Resuélvase en reglas simples: Si 3. Conventos, con ciertos Religiosos, semanas, y limosna, consumen 8. cahices: 5. Conventos, con los mismos Religiosos, &c. quanto consumirán? Sigase la regla, (392) multiplicando 5. por 8. y partiendo el producto 40. por 3. y porque no se puede enteramente, partase haciendo quebrando así  $\frac{4}{3}$ .

1	3. Conventos.
2	30. Religiosos.
3	4. semanas.
4	2. limosna.
5	8. cahices.
6	5. Conventos.
7	20. Religiosos.
8	6. semanas.
9	4. limosna.
10	cahices.

Hagase otra regla: Si 30. Religiosos, con ciertas semanas, y limosna consumen  $\frac{4}{3}$  de cahiz: 20. Religiosos, con las mismas circunstancias, quantos consumirán? Sigase la regla multiplicando 20. por  $\frac{4}{3}$ . que es multiplicar solo el numerador (181), y el producto  $\frac{80}{3}$ . divídase por 30. multiplicando el denominador (195), y serán  $\frac{800}{90}$ . de cahiz; ó mas abreviado  $\frac{80}{9}$ .

Formese otra regla diciendo: Si en 4. semanas, con cierta limosna, se gastan  $\frac{80}{9}$ . de cahiz: en 6. semanas quanto se gastará? Multiplicando 6. por  $\frac{80}{9}$ . que es multiplicar 6. por 80. y partiendo el producto  $480$ . por 9. que es multiplicar el denominador, saldrán  $\frac{480}{9}$  de cahiz, que abreviados son  $\frac{48}{3}$ .

Ultimamente digase: Si dando de limosna 2. cahices se gastan

tan  $\frac{4}{3}$ . de cahiz: dando de limosna 4. cahices, quantos se gastarán? Multiplicando 4. por  $\frac{4}{3}$ , que es multiplicar el numerador, y partiendo el producto  $\frac{16}{3}$  por 2. que es multiplicar el denominador, saldrá  $\frac{16}{6}$ . de cahiz, que son 26. cahices y  $\frac{2}{3}$ . el termino que se buscava.

*De otro modo.*

Multipliquense los terminos que acompañan à los homogeneos principales, por los mismos homogeneos; esto es, 3. 30. 4. 2. y será el producto 720. multipliquense tambien entre si 5. 20. 6. 4. y saldrán 2400. Diga-se aora por regla de tres, si 720. dán 8. què darán 2400? Siguiendo la regla, saldrán los mismos 26. cahices y  $\frac{2}{3}$ .

*Consejo.*

409 Si se considera con atencion el progreso de las operaciones antecedentes, estará manifesto, que en el primer exemplo dividiendo el producto de los terminos, tercero, quarto, y quinto, por el producto del primero, y segundo, sale el sexto termino, el qual multiplicado por el primero, y segundo, necessariamente ha de restituir al producto del tercero, quarto, y quinto, que se partiò: luego el producto del sexto, primero, y segundo, es igual al producto del tercero, quarto, y quinto.

En el exemplo 2. el producto del termino quarto, quinto, sexto, y septimo, partido por el producto del primero, segundo, y tercero, dá el octavo termino, el qual multiplicando por este ultimo producto, buelve à restituir al producto del quarto, quinto, sexto, y septimo: luego el producto del octavo, primero, segundo, y tercero, es igual al producto del quarto, quinto, sexto, y septimo. Asimismo en el exemplo 3. el producto del termino decimo, primero, segundo, tercero, y quarto, es igual al producto del quinto, sexto, septimo, octavo, y nono; y así de las demás operaciones.

Con que en qualquier question de regla de tres compuesta, si el ultimo exponente se escribe primero, y despues los demás por su orden, dividiendo los exponentes con una linea, de fuerte, que aya tantos à una parte como à otra, serán los productos de una, y otra parte iguales; como en las questions de cinco numeros, pongase primero el ultimo exponente, que es 6. y despues los demás deste modo 6. 1. 2. | 3. 4. 5. será el producto de los numeros correspondientes à los exponentes 6. 1. 2. igual al producto de los numeros correspondientes à los exponentes 3. 4. 5.

En las questions de 7. numeros escribiendo el ultimo exponente en primer lugar, y los demás consecutivamente dividiendolos con una linea deste modo, 8. 1. 2. 3. | 4. 5. 6. 7. será el producto de los numeros

los correspondientes á los exponentes 4. 5. 6. 7. igual al producto de los numeros correspondientes á los exponentes 8. 1. 2. 3.

En las questiones de 9. numeros se esvirán los exponentes así 10. 1. 2. 3. 4. 1 5. 6. 7. 8. 9. y los productos de los numeros que acompañan en la question á los exponentes en ambas partes serán iguales; y así de las demás questiones de 11. 13. 15. numeros, &c.

*Examen.*

410 Escribanse los exponentes como acabamos de decir, y multiplicando los terminos correspondientes á los exponentes, los productos de una, y otra parte han de ser iguales: como en el exemplo 1. dispuestos los exponentes serán 6. 1. 2. 1 3. 4. 5. Los numeros correspondientes á los 6. 1. 2. son 25. 6. 4. (el 25. es el termino hallado) los quales multiplicados entre sí hacen 600. pues los numeros correspondientes á los otros exponentes 3. 4. 5. que son 30. 4. 5. tambien multiplicados entre sí hacen 600.

En el exemplo 2. dispuestos los exponentes, serán 8. 1. 2. 3. 1 4. 5. 6. 7. cuyos terminos correspondientes á los 8. 1. 2. 3. son 1575. 5. 8. 3. los quales multiplicados entre sí producen 189000. pues lo mismo han de producir los numeros 1000. 3. 9. 7. correspondientes á los exponentes 4 5. 6. 7.

P R O B L E M A IV.

**RESOLVER LA QUESTION DE REGLA DE TRES**  
*compuesta, quando ay inversion.*

411 **E**L modo para conocer quando la question de regla de tres compuesta contiene proporcion inversa, ya queda enseñado en el Problema 4. aora solo falta el resolverla. Refuélvase, pues, en proporciones simples, como queda dicho, y cada una se resolverá por el Problema 2. ó 3. segun fuere directa, ó inversa.

*Exemplo I.*

Si 10. Labradores aran 8. cahizadas de tierra en 3. dias; 12. Labradores 20. cahizadas en quantos dias las ararán? Digase: Si 10. Labradores aran ciertas cahizadas en 3. dias; 12. Labradores las mismas cahizadas en quantos dias las ararán? Esta question es inversa, porque creciendo el numero de los Labradores, han

1	10. Labradores.
2	8. cahizadas.
3	3. dias.
4	12. Labradores.
5	20. cahizadas.
6	dias.

de menguar los dias , y la inversion está en el primero , y quarto termino de la question compuesta , que son los Labradores ; refuelvase , pues , ( 395 ) multiplicando 10. por 3. y partiendo el producto 30. por 12. y porque justamente no se puede , pártase en forma de quebrado así  $\frac{5}{2}$  . ò abreviando  $\frac{5}{2}$  .

Formese otra regla de tres simple para las cahizadas , deste modo : Si 8. cahizadas se labran en  $\frac{5}{2}$  . de dias ; 20. cahizadas en quanto tiempo se labrarán ? Esta es directa , porque siendo mas las cahizadas , han de ser tambien mas los dias ; refuelvase , pues ( 392 ) , multiplicando las 20. cahizadas por los  $\frac{5}{2}$  . que es multiplicar el numerador , y el producto  $\frac{100}{2}$  . divídase por 8. que es multiplicar el denominador ; el quociente  $\frac{100}{16}$  . que son 6. dias y  $\frac{1}{4}$  . será el termino deseado.

### Exemplo II.

Si valiendo el cahiz de trigo 6. libras , y pesando 12. arrobas , por 4. dineros , dan 12. onzas de pan ; valiendo 7. libras , y pesando 14. arrobas , por 6. dineros , quantas onzas darán ? Digase : Si valiendo 6. libras con cierto peso , y por ciertos dineros dan 12. onzas ; valiendo 7. libras con las mismas circunstancias , quantas onzas darán ? Esta proporcion es inversa , porque creciendo el valor del trigo , han de menguar las onzas ; pues multiplicando 6. por 12. y partiendo el producto 72. por 7. haciendo quebrado así  $\frac{72}{7}$  . serán las onzas.

1	6. libras.
2	12. arrobas.
3.	4. dineros.
4	12. onzas.
5	7. libras.
6	14. arrobas.
7	6. dineros.
8	onzas.

Hagase otra regla de tres simple , diciendo : Si 12. arrobas dan  $\frac{72}{7}$  . de onza ; 14. arrobas quanto darán ? Esta es directa ; porque creciendo el peso , han de crecer las onzas en numero : pues multiplicando 14. por  $\frac{72}{7}$  . que es multiplicar el numerador , ( 181 ) y partiendo el producto 1008. 7. avos por 12. que es multiplicar el denominador ( 295 ) saldrán 1008. 84. avos de onza.

Ultimamente digase : Si 4. dineros dan 1008. 84. avos de onza ; 6. dineros quanto darán ? Esta proporcion es tambien directa ; porque los dineros , ha de crecer tambien el numero de las onzas ; multiplicando 6. por 1008. 84. avos , que es multiplicar el numerador , y partiendo el producto 6048. 84. avos por 4. que es multiplicar el denominador , saldrán 6048. 336. avos , esto es 18. onzas , y darán con las dichas circunstancias por 6 dineros.



Exemplo III.

Si 2. Escrivanos escriben 20. hojas de à 30. lineas cada una, y de à 50. letras cada linea en 3. dias; 4. Escrivanos, para escribir 15. hojas de à 20. lineas cada una, y de à 32. letras cada linea, quantos dias avrá menester? Resuélvase en proporciones simples deste modo: Si 2. escrivanos escriben ciertas hojas de ciertas lineas, y letras en 3. dias; 4. Escrivanos las mismas hojas en quantos dias las escribirán? Esta proporcion es inverfa, porque creciendo el numero de los Escrivanos, ha de menguar el numero de los dias, pues multiplicando 2. por 3. y partiendo el producto 6. por 4. en forma de quebrado así  $\frac{6}{4}$  serán los dias.

1	2. Escrivanos.
2	20. hojas.
3	30. lineas.
4	50. letras.
5	3. dias.
6	4. Escrivanos.
7	15. hojas.
8	20. lineas.
9	32. letras.
10	dias.

Aora por razon de las hojas formese otra regla de tres simple, diciendo: Si 20. hojas de ciertas lineas, y letras, se escriben en  $\frac{6}{4}$  de dias; 15. hojas con las mismas circunstancias en quantos dias se escribirán? Esta es directa, porque siendo menos las hojas, tambien han de ser menos los dias; multipliquense, pues, las 15. hojas por  $\frac{6}{4}$  multiplicando solo el numerador, y el producto  $\frac{90}{4}$  partase por 20. multiplicando solo el denominador, y serán  $\frac{9}{8}$  de dia, que abreviando es  $\frac{9}{8}$ .

Hagase otra regla de tres atendiendo à las lineas: Si 30. lineas de ciertas letras cada una se escriben en  $\frac{9}{8}$  de dia 20. de las mismas letras, en quanto se escribirán? La qual tambien es directa, pues multiplicando 20. por  $\frac{9}{8}$  que es multiplicar el numerador, y partiendo el producto  $\frac{180}{8}$  por 30. que es multiplicar el denominador, saldrán 180. 240. avos de dia, que abreviando en  $\frac{3}{4}$ .

Ultimamente: Si 50. letras se escriben en  $\frac{3}{4}$  de dia, 32. en quanto tiempo se escribirán? La qual tambien es directa; pues multiplicando 32. por  $\frac{3}{4}$ , y partiendo el producto  $\frac{96}{4}$  por 50. saldrán 96. 200. avos de dia, que son 5. horas 45. minutos y 36. segundos por el termino deseado. Advierto aqui en la reduccion, ò valor del quebrado, que aunque el dia tiene 24. horas, pero para el trabajo solas se cuentan 12. y en esta forma està reducido el quebrado.

*Consejos.*

412 Quien atendiere con cuydado à las operaciones antecedentes verá, que si se truecan los terminos donde está la inversion, será lo mismo que el conscriptario del Problema antecedente; y así en la question de cinco terminos directa escribiendo los exponentes deste modo 6. 1. 2. | 3. 4. 5. el producto de una parte; es igual al de la otra; y en la inversa, mudando los exponentes de los numeros donde está la inversion, que en el exemplo 1. es en el primero, y quarto termino, así 6. 4. 2. | 3. 1. 5. los productos de entrambas partes son iguales.

En el exemplo segundo, si todas las proporciones fueran directas, serian los exponentes 8. 1. 2. 3. | 4. 5. 6. 7. (409). Pero como ay una proporcion inversa, que está en el primero, y quinto termino, mudense estos exponentes, pasando de una parte à otra así 8. 5. 2. 3. | 4. 1. 6. 7. y dispuestos deste modo, el producto de los terminos correspondientes à los exponentes de una parte será igual al producto de los terminos correspondientes à los exponentes de la otra parte. Lo mismo es en qualquier otra regla de tres compuesta, é inversa, pasando siempre de una à otra parte los exponentes, que contienen la inversion.

*Examen.*

413 Escribanse los exponentes, como si la question fuera directa, segun se dixo antes, y despues mudense de una à otra parte los exponentes en donde está la inversion; estando deste modo, si los productos de entrambas partes son iguales, la operacion está bien hecha.

**MODO FACIL PARA RESOLVER QUALQUIER REGLA**  
de tres compuesta.

414 **D**E lo dicho hasta aqui se infiere un modo facilissimo para resolver qualquier proporcion compuesta, aunque el numero que falta, no sea el ultimo, sino qualquier otro; para lo qual se guardarán los preceptos siguientes.

415 Primero: Escribanse los terminos de la pregunta, y al lado sus exponentes, dexando vacío el lugar del termino, que se busca.

316 Segundo: Escribanse los exponentes de fuerte, que el ultimo (sea el que falta, ò no) esté en primer lugar, y los otros por su orden, dividiendolos con una linea de modo, que aya tantos à una parte como à la otra, y así en las questions de 5. numeros estarán deste modo 6. 1. 2. | 3. 4. 5. en las de 7. así 8. 1. 2. 3. | 4. 5. 6.

7. en

7. en las de 9. así 10. 1. 2. 3. 4. 1 5. 6. 7. 8. 9. en las de 11. deste modo 12. 1. 2. 3. 4. 5. 1 6. 7. 8. 9. 10. 11. y así de las demás.

417 Tercero: Examínel. si ay alguna, ò algunas inversiones en la question (397), si no ay inversion, quedarán los exponentes en la forma sobredicha, pero si la ay, los exponentes donde está la inversion, pasarán de una à otra parte, como si en la question de 7. números la inversion está en el 2. y 7. se mudarán deste modo 8. 1. 6. 3. 1 4. 5. 2. 7. si huviere otra inversion en el 3. y 7. se dispondrá deste modo 8. 1. 6. 7. 1 4. 5. 2. 3. y así de las demás.

418 Quarto: Despuestos los exponentes, se multiplicarán entre sí los terminos correspondientes à los exponentes de la parte donde estuvieren todos conocidos, y el producto será el numero dividendo; tambien se multiplicarán entre sí los numeros correspondientes à los exponentes de la parte donde falta el termino que se busca, y el producto será el partidor; hagase la division, y el quociente será el termino que se busca. Para esto aprovecharà mucho tener en memoria los consecretarios de los Problemas antecedentes.

*Exemplo F.*

Si 8. hombres, cada uno con 10. doblones, ganan 50. libras; 3. hombres, cada uno con 15. doblones quanto ganarán? Escribanse los exponentes como está dicho 6. 1. 2. 3. 4. 5. y porque no ay inversion, quedarán asimismo los dichos exponentes. Ahora porque el termino que

1	8. hombres.
2	10. doblones.
3	50. libras.
4	3. hombres.
5	15. doblones.
6	libras.

falta es el correspondiente al 6. que está en la primera parte, multiplíquese el 8. por 10. (que son los terminos correspondientes à los exponentes 1. y 2.), y el producto 80. será el partidor: Multiplíquese entre sí los numeros 50. 3. y 15. que corresponden à los exponentes 3. 4. 5. y el producto 2250. será el dividendo; hecha la division de 2250. por 80. será el quociente 28. y  $\frac{1}{2}$  el sexto termino.

Si el termino que falta no es el sexto, sino qualquier otro, como el quarto, así: Si 8. hombres con 10. doblones cada uno, ganan 50. libras: quantos hombres con 15. doblones cada uno ganarán 28. libras y  $\frac{1}{2}$ . Dispuestos los exponentes 6. 1. 2. 1 3. 4. 5. porque el termino que falta es el quarto, que está en la segunda parte de los ex-

ponentes , multipliquense los numeros 28. y  $\frac{1}{8}$  8. 10. correspondientes à los exponentes 6. 1. 2. y el producto 2250. partase por el producto 750. los numeros 50. y 15. correspondientes à los exponentes 5. y 5. el quociente 3. será el quarto termino.

Si falta otro termino , como el quinto deste modo : Si 8. hombres con 10. doblones cada uno , ganan 50. libras ; 3. hombres con quantos doblones ganarán 28. libras y  $\frac{1}{8}$  ? Dispuestos los exponentes como está dicho , serán 6. 1. 2. | 3. 4. 5. y pues el termino que falta , es el quinto,

1	8. hombres.
2	10. doblones.
3	50. libras.
4	3. hombres.
5	15. doblones.
6	28. libras y $\frac{1}{8}$ .

que está en la segunda parte de los exponentes , multipliquense los numeros 50. y 3. correspondientes à los exponentes 3. y 4. de la parte donde falta el termino quinto , y el producto 150. será el partidori. Multipliquense tambien los numeros 28. y  $\frac{1}{8}$  8. 10. correspondientes à los exponentes 6. 1. 2. de la otra parte , y el producto 2250 será el numero dividendo : hecha la division , se hallará el termino quinto 15. doblones.

### Exemplo II.

Si 4. hombres consumen para su sustento 2. cahices de trigo , que pesa cada uno 12. arrobas en 10. semanas ; 3. hombres , 5. cahices de peso de 13. arrobas en quanto tiempo los consumirán ? Los exponentes se escribirán así 8. 1. 2. 3. | 4. 5. 6. 7. y porque ay inversion en el 1. y 5. mudense deste modo , 8. 5. 2. 3. | 4. 1. 6. 7. y multiplicando entre si los numeros 10. 4. 5. 13. que corresponden à los exponentes

1	4. hombres.
2	2. cahices.
3	12. arrobas.
4	10. semanas.
5	3. hombres.
6	5. cahices.
7	13. arrobas.
8	semanas.

4. 1. 6. 7. será el producto 2600. el numero dividendo , multiplicando los numeros 3. 2. 12. correspondientes à los exponentes 5. 2. 3. el producto 72. será el divisor : hecha la division , saldrá el octavo termino 36.  $\frac{1}{9}$ .

Asimismo , si falta qualquier otro termino multiplicando los numeros correspondientes à los exponentes de la parte donde están conocidos todos , el producto será el dividendo ; y multiplicando los numeros correspondientes à los exponentes conocidos de la parte donde falta , será el producto del divisor. Esto quiere exercicio.

*Demonstracion.*

Dispuestos los exponentes como está dicho, el producto de los números correspondientes à los exponentes de una parte, es igual al producto de los números correspondientes à los exponentes de la otra parte (40. y 412.) luego partiendo el producto de la parte donde no falta termino alguno, por el producto de la parte donde falta algun termino, será el quociente el termino que se busca.

Advierto que si falta alguno de los terminos intermedios, la question no passa de directa à inversa, ò al contrario; pero si se dispone la pregunta de fuerte, que el termino intermedio que falta, esté en el ultimo lugar, puede suceder, que de directa passa à inversa, ò al contrario; como se notò arriba. (403)

Advierto tambien, que aunque no hemos puesto exemplos en números denominados, ò quebrados, se han de seguir las mismas reglas; pues no añaden otra dificultad mas que multiplicar, y partir quebrados, ò números denominados, la qual queda explicada en la segunda, y tercera parte del libro 1. Pero para evitar el enfado que traen el multiplicar, y partir números denominados; si los huviere en alguna regla de tres, se podrán reducir à la minima especie (76) y despues obrar como si fueran enteros; advirtiendole, que si un termino se reduce, tambien se ha de reducir à la misma especie el otro termino homogeneo, ò semejante, como se verá en el numero 458. question 57.

C A P I T U L O T E R C E R O.

DEL EXERCICIO DE LA REGLA DE TRES.

**P**ara que el estudioso halle juntas las questiones de una misma especie, divido este exercicio en diferentes classes de reducciones de monedas, pesos, y medidas, intereses, ganancias, arrendamientos, &c. Advirtiendole, que aunque algunas questiones se resuelvan sin regla de tres, pero esso no obstante me ha parecido ponerlas aqui, para que estén todas las de una especie juntas.

*Reducciones de monedas, pesos, y medidas.*

419 Question 1. 27. doblones, quantas libras son de Valencia; porque cada doblon en Valencia, vale 3. libras y 17. sueldos, ò 38. reales, y  $\frac{1}{2}$ . Multipliquense los 27. doblones por 38. reales, y  $\frac{1}{2}$ , y

el producto 1039. reales , y  $\frac{1}{2}$ . reduzgase à libras , partiendo por 16 que es quitar el primer guarismo 9. y quedaràn 103. libras y 9. reales, y  $\frac{1}{2}$ . ò 19. sueldos , y tanto importaràn los 27. doblones. Lo mismo se halla multiplicando los 27. doblones por 3. libras , y 17. sueldos. (226)

420 Question 2. Pedro ha de pagar 3624. libras moneda de Valencia en doblones ; preguntase quantos ha de dár? Reduzga las libras à sueldos multiplicando por 2. y añadiendo un zero , y serán 72480. sueldos dividalos por 77. sueldos que vale un doblon , y hallará 941. doblon , y sobran 23. sueldos , que ha de dar en otra moneda.

Para reducir los doblones à libras , y sueldos , ò al contrario , tienen los Mercaderes , y otras personas de negocio , una tabla del valor de los doblones , la qual se hace deste modo : Escrivase el valor de un doblon , doblese , y saldrà el valor de dos doblones : sumese el valor de un doblon con el de dos doblones , y saldràn tres , sumese el valor de uno con el de los tres , y serán quatro , y así prosiguiendo en suma el valor de un doblon con todos los demás , saldrà el inmediato siguiente , como parece en la presente tabla.

1	3. lib. 17. suel.
2	7. lib. 14. suel.
3	11. lib. 11. suel.
4	15. lib. 8. suel.
5	19. lib. 5. suel.
6	23. lib. 2. suel.
7	26. lib. 19. suel.
8	30. lib. 16. suel.
9	34. lib. 13. suel.
10	38. lib. 10. suel.
	&c.

Esto supuesto , si quiero saber 7. doblones quanto valen , enfrente del 7. hallo 26. libras , y 19. sueldos. Al contrario , si quiero saber 34. libras 8. sueldos quantos doblones hacen , busco el numero proximo menor à las 34. libras 8. sueldos y hallo 30. libras 16. sueldos , y al lado 8. doblones , resto agora las 30. libras 16. sueldos de las 34. libras 8. sueldos , y sobran 3. libras 12. sueldos que ay à mas de los 8. doblones.

Asimismo para reducir en Valencia los reales de à ocho à libras , se multiplicaràn por 9. reales , y  $\frac{3}{4}$ . que vale cada uno , y el producto se reducirà à libras ; como si quiero saber 124. reales de à ocho , quantas libras son , los multiplico por 9. y  $\frac{3}{4}$ . multiplicando primero por 9. y despues sacando mitad por los dos quartos , y mitad de la mitad por el otro quarto , el producto 1209. son reales , que quitado el 9. serán 120. libras y 9. reales , ò 18. sueldos.

Lo mismo se puede hacer de otra manera. Se han de reducir 253. reales de à ocho à libras de Valencia : Supongo que los reales de

de à ocho son libras ; pues porque à cada real de à ocho falta un quartillo , ò seis dineros para una libra , avrè de quitar tantos quartillos como reales de à ocho : pues dividiendo 253. quartillos por 4. tendrè 63. reales , y un quarto ; esto es , 6. libras 6. sueldos y 6. dineros. Restos de los 253. y quedan 246. libras 13. sueldos y 6. dineros , que valen los 253. reales de à ocho.

421 Question 3. Dos mil maravedis , quantas libras son de Valencia ? El real de à ocho Mexicano en Castilla vale 15. reales de vellon , que son 510. maravedis , en Valencia valen 19. sueldos , y 6. dineros , que son 234. dineros. Digase , pues , por regla de tres : Si 510. maravedis son 234. dineros , 2000. maravedis quantos dineros daràn ? Multiplicando 2000. por 234. y partiendo el producto 468000. por 510. saldràn 917. dineros , que reducidos à libras , y sueldos (100) son 3. libras 16. sueldos 5. dineros , y treinta y tres cinquenta y avos.

Del mismo modo reducirè los 2000. maravedis à moneda de Aragon , donde el real de à ocho vale 8. reales , ò 192. dineros , diciendo : Si 510. maravedis dan 192. dineros , 2000. maravedis quantos dineros daràn ? Siguiendo la regla hallo 752. dineros , reduzgo-los à libras , y sueldos , y hallo tres libras dos sueldos , y ocho dineros.

Pero adviértase , que aunque segun la Pragmatica el real de à ocho Mexicano vale en Castilla 15. reales de vellon , esso no obstante en el trato comun vale 15. reales , y un ochavo , que son 512. maravedis ; y segun esto , se ha de decir : Si 512. maravedis dan 234. dineros de Valencia ; luego 2000. maravedis daràn 914. dineros , y un diez y seis avo , que son 3. libras 16. sueldos y 2. dineros , y mas el dicho quebrado ; y lo mismo es en otros Reynos.

422 Question 4. Preguntase : Los 30. reales en que Christo nuestro Señor fue vendido por Judas , quanto son de la moneda de Valencia ? Para resolver esta question es necessario acordarse de lo que se advirtió en los proemiales , tratando de las monedas , pesos , y medidas Hebreas : que siempre que en la Sagrada Escritura se nombra *Argenteus* sin añadir mas , se entienda fíclo ; y como la Escritura diga : *Constituerunt ei triginta argenteos* , Matth. 26. vers. 15. eran 30. fíclos ; y como cada fíclo era media onza , y en el valor casí igual à un real de à quatro Mexicano , serian los 30. fíclos lo mismo que 15. reales de à ocho , que en Valencia valen (420) 14. libras 12. sueldos y 6. dineros. Por este vil precio fue vendido Jesu-Christo.



Pero advierto , que en la Iglesia Mayor desta Ciudad de Valencia se guardan dos reales de los que Judas vendió à Christo , cuñados en Rhodas , como consta por el cuño del Sol , y cada uno pesa medio fíclo , pues son del tamaño de un real de à dos. Lo mismo dice Vilalpando de uno que vió en Roma : Y así à Judas le devieron dar 60. destos , los quales hacen 30. fíclos ; y siempre es verdadero decir que le dieron 30. fíclos. Como si huviera de dar 30. doblones , y pagára con 60. medios doblones , seria verdadero decir , que havia dado 30. doblones.

423 Question 5. De la Epístola que se canta en la Misa de los difuntos , consta , que Judas Machabeo embió al Templo de Jerusalem 12000. dragmas de plata , para ofrecer Sacrificio por los que eran muertos en la guerra ; preguntase quanto corresponde en nuestras monedas ? La respuesta es facil ; porque , como consta de la segunda parte de los proemiales , una dragma vale lo mismo que un real de plata Mexicano. Con que las 12000. dragmas son otros tantos reales de plata , y partidos por 8. son 1500. reales de à ocho Mexicanos , que en Valencia valen 1462. libras 10. sueldos.

424 Question 6. Un Mercader ha de llevar de Valencia à Madrid 1262. varas de tafetan , pregunta quantas varas serán en Madrid ? Porque 12. varas de Valencia son 13. de Castilla , como está dicho en los proemiales , diga por regla de tres : Si 12. dán 13. que darán 1262. Siguiendo la regla hallará 1367. varas , y un sexto.

425 Question 7. Pedro merca en Castilla 30. cahices , y 8. hanegas de trigo por 45. reales de vellon el cahiz ; despues los trae à Valencia , haciendo de gastos 30. libras y los vende à 7. libras el cahiz ; preguntase quanto gana. Reduzganse à celemines (76) , y serán 4416. Digase por regla de tres : Si 12. celemines de Castilla son 13. de Valencia (proem. part. 2.) , 4416. quantos serán de Valencia ? Siguiendo la regla saldrán 4784. los quales reducidos à cahices (100) son 99. cahices , y 8. barchillas.

Saquese el valor de los 30. cahices , y 8. hanegas , multiplicando así mismo los 99. cahices , y 8. barchillas por 7. libras , y valdrán 697. libras , y dos tercios ; restense las 30. libras de gastos , y quedarán 667. libras , y dos tercios , las quales reducidas à reales , y multiplicando por 10. son 6676. reales , y dos tercios. Esto supuesto , formese una regla de tres : Si 9. reales , y tres quartos , que vale el real de à ocho en Valencia , dán 15. reales de vellon en Castilla , 6676. reales , y dos tercios de Valencia , que darán en Castilla ? Siguiendo la regla , salen 10271. real de Castilla , y 31. 39. avos , de los quales restan-

do

do los 1380. reales que costò el trigo en Castilla , quedan 8891. reales de ganancia.

426 Question 8. Salomon dava cada año al Rey Hiràm 20000. coros de trigo , como consta del 3. de los Reyes, cap. 5. v. 11. preguntale quantos cahices eran de Valencia ? Porque cada coro contenia 5. medimnos , y cada medimno era igual à una hanega de Castilla , como consta de los Proemiales, multipliquense los 20000. coros por 5. y saldràn 100000. medimnos, ò hanegas de Castilla ; y porque cada hanega contiene 12. celemines , multiplicando por 12. saldràn 1200000. celemines de Castilla ; aora digase por regla de tres : Si 12. celemines de Castilla, son 13. celemines de Valencia ; 1200000. celemines de Castilla , quantos seràn de Valencia ? Siguiendo la regla , salen 1300000. celemines de Valencia , que son 27083. cahices y 4. barchillas.

427 Question 9. El Rey Atalo comprò de Aristide , Pintor Tebano , una tabla pintada por 100. talentos , como lo dice Plinio en el lib. 7. cap. 38. pidese quantas libras serian de Valencia ? De los Proemiales consta , que cada talento contenia 6000. dragmas , ò reales de plata , los quales multiplicados por 100. seràn 600000. y partidos por 8. que son los reales que tiene un real de à ocho , seràn 75000. reales de à ocho , los quales valen al presente en Valencia 73125. libras. Excelente pincél ferìa , pues fue estimado en tanto precio. De Demetrio ; afirma el mismo Plinio en el lugar citado , que no quiso poner fuego à Rhodas por no quemar una pintura de Protogenes , que estava en aquella parte del muro por donde avia de entrar. De Alexandro Magno se cuenta , que diò 800. talentos à Aristoteles para que adelantara la Filosofia , que son 60000. reales de à ocho.

### Cambios.

El cambio es un trueque de una moneda en otra en un mismo lugar , ò en diferente. Dos modos ay de cambios , en quanto pertenecen à la Arithmetica : el uno es, *cambio menudo* , que es un trueque de una moneda en otra sin interés alguno : el otro es , *cambio real* , quando interviene interés en el trueque , ò sea en un mismo Reyno , ò en diferente ; y tambien es cambio real , quando no se cambia la moneda , sino que una misma se transporta , pero pagando interés por la conduccion. Muchas questiones de cambios , particularmente menudos , quedan ya resueltas , aora resolverè otras.

428 Question 10. Un Mercader diò à otro en Zaragoza 240. libras 8. sueldos, para que se los haga buenos en Valencia, pidese quantas

tas le darà en Valencia? Resuelvanse las 240. libras 8. sueldos en reales, multiplicando las libras por 10. y los sueldos partiendolos por 2. y sumando el quociente en los reales, seràn 2404. reales; digase aora por regla de tres: Si 8. reales (que es valor del real de à ocho en Zaragoza) dãn 9. reales y  $\frac{3}{4}$ . (que es el valor en Valencia) quedaràn 2404. reales? Siguiendo la regla, saldràn 2929. reales y  $\frac{7}{8}$ . que son 292. libras 1. sueldo y 9. dineros, y tanto le ha de dár en Valencia.

429 Question 11. Pedro ha de cambiar en Valencia 20. doblones por moneda de plata Valenciana, pagando à razon de 2. libras y  $\frac{1}{2}$ . por 100. porque la plata es mas estimada, que el oro; preguntase quantas libras recibirà? Reduzga los doblones à libras (419), y serán 77. libras. Reste las 2. libras y  $\frac{1}{2}$ . de 100. y quedaràn 97. libras y  $\frac{1}{2}$ . Diga aora por regla de tres: Si 100. libras están rebaxadas à 97. libras y  $\frac{1}{2}$ . las 77. libras à quantas se rebaxaràn? Siguiendo la regla, hallarà 75. libras 1. sueldo y 6. dineros, y tanto ha de recibir en moneda de plata.

430 Question 12. Al contrario, Pedro tiene 420. libras en plata, y quiere cambiarlas en Valencia por doblones para ganar el interés corriente, que supongo es à 2. libras por 100. pidefe quantos doblones recibirà? Sume las 2. libras de interés con las 100. y seràn 102. diga aora por regla de tres: Si 100. dãn 102. quedaràn 420? Siguiendo la regla salen 428. libras 8. sueldos, las quales convertidas en doblones (420) son 111. doblones, y mas 1. libra y 1. sueldo, que es lo que ha de recibir.

431 Question 13. Un Mercader en Valencia, dà à otro 150. libras 12. sueldos, para que se las abone en Barcelona, pagando de interés à 3. por 100. moneda de Valencia, preguntase quantas le ha de hacer buenas en Barcelona? Resta las 3. libras de las 100. y quedan 97. Dì aora por regla de tres: Si 100. libras se han rebaxado à 97. por razon del interés; 150. libras 12. sueldos, à quantos se rebaxaràn? Siguiendo la regla, hallaràs 146. libras 1. sueldo y 7. dineros y  $\frac{1}{2}$   $\frac{7}{8}$ . y que estas libras de Valencia se han de convertir en moneda de Barcelona, diràs por regla de tres: Si 234. dineros, que vale el real de à ocho en Valencia, son 336. ardites de Barcelona; 35059. dineros de Valencia (estàn reducidas las 146. libras 1. sueldo y 7. dineros, à dineros, dexado el quebrado, para hacer la operacion mas facil) quantos serán de Barcelona? Siguiendo la regla, hallaràs 50341. ardites, los quales reducidos à libras son 204. libras 15. sueldos 1. dinero, y tanto ha de abonar en Barcelona.

Si el interès se paga aparte , de suerte , que todas las 150. libras 12. sueldos , se han de transportar à Barcelona , primeramente se verá lo que sube el interès deste modo : Si 100. libras hacen 3. de interès ; 150. libras 12. sueldos , quanto haràn ? Siguiendo la regla , hallarèmos 4. libras 10. sueldos 4. dineros , y tanto se ha de pagar de interès á mas de las 150. libras 12. sueldos. Ahora para saber lo que corresponde en Barcelona , à las dichas 150. libras 12. sueldos , se hará otra regla de tres : Si 9. reales y  $\frac{3}{4}$ . que es el valor del real de à ocho en Valencia , son 14. reales en Barcelona , ò para quitar quebrados : Si 39. reales de Valencia , son 56. en Barcelona ; 150. libras 12. sueldos de Valencia , quantas seràn en Barcelona ? Siguiendo la regla , hallarèmos 216. libras 4. sueldos 11. dineros , que es lo que ha de dár en Barcelona.

432 Question 14. Un Mercader en Valencia diò à otro cierta cantidad , para que la condujera à Barcelona , pagando de interès à 3. por 100. moneda de Valencia ; aviendola conducido se sabe , que en Barcelona ha dado 216. libras 4. sueldos 11. dineros y  $\frac{1}{3}$  de aquella moneda ; preguntase què cantidad le diò de moneda de Valencia ?

Digase por regla de tres : Si 14. reales de Barcelona , son 9. reales  $\frac{3}{4}$ . de Valencia , que es el valor del real de à ocho en cada Reyno , ò para quitar el quebrado : Si 56. reales , son 39. quanto seràn las 216. libras 4. sueldos 11. dineros y  $\frac{1}{3}$  . siguiendo la regla , salen 150. libras 12. sueldos de Valencia. Ahora por el interès formese otra regla : Si 100. dan 3. de interès , 150. libras 12. sueldos , quanto daràn de interès ? Siguiendo la regla , salen 4. libras 10. sueldos 4. dineros y  $\frac{8}{5}$  . las quales sumadas con las 150. libras 12. sueldos , hacen 155. libras 2. sueldos 4. dineros y  $\frac{8}{5}$  . de Valencia , y tanta cantidad diò el Mercader en Valencia para transportar à Barcelona , pagando el interès en la misma Valencia.

433 Question 15. Un Mercader tiene en Valencia 36. libras , y queriendolas en Barcelona , halla quien se las dè à razon de 4. por 100. moneda de Barcelona , preguntase quantas libras le daràn en Barcelona ? Digase por regla de tres : Si 39. dan 56. (como se hizo en la question 13.) 36. libras que daràn ? Siguiendo la regla , se hallaràn 51. libra y  $\frac{9}{13}$  moneda de Barcelona.

Ahora formese otra regla de tres por el interès , y porque el interès està incluído en las 51. libra y  $\frac{9}{13}$  . Sumese el 4. con el 100. seràn 104. vienen de 100. las 51. libra y  $\frac{9}{13}$  . de quanto vendrán , siguiendo la regla , hallo 49. libras y  $\frac{119}{169}$  y tanto le ha de dár en Barcelona.

434 Question 16. Un Mercader tiene 150. libras en Aragon , y ha-

halla quien le haçe buenos en Cadiz 2600. reales por cierto interés, pidesse quanto importa el interés en Cadiz? Resuélvase las 150. libras en reales, y serán 1500. reales, digase aora por regla de tres: Si 8. reales de Aragon, son 15. de Castilla, ò Cadiz; 1500. reales, quantos serán, siguiendo la regla, hallo 2812. reales y  $\frac{1}{2}$ . de los quales resto los 2600. reales, y quedan 212. reales y  $\frac{1}{2}$ . y tanto sube el interés. Y si quisiere saber à quanto es por 100. digo con otra regla: Si 2600. dan 212. que daran 100. Sigo la regla, y hallo 8. reales y 5. maravedis, y  $\frac{2}{13}$ .

435 Question 17. Un Mercader quiere un cambio de 50. escudos, de Roma para Valencia, y halla quien se lo haga dár à razon de 8. reales por escudo; esto es, que de cada escudo, le han de dár 8. reales en Valencia; preguntase quantas libras le daràn en Valencia? Digase por regla de tres: Si 1. escudo son 8. reales en Valencia; 50. escudos, quantos serán? Y se hallaràn 400. reales, que son 40. libras, y tanto impotará lo que le han de dár en Valencia.

436 Question 18. Pedro estando en Aragon, quiere passar primero à Valencia, y despues à Cataluña; se halla con 10. doblones, y queriendolos cambiar, pide al Campfor (el qual tiene moneda de dichos Reynos) que le dè tantos dineros de Aragon, y de Valencia, como de Cataluña; pidesse quantos ha de dár de cada Reyno destos?

Para resolver esta question, es preciso acordarse de lo que queda dicho en los Proemiales, que el doblon en Aragon vale 3. libras 4. sueldos, en Valencia 3. libras 17. sueldos, y en Cataluña 55. reales, ò 5. libras 10. sueldos. Conviertanse, pues, en una especie en que no aya quebrados, la qual será sueldos, y serán 64. 77. y 110. Hecho esto, supongase que el Campfor dá una qualquier cantidad de sueldos, de cada moneda, es à saber 10. sueldos, los quales se pondrán encima de los 64. 77. y 110. sueldos en forma de quebrado deste modo  $\frac{1}{6} \frac{0}{4} \frac{1}{7} \frac{0}{7} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{0}{0}$ . ó abreviado  $\frac{1}{1}$ . Sumense estos quebrados, y serán  $\frac{20438}{34208}$ . Digase aora por regla de tres: Si  $\frac{20438}{34208}$ . vienen de 10. sueldos; 10. doblones (reducidos) de quantos sueldos vendrán? Siguiendo la regla, se hallaràn 265. sueldos, que ha de dár de moneda de cada Reyno.

La prueba es reducir los 265. sueldos y  $\frac{2365}{10219}$ . de Cataluña, à moneda de Aragon; y asimismo los mismos sueldos de Valencia, à moneda de Aragon: luego sumarlos con los mismos de Aragon, y han de salir 640. sueldos, que valen los 10. doblones en Aragon. Pero adviértase, que la reduccion, se ha de hacer por lo que vale el do-

doblon en cada Reyno deſtos , ſupueſto que nos hemos valido del doblon , pero ſi ſe hace por la correſpondencia del real de à ocho, ſaldrà diferente , porque en Valencia , y Cataluña el real de à ocho, vale mas al reſpeto que el doblon ; pues que en Cataluña quatro reales de à ocho valen 56. reales , y el doblon 55.

437 Question 19. Un Mercader tiene en la Tabla de Valencia 150. libras, y pide que le dèn de contado tantas libras, que el quinto dellas , hecho ſueldos , ſea tantos ſueldos , como libras quedàren en dicha Tabla ; pideſe quantas libras le daràn de contado ? Tomeſe la quinta parte de 20. ſueldos , que tiene la libra , y es 4. ſueldos à los quales ſe añadirà por regla general 1. y ſeràn 5. Hecho eſto , partanſe las 150. libras por 5. y ſaldràn 30. libras que ſon las que le han de dár.

La prueba es , que ſe tome el quinto de 30. libras , y es 6. libras, las quales reducidas á ſueldos , ſon 120. ſueldos , reſtanſe las 30. libras de las 150. y quedaràn tambien 120. libras en la Tabla.

438 Question 20. Si 39. reales de Valencia , ſon 56. de Barcelona , 14. de Barcelona , ſon 8. de Aragon , y 16. de Aragon; ſon 30. de Caſtilla ; pideſe 100. reales de Caſtilla , quantos ſeràn de Valencia ? Eſta queſtion ſe puede reſolver de dos modos , el primero por regla de tres , diciendo : Si 56. reales de Barcelona , ſon 39. de Valencia ; 14. de Barcelona , quantos ſeràn de Valencia ? Siguiendo la regla , ſaldràn 9. reales y  $\frac{3}{4}$ . los quales ſon tanto como los 8. de Aragon. Digafe otra vez : Si 16. reales de Aragon , ſon 30. de Caſtilla ; 8. de Aragon , quantos ſeràn de Caſtilla ? Siguiendo la regla , ſaldràn 15. reales de Caſtilla , los que ſon tanto como los 9. y  $\frac{3}{4}$ . de Valencia. Ahora digafe por regla de tres : Si 15. reales de Caſtilla , ſon 9. y  $\frac{3}{4}$ . de Valencia ; 100. reales de Caſtilla , quantos ſeràn de Valencia ? Siguiendo la regla , ſalen 65. reales de Valencia , que correſponden á los 100. de Caſtilla.

El ſegundo modo de reſolver la queſtion , es eſcribir los 39. reales de Valencia , y debaxo 1. deſpues eſcribir los 56. de Barcelona , y debaxo los 14. Deſpues los 8. de Aragon , y debaxo los 16. ultimamente los 30. de Caſtilla , y debaxo los 100. como ſe vé en la formula. Hecho eſto , multipliquenſe los numeros unos por otros , ſegun lo ſeñalan las lineas ; eſto

es, 39. 14. 100. y el producto Valencia. Barcelona. Aragon. Caſtilla. 873600. ſerá el dividendo, por. que en el eſtà incluído el numero 100. que tiene annexa la

$$\begin{array}{r} 39 \times 56 \text{ — } 8 \text{ — } 30 \\ 1 \quad 14 \text{ — } 16 \text{ — } 100 \end{array}$$

queſ-



question. Multipliquense asimismo entre sí 1. 56. 8. 30. y el producto 13440. será el partidor : hecha la division , hallarèmos 65. reales como antes.

Adviertase , que quando el mismo numero de moneda de un Reyno se compara con el otro deste modo : Si 39. reales de Valencia , son 56. en Barcelona , y 56. de Barcelona , son 32. en Aragon , y 32. de Aragon , son 60. en Castilla ; 100. de Castilla quantos serán en Valencia ? Basta formar una sola regla de tres, diciendo : Si 60. de Castilla, son 39. en Valencia ; 100. de Castilla, quantos serán en Valencia ? Siguiendo la regla , salen los mismos 65. reales ; porque en este caso, aunque aya muchas razones intermedias ; pero como el mismo conseqüente de una razon , es antecedente en la otra , se sigue que 60. reales de Castilla , son iguales à 39. de Valencia , y así basta la regla de tres propuesta.

### Trueques.

Trueque , es una permuta de una cosa en otra : tres modos distinguen comunmente los Arithmeticos de trueques ; el primero es simple , quando una mercaderia se cambia con otra sin ganancia, ò con ella ; el segundo es compuesto , quando en el trueque se pide parte de dinero de contado ; el tercero es con tiempo , quando la paga no se hace de Presente , sino con algun espacio de tiempo.

49 Question 21. Un Labrador quiere trocar trigo por cevada , el cahiz de trigo vale 70. reales, y el de la cevada 25. preguntase quantos cahices de cevada se daràn por 30. de trigo ? Para responder à esta pregunta , y sus semejantes , lo primero se ha de saber quanto valen los 30. cahices de trigo à 70. reales ; multiplicando 30. por 70. salen 2100. reales por el valor del trigo ; dividanse por 25. reales , que es el valor del cahiz de la cevada , y saldràn 84. que son los cahices de cevada que le han de dar por los 30. de trigo. La prueba es, que tanto han de valer los 84. cahices de cevada à 25. reales , como los 30. cahices de trigo à 70. reales.

40 Question 22. Pedro tiene 40. arrobas de miel , la qual pagandola de contado , vale à 25. sueldos la arroba , pero en trueque la quiere subir à 30. sueldos , preguntase para trocarla por aceyte, que de contado vale à 20. sueldos la arroba , quantas arrobas le daràn, y à como subirà el precio del aceyte en trueque ?

Para la solueion digase por regla de tres : Si 25. sueldos precio de la miel de contado , se suben en trueque à 30. sueldos ; 20. sueldos precio del aceyte de contado , à quanto subiràn en trueque ? Si-  
gui-



siguiendo la regla , hallaremos 24. sueldos , y á tanto vale la arroba del aceyte en trueque , porque ha de subir á proporcion de la miel. Ahora para saber las arrobas que se han de dar de aceyte por los 40. de miel , multipliquense las 40. arrobas de miel por los 30. sueldos en trueque , y son 1200. dividase por los 24. sueldos que vale el aceyte en trueque , y salen 50. arrobas de aceyte , que le han de dar por las 40. de miel.

441 Question 23. Pedro quiere trocar miel por aceyte , la miel vale de contado á 25. sueldos la arroba , y en trueque á 30. el aceyte fuè puesto en trueque á 24. sueldos la arroba , pidefe de contado á quanto valdrá ? Digase por regla de tres : Si 30. sueldos en que la miel fuè puesta en trueque , vienen de 25. sueldos , que valia de contado ; 24. sueldos en que el aceyte fue puesto en trueque , de quantos sueldos vendrán de contado ? Siguiendo la regla , salen 20. sueldos , y á tanto vale la arroba del aceyte de contado.

442 Question 24. Pedro para trocar miel por aceyte , sube la miel 5. sueldos mas la arroba de lo que la vendia de contado , el aceyte de contado vale á 20. sueldos , pero en trueque , sube á 24. pidefe á como se vendia la miel de contado ? Restase el precio del aceyte de contado , y en trueque ; esto es , 20. de 24. y quedan 4. Digase ahora por regla de tres : Si 4. vienen de 20. de quantos vendrán 5. que es lo que se subió la miel en trueque ? Siguiendo la regla , saldrán 25. sueldos , que es el precio de la miel de contado.

443 Question 25. Pedro trueca miel por aceyte , la arroba de la miel , no se sabe quanto vale de contado , pero en trueque vale á 30. sueldos ; la arroba del aceyte vale de contado á 20. sueldos , y en trueque 24. despues de hecho el trueque , halla el que tiene la miel , que gana á razon de 10. por 100. pidefe què vale la arroba de la miel de contado ?

Lo primero se ha de igualar el trueque , como si nó huviera ganancia , diciendo : Si 24. sueldos del valor de la arroba del aceyte en trueque , vienen de 20. sueldos , que es el valor de la arroba de aceyte de contado ; 30. sueldos valor de la arroba de la miel en trueque , de quantos sueldos vendrán , y hallo , que de 25. sueldos. Ahora para saber quanto vale la arroba de la miel aviendo ganancia de 10. por 100. Sumense los 10. con los 100. y digase : 100. vienen de 110. de quantos vendrán los 25. sueldos del precio de la miel de contado ? Siguiendo la regla de tres , salen 27. sueldos y medio , y á tanto precio avia de valer la arroba de la miel de contado para ganar á 10. por 100.

444 Question 26. Pedro tiene 40. arrobas de miel, las quales quiere cambiar por aceyte, pero con tal condicion, que la quarta parte del valor de la miel, le han de dár en dinero de contado, y lo demás en aceyte; la arroba de la miel, vale à 25. sueldos, y la del aceyte à 20. sueldos, pidefe quanto dinero, y aceyte le han de dár?

Multiplizando las 40. arrobas por 25. sueldos, saldràn 1000. sueldos, que es el valor de toda la miel; luego porque la quarta parte se ha de dár en dinero, sacando la quarta parte de los 1000. sueldos, seràn 250. sueldos los que se han de dár de contado, y quedaràn 750. sueldos, los quales partidos por los 20. sueldos que vale la arroba del aceyte, saldràn 37. arrobas y media, y tanto aceyte le han de dár.

445 Question 26. Pedro tiene 40. arrobas de miel, cuya arroba vale à 25. sueldos, y la quiere baratar por aceyte, cuya arroba vale à 20. sueldos, pero quiere los  $\frac{2}{3}$ . en dinero de contado, y aun quiere ganar con su trueque à razon de 10. por 100. preguntase quanto dinero, y aceyte le han de dár?

Multipliquense las 40. arrobas por los 25. sueldos como antes, y saldràn 1000. sueldos por el valor de la miel; dividanse en tres partes, y tomanse las dos por razon de los  $\frac{2}{3}$ . y seràn 666. sueldos, y  $\frac{2}{3}$ . quiere ganar à 10. por 100. digase por regla de tres: Si 100. dàn 110. de ganancia, y principal, qué daràn los 333. sueldos y un tercio? Siguiendo la regla, saldràn 366. sueldos y dos tercios, dividanse por 20. sueldos, que es el precio de la arroba del aceyte, y saldràn 18. arrobas y un tercio, que le han de dár de aceyte.

446 Question 27. Dos quieren trogar sus mercaderias, es à saber miel por aceyte; la arroba de la miel, vale de contado 25. sueldos, y en trueque 30. sueldos; la arroba del aceyte, vale de contado 20. sueldos, y en trueque 24. sueldos; el que dà la miel, quiere esperar 4. meses al que dà el aceyte: preguntase, el dueño del aceyte, quantos meses esperará al de la miel, para que la barata sea justa.

Ordenese una regla de tres, compuesta en esta forma: Si 25. sueldos, que vale la miel, de contado ganan 5. sueldos en trueque (que es lo que ay de 25. hasta 30.) en 4. meses; 20. sueldos que vale el aceyte de conta-

1	25. sueldos.
2	5. sueldos.
3	4. meses.
4	20. sueldos.
5	4. sueldos.
6	meses.

No para ganar 4. sueldos (que ay desde 20. de contado, hasta 24. en trueque) quantos meses serán menester; siguiendo la regla (que es inversa) salen 4. meses, y tanto tiempo ha de aguardar el que dà el aceyte, al de la miel.

447 Question 28. Dos quieren trocar sus mercaderias; el primero dà miel, cuya arroba de contado vale à 25. sueldos, y en trueque à 30. y dà 2. meses de espera; el segundo tiene aceyte, cuya arroba de contado vale 20. sueldos, y dà 3. meses de espera; preguntase à como pondrà el aceyte en trueque, paraque la barata sea justa?

Digase por regla de tres compuesta: Si 25. sueldos en 2. meses ganan 5. sueldos (que es la diferencia del valor de la miel de contado, ò en trueque (20. sueldos del aceyte de contado en 3. meses, quanto ganarán? Siguiendo la regla (que es directa) salen 6. sueldos, los quales añadidos à los 20. sueldos del aceyte de contado, son 26. sueldos, que vale la arroba del aceyte en trueque, dando 3. meses de espera.

448 Question 29. Pedro, y Juan quieren trocar miel, y aceyte: Pedro vende la miel de contado à 25. sueldos la arroba, y en trueque la pone à 30. Juan vende la arroba del aceyte de contado à 20. sueldos, y en trueque la pone à 23. sueldos, preguntase si el trueque es justo, y fino lo es, à quanto se gana, ò pierde por ciento.

Digase por regla de tres: Si 25. sueldos de la miel, suben à 30. los 20. sueldos del aceyte, à quanto subirán; siguiendo la regla, salen 24. sueldos, y à tanto avia de poner Juan en trueque el aceyte: y assi Juan queda defraudado, y Pedro gana. Ahora para saber quanto es por 100. la pérdida del uno, y ganancia del otro, pongase los precios en forma de quebrado, como parece en la formula, multipliquense en cruz, y serán los productos 600. y 575. Digase pues por regla de tres: Si 600. dãn 575. que

darán 100. siguiendo la regla, salen 95. y 5. 6. avos, restados de 100. quedan 4. y un sexto, y esto pierde Juan por 100. Digase otra vez; si 575. dãn 600. que darán 100. Siguiendo la regla, salen 104. sueldos, y 8.

25. avos: De los que restando 100. quedan 4. y  $\frac{8}{13}$  avos, que es lo que gana Pedro por 100. La multiplicacion en cruz, denota la proporcion de los quebrados, ò de los precios de las mercaderias;

$$\begin{array}{r} 575 \quad 600 \\ 25 \quad 20 \\ \hline 30 \quad 23 \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{r} 600 \\ 20 \\ \hline 23 \end{array}$$

rias ; con que aquel ganará , cuyo quebrado fuere menor ; y así que el quebrado de los precios de la miel  $\frac{25}{30}$  . es menor que el de los precios del aceyte  $\frac{20}{25}$  . Supuesto que el numero 575 . es menor que 600 . ( 140 ) ganará Pedro , que trueca la miel , y perderá Juan que trueca el aceyte . La razon desto es , porque haciendo la regla de tres , si 600 . dan 600 . que darán 100 . como los 600 . son mas que 575 . también dará numero mayor que los 100 . con que ay ganancia ; y al contrario .

## GANANCIAS , INTERESES , PENSIONES , Arrendamientos , &c.

449 **Q**uestion 30. Un Mercader comprò cierta mercaderia por 250 . reales , pidefe por quanto la venderà para ganar à 7 . por 100 ? Sumense los 7 . con las 100 . y serán 107 . Aora digase por regla de tres : Si 100 . suben à 107 . à quantos subiràn 250 . reales ; figuiendo la regla , que es directa , salen 267 . reales , y medio , y por tanto precio la ha de vender .

450 **Q**uestion 31. Pedro hace teñir 1000 . varas de vayeta , la qual se entra , y encoje à 3 . por 100 . pidefe quantas varas tendrá despues de teñida ? Restense los 3 . de los 100 . y serán 97 . digase aora por regla de tres : Si 100 . baxan à 97 . à quanto baxaràn las 1000 . varas ? Siguiendo la regla , que es directa , salen 970 . varas , y tantas tendrá despues de teñida .

De fuerte , que para ganar à tanto por 100 . se pone el 100 . en primer termino de la regla de tres ; el segundo termino , es la suma de la ganancia , y de los 100 . y el tercer termino , es la cantidad que ha de ganar . Pero quando se pierde à tanto por 100 . se resta lo que se pierde de los mismos 100 . y se ordena la regla de tres del mismo modo .

451 **Q**uestion 32. Pedro vendió cierta mercaderia por 84 . libras , hallò que ganava à 8 . por 100 . pidefe quanto le costò la dicha mercaderia : Sumese 8 . y 100 . y serán 108 . luego digase por regla de tres : Si 108 . vienen de 100 . de quantos vendrà 84 . Siguiendo la regla , salen 77 . libras y 7 . 9 . avos por el coste de la mercaderia .

452 **Q**uestion 33. Vendiendo la vara del terciopelo por 25 . reales , se halla perder 4 . por 100 . pidefe à quanto costò la vara . Restense 4 . de 100 . y quedan 96 . digase aora : Si 96 . vienen de 100 .  
de

tantos vendrán 25. Siguiendo la regla, salen 26. reales, y 1. 24. y a tanto costò la vara.

453 Question 34. Vendiendo una mercaderia por 1500. reales, se ganan 500. reales, pidefe à quanto se gana por 100. Restense los 500. reales de los 1500. y quedaràn 1000. Ahora digase por regla, de tres; Si 1000. ganan 500. quanto ganarán 100. Siguiendo la regla salen 50. y así digo, que se gana à 50. por 100.

454 Question 35. Un Mercader comprò una pieza de paño, la qual con drechos costò 1500. reales, pagando de drechos à 7. por 100. pidefe quanto costò la pieza? Sumense los 7. y 100. y son 107. Luego digase si 107. vienen de 100. de quantos vendrán 1500. y salen 1401. reales y 93. 107. avos por el precio de dicha pieza.

455 Question 36. Un Mercader comprò cierta mercaderia por tantos reales de tal fuerte, que si diera por ella 50. reales mas de lo que pagò, y la vendiera por 280. reales, hallaria ganar 12. por 100. pidefe quanto costò la dicha mercaderia? Añadanse 12. à 100. y son 112. Digase ahora; si 112. vienen de 100. de quantos vendrán los 280. Siguiendo la regla, salen 250. reales, y quedan 200. reales por el valor verdadero de la mercaderia.

456 Question 37. Si con 80. reales en 4. meses, se gana à razón de 7. por 100. con 60. reales en 10. meses, à quanto se ganará por ciento. Dispongase una regla de tres compuesta, como se vè en el exemplo, y resolviendola, salen 13. reales, y un octavo, y à razón de tanto, ganan por 100. los 60. reales en 10. meses.

457 Question 38. Si vendiendo 3. varas de cinta por 5. reales, se gana el tercio de lo que cuestan, si se vendieran 5. varas por 7. reales, quanto se ganaria por ciento? Saquese el quarto del 5. que es el precio de las 3. varas; y quedaràn 3. reales, y tres quartos por el precio que

1	80. reales.
2	4. meses.
3	7. ganancia.
4	60. reales.
5	10. meses.
6	13. real. y $\frac{1}{8}$ .

costaron. Ahora para ver lo que se gana por 100. he de saber lo que se gana en 5. varas, buscando primero lo que valen por regla de tres: Si 3. varas valen 3. reales, y tres quartos, quanto valdràn las 5. varas? Y hallo 6. reales, y un quarto, los quales restados de los 7. reales de la venda de las 5. varas, quedan tres quartos de real, y tanto se gana en las 5. varas. Digo otra vez: Si en 5. varas se ganan tres quartos de real; en 100. quanto se ganará? Sigo la regla, y hallo que se ganan 15. reales por ciento.

La razón , porque ganando el tercio en las varas se saca el quarto es, porque como en los 5. reales está incluido el coste de las 3. varas , y mas un tercio , el dicho coste está dividiendo en tres partes , y se añade una , y así los 5. reales están divididos en 4. partes , luego quitado la una , quedan las tres por el verdadero valor de las 3. varas.

458 Question 39. Pedro deve à Juan 100. libras , las quales ha de pagar al fin de un año por concierto , pero si las paga de contado, Juan perderà de la paga à razon de 10. por 100. preguntase quanto se dará de contado ? Añadanse los 10. con los 100. y serán 110. Diga aora: Si 110. baxan à 100. à quantos baxarán 100. libras ? Siguiendo la regla , salen 90. libras , 18. sueldos , y 2. dineros y  $\frac{2}{11}$  , y tanto ha de pagar de contado.

459 Question 40. Si vendiendo una mercaderia por 1000. reales , se gana 10. por 100. para ganar à 12. por 100. por quanto se venderà ? sumense los 10. y 12. con los 100. y serán 110. y 112. Diga-se aora por regla de tres : si 110. dan 1000. quantos darán 112. siguiendo la regla salen 1018. reales , y  $\frac{2}{11}$ .

460 Question 41. Si vendiendo una mercaderia por 1060. reales , se halla perder à razon de 4. por 100. por quantos reales se avia de vender para ganar à razon de 4. por 100. Restense los 4. que se pierden de 100. y por otra parte añadanse los quatro que se ganan à los mismos 100. y serán 96. y 104. Digase aora : si 96. dan 1060. reales ; 104. quantos darán , y salen 1148. reales , y  $\frac{1}{3}$  . y à tanto se avia de vender para ganar à 4. por 100.

461 Question 42. Si vendiendo el marco de oro de 22. quilates por 90. libras , se halla ganar à 12. por 100. pidese por quantas libras se ha de vender el marco de oro de 24. quilates para ganar à 10. por 100. ? Añadense los 12. à los 100. y digase : si 112. vienen de 100. de quantos vendrán 90. siguiendo la regla salen 80. libras , y  $\frac{5}{4}$  . por el caudal del marco de 22. quilates. Para saber el valor del marco de 24. quilates digase : si 22. quilates dan 80. libras , y  $\frac{5}{4}$  . quanto darán 24. quilates , resolviendo la question salen 87. libras , y  $\frac{7}{7}$  . que es el valor del marco de 24. quilates. Ultimamente, porque en el se ha de ganar à 10. por 100. digase ; si 100. dan 110. que darán 87. y  $\frac{7}{7}$  . siguiendo la regla salen 96. libras , y  $\frac{4}{7}$  . y por tanto se ha de vender el marco de oro de 24. quilates para ganar à 10. por 100.

462 Question 43. Vendiendo 2. arrobas de azucar por 60. reales , se pierde à 8. por 100. si se vendieran 3. arrobas por 150. reales



¿quántos se perderia, ò ganaria por 100. Restando los 8. de los 100. quedan 92. Digase aora: Si 92. vienen de 100. los 60. reales de quanto vendrán? Siguiendo la regla, salen 65. reales y 5. 23. avos, que es el valor de las 2. arrovas de azucar, sin pérdida, cuya mitad 32. reales y 14. 23. avos, es el valor de una arroba, el qual multiplicado por las 3. arrobas, salen 97. reales y 19. 23. avos por el valor justo de las 3. arrobas sin ganancia, ni pérdida: pero porque se venden por 150. reales avrá de ganancia 52. reales y 4. 23. avos: Y dividiendo por regla de tres: Si 150. reales ganan 52. reales y 4. 23. avos, quanto ganarán 100.? Siguiendo la regla, salen 34. reales y un tercio, y à tanto se gana por 100.

463 De otro modo mas facil se puede resolver la misma question. Restados los 8. de la pérdida de 100. quedan 92. Digase aora por regla de tres compuesta, 2. 60. 92. 3. 150. la qual es inversa en el primero, y quarto termino; y resolviendola, salen 153. reales y un tercio. Y pues este termino hallado, es mayor que 100. avrá ganancia: restase, pues, 100. y quedarán 53. reales y un tercio, por lo que se gana por ciento; si fuera menor, avría pérdida; y entonces, restando el dicho termino de 100. la resta seria la pérdida por 100.

464 Question 44. Pedro prestò à Juan 1500. reales por 4. meses, à razon de 5. por 100. preguntase quanto sube el interès? Digase: Si 100. en 12. meses (que es un año) ganan 5. los 1500. reales, en 4. meses quanto ganarán? Siguiendo la regla, salen 25. reales.

465 Question 45. Pedro ha de cobrar 22. libras dentro de 2. meses, y por aver menester dinero de presente busca quien le compre la paga, y halla quien le dè 20. libras de contado, dexandose perder las 2. libras, preguntase à quanto pierde por 100.? Digase por regla de tres: Si 20. libras en 2. meses hacen 2. libras de interès, 100. libras en 12. meses, que es un año, quanto interès haràn? Siguiendo la regla, salen 60. y à tanto pierde por 100. y por configuiente quien dà el dinero, gana à 60. por ciento.

466 Cuydado en la conciencia quien hace estos tratos, porque aunque à la primera vista no parece ganar mucho 2. libras en 20. pero atendiendo, que no son 100. libras, sino 20. ni es un año el tiempo del empleo, sino 2. meses, sale una ganancia exorbitantissima, como es à 60. por 100.

467 Question 46. Pedro prestò à Juan 1500. reales por cierto tiempo, ganando à 5. por 100. al fin del tiempo le buelve 1525. reales, pidefe por quanto tiempo fue el mutuo? Digase por regla de tres: Si 100. ganan 5. en 12. meses, para que 1500. ganen 25. que



es la diferencia de 1500. à 1525. quantos meses serán menester? Siguiendo la regla, que es inversa en el primero, y quarto termino, salen 4. meses, y por tanto tiempo durò el mutuo.

1	100. caudal.
2	5. ganancia.
3	12. meses.
4	1500. caudal.
5	25. ganancia.
6	4. meses.

468 Question 47. Pedro dexò à Juan 360. reales por tiempo de 10. años à razon de 10. por 100. fin contar interès de interès, pidefe quantos reales le ha de bolver al fin de los 10. años? Digase primeramente por regla de tres: Si 100. en un año ganan 10. los mismos 100. en 10. años, quanto ganarán? Siguiendo la regla, salen 100. los quales, sumados con los 100. del caudal, son 200. Ahora digase otra vez: Si 100. suben à 200. à quantos subirán los 360. reales? Siguiendo la regla, salen 720. reales, y tantos le ha de bolver.

469 Question 48. Juan ha de pagar à Pedro 720. reales dentro de 10. años; pero si paga de contado, le quitarà à razon de 10. por 100. pidefe quantos reales pagará de presente? Vcase lo que ganan 100. en 10. años por la question antecedente, y se hallarán 100. los quales juntos con los 100. primeros, son 200. Digase ahora por regla de tres: Si 200. baxan à 100. los 720. reales à quantos baxarán? Réfolviendo la question, salen 360. reales, y tantos ha de dar de contado. Todo esto se entiende sin interès de interès.

470 Question 49. Si 200. reales en 8. meses ganan 16. reales, 150. reales en 8. meses quanto ganarán? Aunque esta question es de cinco numeros; pero como los dos son iguales, que son los 8. meses, se deven quitar (404), y quedará de tres numeros así: Si 200. reales ganan 16. quanto ganarán 150.? Y salen 12. reales de ganancia.

471 Question 50. Pedro prestò 4000. reales à Juan por tiempo de 3. años, despues quando los bolvió Pedro no quiso recibir interès, sino que pidió à Juan que le prestára 7480. reales: pidefe quanto tiempo los ha de retener Pedro para satisfacerse por el interès de los 4000. reales en 3. años? Digase por regla de tres: Si 4000. reales ganan cierto interès en 3. años, 7480. reales, para ganar la misma cantidad, quanto tiempo será menester? La qual es inversa, porque creciendo el numero de los reales en la segunda parte, ha de menguar el tiempo: resolviendola, pues, salen 1. año 7. meses 7. dias y  $\frac{101}{187}$ .

472 Question 51. Un Mercader deve 450. reales, los quales ha de

de pagar dentro de un año en tres pagas, iguales en el tiempo, y en la cantidad; pero si los paga de contado, le quitarán à razón de 10. por 100. preguntase, quantos reales pagará de contado? Divídanse los 450. reales de la deuda, y los 12. meses que tiene el año en tres partes iguales por las tres pagas, y avrá de pagar 150. reales al fin de 4. meses por la primera paga; mas 150. reales, despues de otros 4. meses, ó al fin de 8. meses, contando desde que contraxo la deuda por la segunda paga: ultimamente 150. reales al fin de 12. meses, desde el dia de la deuda por la tereera paga.

Hecho esto, vease que ganan los 150. reales en 4. 8. y 12. meses à razón de 10. por 100. diciendo: Si 100. en 12. meses, que es un año, ganan 10. quanto ganarán 150. reales en 4. meses? Salen 5. reales. Otra vez: Si 100. en 12. meses ganan 10. quanto ganarán 150. en 8. meses? Salen 10. Otra vez: Si 100. en 12. meses ganan 10. quanto ganarán 150. en 12. meses? Salen 15. reales: Sumense los 5. 10. y 15. reales de las ganancias, y son 30. reales por la ganancia de los 450. reales pagados en tres pagas.

Ahora vease los 450. reales en quanto tiempo ganarán los 30. reales à razón de 10. por 100. diciendo: Si 100. ganan 10. en 12. meses; 450. para ganar 30. quanto tiempo avrán menester? Esta question tiene inversion en el primero, y quarto termino; y resuelta, salen 8. meses, y en tanto tiempo los 450. reales ganarán 30.

Estos mismos meses (siendo las pagas iguales) se pueden conocer por otro modo mucho mas facil, y es, juntar los meses de las pagas; esto es, 4. 8. y 12. y son 24. los quales se partirán por el numero de las pagas, que son 3. y saldrán 8. meses; y al fin de tanto tiempo avria de pagar los 450. reales en una paga.

Conociolos, pues, los 8. meses por qualquiera de los dos modos, vease 100. reales en 8. meses à 10. por 100. que ganarán, diciendo: Si 12. meses, que es un año, ganan 10. los 8. meses, quanto ganarán? Y salen 6. reales y  $\frac{2}{3}$ , que sumados con 100. son 106. y  $\frac{2}{3}$ . Digase ahora: Si 106. y  $\frac{2}{3}$  baxan à 100. los 450. reales à quanto baxarán? Siguiendo la regla, salen 421. reales y  $\frac{7}{8}$ , y con tantos pagará de presente.

473 Question 52. Pedro arrienda unos diezmos por 360. doblones cada año, por tiempo de 5. años; pero si los paga todos de contado, ó al presente, le quitarán à razón de 10. por 100. al año: pidefe quantos doblones pagará de contado? Para saber en quanto tiempo devia pagar toda la cantidad junta, contando à 10. por 100. de interés, ó ganancia, se hará por reglas de tres, ó por el otro modo,

do, que enseñamos en la question antecedente, del qual usaremos ahora por ser mas facil.

Sumense, pues, los años en que consisten las pagas; esto es, 1. 2. 3. 4. 5. y son 15. años, los quales se partirán por 5. que es el numero de las pagas, ó años, y salen al quociente 3. años; pues al fin de 3. años devia pagar toda la cantidad del arrendamiento, que son 1800. doblones, es à saber, la suma de las 5. pagas, sin perjuicio de ninguno.

Esto supuesto, vease quanto ganan 100. en 3. años, à razon de 10. por 100. diciendo por regla de tres: Si en un año se ganan 10. en 3. quanto se ganará? Y salen 30. doblones, los quales juntos con los 100. hacen 130. Digase ahora: Si 130. se baxan à 100. los 1800. doblones, à quanto baxarán? Siguiendo la regla, salen 1384. doblones y 8. 13. avos, y en tanto pagará de contado.

474 Question 53. Pedro vendió cierta mercaderia por 10000. reales à pagar en quatro pagas; es à saber, 1000. reales dentro de un año, 2000. reales al fin de 2. años, 3000. reales dentro de 3. años, y 4000. reales al fin de 4. años; però pagando de contado, le quitarà à razon de 10. por 100. al año: pídesse en quantos reales pagará de presente?

Por ser estas pagas desiguales, multipliquese cada paga por su tiempo; esto es, la primera, por 1. año; la segunda, por 2. la tercera, por 3. &c. y saldrán 1000. 4000. 9000. y 16000. cuya suma 30000. partida por toda la deuda 10000. dará 3. años, y al fin de tanto tiempo avia de pagar los 10000. reales en una paga, para equilibrar el tiempo. Vease ahora quanto ganan 100. en 3. años à razon de 10. por 100. y se hallarán 30. que juntas con los 100. son 130. Digase ahora: Si 130. dan 100. que darán 10000. reales? Y salen 7692. reales y 4. 13. avos, y tanto ha de dar de contado.

475 Question 54. Pedro prestó à Juan 1000. reales por tiempo de 4. años, à razon de 10. por 100. al año de interès; però con pacto, que el interès gane como el mismo principal; preguntase, quantos reales bolverà? Estas questions de interès de interès, se pueden resolver de dos modos. Sea el primero, sumar la ganancia con el caudal, y continuar la regla de tres por todos los años que corre el interès, así:

: Año primero: Si 100. dan 10. luego 1000. darán 100. que sumados con el caudal, son 1100. Año segundo: Si 100. dan 10. luego 1100. darán 110. los quales sumados con los 1100. son 1210. Año tercero: Si 100. dan 10. luego 120. darán 1211. que sumados con los 1211. son 1331. Año

quar-

quarto : Si 100. dan 10. luego 1331. darán 133. y  $\frac{1}{10}$ . los quales sumados con los 1331. son 1464. y  $\frac{1}{10}$ . y tanto ha de bolver al fin de los quatro años.

De otro modo, se puede hacer mas facilmente. Escrívase el caudal, é interés de un año, tantas veces como son los años, y multiplicando unos numeros por otros, saldrán el numero dividendó : Escrívase por otra parte el caudal solo una vez menos que el numero de los años, y hecha la multiplicacion de unos numeros por otros, saldrá el divisor : Divídase un numero por otro, y el quociente dará el numero buscado.

Como en el exemplo, la suma del caudal, é interés de un año, es 1100. la qual se ha de escrír vir quatro veces por otros tantos años que dura la ganancia, como se ve en la formu-

la ; multiplicando continuamente unos numeros por otros, salen

1100.	1100.	1100.	1100.
1100.	1000.	1000.	

1464.100000000. Escrívase el caudal 1000. tres veces : esto es, una vez menos que los años de la ganancia ; y multiplicando un numero por otro continuamente, salen 1000000000. Divídase aquel producto por este, y saldrán los mismos 1464. reales  $\frac{1}{10}$ .

476. Question 55. Pedro deve à Juan 1000. reales, y no pudiéndolos pagar, le configna 300. reales cada año de una renta que tiene ; preguntase en quanto tiempo estará pagada la deuda, pagándole, como queda dicho cada año 300. reales, en los quales se ha de comprehender todo el interés que le pertenciere, à razon de 10. por 100. ? Vease lo que importa el interés de los 100. reales, à razon de 10. por 100. en un año, diciendo : Si 100. ganan 10. luego 1000. ganarán 100. restense estos 100. de interés de los 300. reales que paga cada año, y quedarán 200. que avrá pagado del capital ; y así, se han de restar de los 1000. y quedarán 800. reales.

Año 2. digase : Si 100. ganan 10. luego 800. ganarán 80. de interés, restense de los 300. y quedan 220. que avrá pagado del capital ; y así, estos 220. se han de restar de 800. y quedarán 580.

Año 3. Si 100. ganan 10. luego 580. ganarán 58. de interés, restados de los 300. quedan 242. que avrá pagado de la fuerte principal à mas de interés, y por esso restense de 580. y quedarán 338.

Año 4. Si 100. ganan 10. luego 338. ganarán 33. y  $\frac{4}{5}$ . de in-

terés, los quales, restados de los 300. quedan 266. y  $\frac{1}{2}$ . que quitados de 338. restan 71. reales y 4. quintos por capital. Y porque es mucho mayor la paga del un año de 300. reales, que los 71. y 4. quintos, que sobran por la suerte principal, es manifesto, que este año ultimo, no se podrán cobrar todos los 300. reales, fino los 71. y 4. quintos, y lo que les corresponden de interés en un año; porque se supone, que al fin del año, se hace la paga. Diga se, pues: Si 100. ganan 10. luego 71. y 4. quintos ganarán 7. reales y 9. avos, los quales juntos con los 71. y 4. quintos, son 78. y 49. 50. avos, y tanto ha de cobrar Pedro de los 300. reales de la paga del año quinto. Con que la deuda estará pagada en 4. años, y mas 78. reales y 49. 50. avos del año quinto.

477 Question 56. Pedro quiere fundar un Beneficio, y no hallándose en bastante dinero, hace donacion à la Parroquia de 100. doblones, para que el principal, y las pensiones se carguen à censo de 5. por 100. continuamente hasta que hagan la cantidad de 150. doblones; preguntase quantos años han de pasar, suponiendo, que no aya omision en los cargamientos?

Por muchos modos se puede resolver esta question, sea el primero por la regla de tres. Sumense los 5. con los 100. y serán 105. y vaya se discurrendo por los años, como en la question 54. hasta encontrar con el numero que se busca, deste modo.

Año 1. completo: Si 100. dán 105. luego 100. doblones darán 105.

Año 2. Si 100. dán 105. luego 105. darán 110. y un quarto.

Año 3. Si 100. dán 105. luego 110. y un quarto, darán 115. y 61. 80. avos.

Año 4. Si 100. dán 105. luego 115. y 61. 80. avos, darán 121. y 881. 1600. avos.

Año 5. Si 100. dán 105. luego 121. y 881. 1600. avos, darán 127. y 20101. 32000. avos.

Año 6. Si 100. dán 105. luego 127. y 20101. 32000. avos, darán 134. y 6121. 640000. avos.

Año 7. Si 100. dán 105. luego el numero del año antecedente dará 140. doblones y 9088541. 12800000. avos.

Año 8. Si 100. dán 105. luego el numero del año antecedente dará 147. doblones y 190859361. 256000000. avos.

Ahora ya no se puede continuar la regla otro año; porque la cantidad, que ha sido en este ultimo año, está muy cerca de los 150. doblones, que se han de hacer de propiedad; de suerte, que falta

menos que la pensión de un año ; y así solo se han de buscar los meses que faltan , para que las pensiones hagan los dichos 150. doblones. Restese , pues la ultima cantidad 147. doblones , y el quebrado sobre escrito de los 150. doblones ; y quedarán 2. doblones y 55140639. 256000000. avos. Digase aora por regla de tres compuesta : Si 100. ganan 5. en 12. meses ( que es un año ) : luego 147. doblones y 190859361. 256000000. avos para ganar 2. doblones y 55140639. 256000000. avos , quantos meses avrán menester ? Siguiendo la regla , que es inversa en el primero , y quarto termino , salen 3. meses , y 25045179277. 37822859361. avos. Y así , en 8. años , 3. meses , y el inmediato quebrado de mes , los 100. doblones avrán subido á 150.

De otro modo se puede resolver la misma question. Escrívase el numero 105. ( que es el capital , è interès de un año ) y el numero 100. ( que es el capital ) muchas veces , como se vé en la formula. Multipliquese

el numero 105. por sí mismo algunas veces , v. g. siete; esto es , mul-

105.	105.	105.	105.	105.	105.	105.	105.
100.	100.	100.	100.	100.	100.	100.	100.

tipliquense 105. por 105. y el producto otra vez por 105. y este producto otra vez por 105. hasta siete veces , y el producto se guardará. Multipliquense aora el numero 100. seis veces por sí mismo ( siempre se ha de multiplicar una vez menos , como se dixo en la question 54.) y partiendo el producto guardado por este , vendrá al quociente un numero mucho menor que 150. que es señal de aver pocas multiplicaciones : pues multipliquese cada producto una vez mas , que serán ocho veces en el uno , y siete en el otro ; y hecha la particion , saldrán los mismos 147. doblones , y el mismo quebrado. En lo demás obrese como en el parrafo antecedente ; con que en 8. años , ( porque ay ocho multiplicaciones ) 3. meses , y el quebrado , los 100. doblones avrán subido á 150.

De suerte que esta regla , es la misma , que la que dimos en la question 54. solo con la diferencia , que allí estaban conocidos los años , y por configuiente se sabia el numero de las multiplicaciones ; pero aqui se buscan los años , haciendo diferentes multiplicaciones , hasta que partiendo el producto del numero 105. por el producto del 100. venga un numero proximo menor á 150. que se busca ; y tantos años avrán pasado , quantas multiplicaciones huviere del 105. por sí mismo.



De otro modo. Porque los 5. que se ganan de pensión por 100. son la vigesima parte de los mismos 100. Saquese la vigesima parte de los 100. doblones, que es dividirles por 20. y será 5. añadase à los 100. y serán 105. los doblones del primer año. Otra vez, divídanse los 105. por 20. y el quociente 5. y un quarto, añadase à los 105. y serán 110. y un quarto los doblones del año segundo. Otra vez, saquese la vigesima parte de 110. y un quarto, y será 5. y 41. 80. avos, añadase à los 110. y un quarto, y serán 115. y 61. 80. avos los doblones del año tercero; y así, se proseguirá hasta hallar un numero proximo menor à los 150. doblones, como se ha hecho antes.

Hasta aqui hemos procedido en buscar los años, suponiendo, que no aya auido intermision en cargar las pensiones, ò reditos; pero si la ha auido, se hará cuenta de lo que gana el principal en todo aquel tiempo, y despues de lo que gana la pensión, y principal. Y para declararme mejor, supongo, que cada pensión ha tardado medio año de cargar, que es el tiempo que en Valencia se dà à los Curadores, y tambien supongo, que se dà en este caso para cargar los reditos; de suerte, que juridicamente se les admite medio año, sin cargar las pensiones.

Año 1. En este año la pensión de los 100. doblones, se ha de contar por medio año, porque se entregan para cargar, y se ha de dar medio año de vacío, pero si al principio del año estuviera hecho el cargamiento, se avria de contar la pensión por un año; pues siguiendo la regla de tres: Si 100. en un año, ganan 5. luego 100. doblones en un año, ganarán 5. cuya mitad 2. y medio, es lo que han rentado los 100. doblones este primer año, dando medio año de vacío como està dicho; los quales 2. doblones y medio, se han de cargar en el segundo año, dando tambien el dicho medio año de vacío.

Año 2. En este año los 100. doblones cargados; ganan 5. doblones por todo el año entero, y à mas deste, se ha de ver los 2. doblones y medio quanto ganarán en medio, que siguiendo la regla de tres, es un cétavo de doblon, con que al fin del segundo año, se hallan de pensión 5. doblones por los 100. doblones, y un octavo de doblon por los 2. doblones y medio que se cargaron, los quales sumados, hacen 5. doblones y un cétavo, y esto es lo que se ha de cargar el año tercero; y hasta aora ay cargados 100. doblones por una parte del primer año, y 2. doblones y medio del año segundo, que juntos son 102. doblones y medio.



Año 3. Los 102. doblones y medio que están ya cargados, hacen doblones, y un octavo de pensión por todo el año, porque están ya cargados; mas los 5. doblones, y un octavo que se han de cargar este año; hacen 41. 320. avos de doblon de pensión por medio año; con que al fin deste tercer año, se hallan de pensiones 5. doblones, y un octavo, y mas 41. 320. avos, que sumadas hacen 5. doblones y 81. 320. avos, que se han de cargar el año siguiente, y hasta ahora ay cargados 102. doblones y medio de los años antecedentes, y 5. doblones y un octavo, que se cargaron este año, que todas hacen la suma de 107. doblones, y cinco octavos.

Año 4. Los 107. doblones, y cinco octavos, que están ya cargados, hacen 7. doblones y 61. 160. avos por todo el año. Mas los 5. doblones y 81. 320. avos por medio año, hacen 1701. 12800. avos de doblon: con que al fin deste año, se hallan este quebrado antecedente de doblon, y mas 7. doblones y 61. 160. avos, y deste modo se irá prosiguiendo en los otros años, hasta igualar proximately con los 150. doblones.

478 Question 57. Pedro cargò 200. libras 10. sueldos y 6. dineros à razon de 5. por 100. preguntase en 5. meses y 8. dias, quanta pensión haràn? Para evitar la molestia de los numeros denominados, se pueden reducir todos à la minima especie, y ordenar la regla de tres así: Si 24000. dineros (que son las 100. libras) en 365. dias (que es un año) ganan 1200. dineros (que son las 5. libras) 48126. dineros (que son las 200. libras 10. sueldos y 6. dineros) en 158. dias (que son los 5. meses, y 8. dias) quanto ganarán? Siguiendo la regla, que es directa, salen 1041. dineros y 1152. 1825. avos, que son 4. libras 6. sueldos 9. dineros, y mas el sobredicho quebrado.

1	24000 dineros.
2	365 dias.
3	1200 dineros.
4	48126 dineros.
5	158 dias.
6	dineros.

1	Junio 30 dias.
2	Julio 31 dias.
3	Agosto 31 dias.
4	Setiemb. 30 dias.
5	Octubre 31 dias.
	8 dias.

161 dias.

Adviertase, que los meses de ordinario se cuentan por 30. dias cada uno, pero si alguno quiere proceder con todo rigor, puede contar los meses que tienen 31. dias, escribiendolos desde que comienza el censo; como si el censo se cargò al principio de Junio, escriba Junio, y al

lado 30. dias, despues Julio, y al lado 31. dia, despues Agosto, y al lado 31. &c. y despues los 8. dias como parece en la formula: pues la suma de todo, serán los dias que corriò el censo.

Adviertase tambien, que basta reducir los terminos homogeneos à una misma especie; pero si ay algun termino, que su homogeneo no es numero denominado, no necesita de la reduccion: y assi porque el termino quarto, y quinto, son numeros denominados, se han de reducir à la ultima especie, y tambien sus homogeneos primero, y segundo, se reduciràn à la misma especie; pero porque el termino tercero no es numero denominado, y el sexto, que es el que falta, no ay necesidad para que sea numero denominado, se podrá dexar el tercer termino sin hacer reduccion, y entonces saldrà el sexto termino sin reduccion de la misma especie que el tercero: y assi será la regla de tres: Si 24000. dineros en 365. dias, ganan 5. libras 48126. dineros en 158. dias, ganarán 4. libras y 148977. 4. 8000. avos, que son 6. sueldos 9. dineros y 1152. 1825. avos, que es lo mismo que antes.

479 Question 58. Pedro cargò à censo 1250. libras à 16. dineros por libra; preguntase quanto hacen cada año de pension; Diga-se: Si una libra dà 16. dineros de pension en un año, 1250. libras, quanta pension harán? Siguiendo la regla, hacen 20000. dineros, que son 83. libras 6. sueldos y 8. dineros.

De aqui se infiere otro modo mas facil, que es multiplicar las 1250. libras por 16. dineros, ò por 1. sueldo y 4. dineros, lo qual solo es añadir su tercera parte, esto es, saquese el tercio de 1250. que es 416. y añadido à los 1250. son 1666. sueldos y dos tercios, esto es 83. libras 6. sueldos y 8. dineros. La razon desto es, porque en la regla de tres antecedente, se multiplican las 1250. libras por 16. y el producto se parte por 1. con que queda el mismo producto. Luego no es menester ordenar regla de tres: y como el multiplicar 1250. libras por 16. dineros, ò por 1. sueldo y 4. dineros, es multiplicar por 1. que no aumenta la multiplicacion, y despues añadir el tercio, porque 4. dineros, son el tercio de un sueldo, por esso basta añadir el dicho tercio, y serán sueldos.

480 Question 59. Pedro quiere hacer 40. libras de renta, y halla quien tome un censo à razon de 16. dineros por libra; preguntase quantas libras cargará? Conviertanse las 40. libras en dineros, y son 9600. dineros, dividanse por 16. y el quociente 600. serán las libras, que ha de cargar.

481 Question 60. Pedro cargò 1000. libras à 15. dineros por li-

libra, y quiere saber en quanto tiempo las pensiones importarán las mismas 1000. libras. Busquese quanto hacen de pension las 1000. libras en un año à 15. dineros por libra, (479) y se hallarán 1250. sueldos, dividanse las 1000. libras por los 1250. sueldos, y se hallarán 16. años, y en tanto tiempo las pensiones importarán las 1000. libras: porque si se multiplican los 16. años por la pension de un año, se producen las mismas 1000. libras.

482 Question 61. Un Mercader compra en Valencia 3. cargas 2. quintales y 1. arroba de almendras por 30. libras la carga, y por aver algunas cortezas, le quitan à razon de 5. por 100. de tara, preguntase quanto vale limpio? Primeramente se ha de quitar la tara, reduciendo las cargas, quitaes à arrobas, que es la minima especie, y serán 45. arrobas (76) suponiendo que la arroba es de 30. libras. Y porque hacen de taras à 5. por 100. juntense los 5. con los 100. y digase: Si 105. vienen de 100. de quantos vendrán 45. arrobas? Siguiendo la regla, salen 42. arrobas y seis septimos de arroba limpias.

Aora para saber lo que valen, digase por regla de tres: Si 12. arrobas, que es una carga, valen 30. libras, 42. arrobas y seis septimos, quanto valdrán? Siguiendo la regla, salen 106. libras 6. sueldos 2. dineros, que es el valor de la mercaderia en limpio.

*Questiones miscelaneas.*

483 Question 62. Pedro comprò dos tercios de onza de canela, por cinco sextos de real, quiere saber al mismo respeto, que valdrán tres quartos de onza de la misma canela? Diga por regla de tres: Si dos tercios valen cinco sextos, los tres quartos, que valdrán? Multiplicando los tres quartos por los cinco sextos, salen 15. 24. avos, y partiendo este producto por los dos tercios, hallará 45. 48. avos de real, por el valor de los tres quartos de onza.

De otro modo se puede resolver esta question, y sus semejantes, cuyos terminos fueren quebrados, ò enteros, y quebrados, con tal, que los enteros se reduzgan à sus quebrados. Escribanse segun el orden de la regla de tres; esto es, el pri-

mer termino en el lugar primero, el segundo en el segundo lugar, &c. Y multiplicando segun lo señalan las lineas; esto es, el 3. por el 5. y el producto 15.

por el otro 3. saldrá el numerador 45. multiplicando tambien el 2. por el 6. y el producto por el 4. saldrá el denominador 48. con que los tres

$$\begin{array}{r} 2 \qquad 5 \text{---} 3 \qquad 45 \\ \text{---} \times \text{---} \qquad \text{---} \qquad \text{---} \\ 3 \qquad 6 \text{---} 4 \qquad 48 \end{array}$$

quar-

quartos de onza, valdrán 45. 48. avos de real.

La razon desto es manifesta, porque resolviendo la regla de tres, se multiplican los tres quartos por los cinco sextos, que es multiplicar numerador por numerador, y denominador por denominador, y el producto 15. 24. avos, se parte por los dos tercios, que es multiplicar el numerador 15. por el denominador 3. y el denominador 24. por el numerador 2. que es lo mismo que hemos hecho.

Quando la regla de tres en quebrados es inverfa, se obra como aqui está figurado. Si para ganar 2. reales y tres quartos, son menester dos quintos de dia, para ganar 6. reales y medio, quanto tiempo será menester? Reducidos los enteros à sus quebrados, escribanse los terminos conforme el orden de la regla de tres, multiplicando los numeros segun lo señalan las lineas, saldrán 44. 260. avos de dia, que es una hora y 28. minutos. La razon es la misma.

484 Question 63. Si cinco septimos de libra, valen dos tercios de real, tres quartos de onza, que valdrán? Conviertanse los cinco septimos de libra en quebrado de onza, multiplicando el numerador 5. por las 12. onzas que tiene la libra, y serán 60. septimos de onza. Ahora obrese del mismo modo, multiplicando segun las lineas, y saldrán 42. 720. avos de real.

485 Question 64. Un Platero puso en el crisol 30. onzas de oro de 20. quilates, y despues hallò solas 28. onzas, pidefe de quantos quilates son? Digase: Si 28. onzas son 30. los 20. quilates, quantos serán? Siguiendo la regla, saldrán 21. quilate y tres septimos.

486 Question 65. En un Presidio ay biscocho para 3. meses, dando cada dia 24. onzas à cada Soldado, si ha de durar 4. meses, quantas onzas se darán? Digase por regla de tres: Si 3. meses dan 24. onzas, 4. meses, quantas darán? Siguiendo la regla inverfa, salen 18. onzas.

487 Question 66. Si 6. hombres en 15. dias han menester 3. barchillas de trigo, y si 8. niños en 20. dias han menester 4. barchillas, preguntase si estuvieran todos juntos, en quanto tiempo consumirían 18. barchillas del mismo trigo? Vease quanto trigo han menester los 8. niños en los 15. dias de los hombres, diciendo: Si

En 20. dias consumen los niños 4. barchillas de trigo ; luego en 15. dias consumirá 3. las quales juntas con las 3. barchillas que han menester los hombres , son 6. Ahora digase : Si 6. barchillas se consumen en 15. dias , 18. barchillas en quantos dias se consumirán ? Siguiendo la regla salen 45. dias , y en tanto tiempo consumirán los 18. barchillas , comiendo todos juntos.

488 Question 67. Pedro comprò una pieza de lienzo por cierta cantidad , la qual vendió por 200. reales , dando 3. varas por 8. reales , y ganando el tercio de su caudal ; preguntase quantas varas tirava la pieza , y à quanto costava cada una ? Digase. : Si 8. reales vienen de 3. varas , 200. reales de quantas vendrán ? Siguiendo la regla salen 75. varas , que tirava la dicha pieza. Ahora para saber lo que costò cada vara , quítese el quarto de los 200. reales , ( porque gana el tercio se quita el quarto : si ganára el quinto , se quitaría el sexto ; y siempre el denominador de lo que se quita , tiene 1. mas que el denominador de lo que gana ) y quedarán 150. los quales divididos por las 75. varas que tira la pieza , dan 2. reales , y tanto costò cada vara.

489 Question 68. Pedro tiene un vaso , en el qual caben 100. libras de aceyte , y le quiere ll nar de miel ; pregunta quantas libras cabrán ? Porque la proporcion del aceyte à la miel es como 108. à 180. como consta de los Proemiales , diga por regla de tres : Si 108. son 180. luego 100. libras de aceyte serán 166. libras y dos tercios ; y con tantas libras de miel se llenará el dicho vaso.

Lo mismo es , si tiene una bala de hierro , que pesa 6. libras , y quiere saber otra del mismo tamaño de cobre quanto pesará. Diga : Si 945. que es el hierro , dan 1065. que es el cobre ; luego las 6. libras de hierro darán 6. libras y 16. 21. avos de cobre.

490 Question 69. Pedro tiene 80. arrobas de aceyte , y otras tantas de vino , las 80. arrobas de aceyte caben en 10. vasos iguales , preguntase las 80. arrobas de vino en quantos vasos tambien iguales cabrán ?

Esta question es inversa de la antecedente ; porque en aquella se buscava el peso de dos especies , conocida su magnitud ; y en esta , conocido el peso , se busca la magnitud. La proporcion , pues , del aceyte al vino , es como 108. à 118. y un octavo , como consta de los Proemiales ( siendo la misma magnitud ) , y pues ahora se busca esta , ( siendo el peso uno mismo ) será la razon reciproca como 118. y un octavo , à 108. Digase , pues : Si 118. y un octavo , dan 108. O. para quitar quebrados : Si 945. dan 864. Luego 10. vasos darán 9. vasos ,

y un septimo; y en tantos vasos iguales à los del aceyte, cabrán 80. arrobas de vino.

Lo mismo es, si tiene una bala de plomo que pesa 10. libras, y quiere saber 10. libras de cera, hechas una bala, que tamaño tienen? Diga por regla de tres: Si 112. y medio de cera, dan 1361. y un quarto de plomo. Luego 10. libras de plomo darán 121. y la razón de 10. à 121. tendrá el tamaño de la bala de plomo à la de cera: con que partiendo 121. por 10. saldrán 12. y un decimo, y tantas veces será mayor la bala de cera, que la de plomo. Esto se entiende en la solidéz, pero no en el diametro.

491 Y así, si quiere saber el diametro, se podrá valer de esta Tabla, sacada tambien de Merfeno, y ajustada à la que dimos en los Proemiales, entre tanto que no tratamos de la raíz cubica.

Oro	100	Marmol	168
Azogue	111	Piedra comun	192
Plomo	118	Cristal	200
Plata	124	Azufre	202
Cobre	128	Miel	225
Laton	130	Agua	265
Hierro	133	Vino	267
Estaño comun	136	Cera	271
Estaño puro	137	Aceyte	276
Piedra Imán	156	Harina	347

Como si tiene una bala de cobre que pesa 18. onzas, y quiere saber otra bola de plata de 18. onzas que diametro tendrá, mida primero con un compàs de puntas bueltas el diametro de la bala de cobre, y dividiendole en las partes iguales que quisiere, ò tomándolas de un pitipiè, supongo que sean 10. Diga agora: Si 128. que es el cobre, dan 124. que es la plata: luego 10. partes del diametro de la bala de cobre darán 9. partes y 11. 16. avos, por el diametro de la bala de plata.

492 Question 70. Un Artifice quiere hacer una bala de plomo, que tenga un palmo Valenciano de diametro: pregunta quantas libras de plomo pesará? Para resolver facilmente esta question, se ha de suponer, que segun concuerdan todos los Artilleros, el diametro de una bala de hierro colado de una libra Valenciana de peso, es la quinta parte del palmo Valenciano: y por configuiente, el diametro de una bala de hierro de 8. libras, es dos quintos del mismo palmo, el



de una bala de 27. libras , es tres quintos ; el de 64. libras , es quatro quintos ; y el diametro de una bala de 125. libras , es un palmo Valenciano. Y con estas medidas tienen hechos los calibres los sobredichos Artilleros de Valencia , aunque es verdad , que no he tenido ocasion de comprobar estas medidas ; pero passen aora.

Esto supuesto , digase por regla de tres : Si 945. onzas de hierro , dan 1361. y un quarto de plomo : luego 125. libras , que pesa la bala de hierro de un palmo , daràn 180. libras y 5. 84. avos , por el peso de la bala de plomo de un palmo Valenciano de diametro.

Otras questiones desta materia pondremos en el Libro tercero , porque necesitan de la extraccion de raíz cubica. Entretanto tengase bien en la memoria , que la Tabla que dimos en los Proemiales , supone que todas las especies son de una misma magnitud , pues están ajustadas á la capacidad del Congio Romano , ó de un Cubo de medio piè Geometrico. Y así , si se busca el peso de alguna especie dispuesta en forma de Cubo de medio piè Geometrico , será las onzas Romanas , Griegas , Hebraicas , ó Castellanas , que se señalan en la misma Tabla , y si se desea en otras onzas , formese regla de tres. Pero si ay dos especies de igual tamaño , ó magnitud , ( qualquier que sea ) y se sabe el peso de la una , se conocerà el peso de la otra por regla de tres , como lo hicimos en la question 68. ( 489 )

Pero en esta Tabla ( 491 ) suponiendo un mismo peso en todas las especies , se señalan las partes de los diametros , ó lados homologos , de las mismas especies hechas esferas , ó cuerpos semejantes : Como si se hace una bala de oro de qualquier peso , y su diametro se divide en 100. partes iguales , digo , que otra bala de azogue del mismo peso , tendrá 111. partes de aquellas por diametro , y otra bala de plomo del mismo peso , tendrá 118. partes de las mismas por diametro , y así de las demás especies.

493 Question 71. Una pieza de Artilleria ha menester para cargarse 20. libras de polvora comun , que llaman de Artilleria , ó de 4. as y as ; preguntase de polvora de 5. as y as , ó de 6. as y as , quantas libras serán menester ? Para la perfecta inteligencia de esta pregunta , se ha de suponer , que aunque puede aver diferentes composiciones de polvora , pero las mas usadas son tres. La primera , de 4. partes de salitre , una de azufre , y otra de carbon , que es lo mismo que polvora de 4. as y as ; y desta composicion sale polvora comun , ó de Artilleria. La segunda , de 5. partes de salitre , una de azufre , y otra de carbon , que es lo mismo que polvora de 5. as y as , de la qual usan en los arcabuces. La tercera de 6. partes de salitre , una



una de azufre ; y otra de carbon ; esto es , de 6. as y as ; la qual polvora fina , ò de pistolas.

Estas tres diferentes composiciones se han de entender en caso , que el salitre no esté refinado , y entonces la mayor , ò menor cantidad hace la polvora mas , ò menos valiente ; pero si el salitre está mas refinado en una polvora que en otra , menor cantidad de salitre puede hacer mas que la mayor cantidad ; y así , la polvora de quatro as y as , que tenga el salitre muy refinado , será mas fuerte que la de cinco as y as , que tenga el salitre sin refinar ; de fuerte , que la perfeccion del salitre puede suplir la cantidad , y al contrario : con que en una misma cantidad de salitre , puede salir la polvora mas , ò menos valiente , si está mas , ò menos preparado. Y como la perfeccion del salitre no se puede conocer tan facilmente como la cantidad , tampoco será facil hacer las sobredichas composiciones , de fuerte , que no tengan mas , ò menos perfeccion , que la que avian de dar sus partes.

A mas desto se ha de advertir , que los que tratan la polvora , asientan todos , que la mayor , ò menor eficacia proviene de tener mas , ò menos salitre en cantidad , ò en perfeccion , como queda dicho ; y por esto dicen , que la polvora de 6. as y as , es mas valiente que la de 5. as y as , porque tiene mas salitre. De fuerte , que segun ellos , toda la eficacia proviene del salitre ; pero en mi concepto se engañan totalmente : porque aunque es verdad , que la violencia de la polvora proviene del salitre ; pero como en ella ay otros materiales , pueden estos retardar la violencia , segun su menor perfeccion , ò mayor cantidad : y no estar en debida proporcion.

Pero supuesto que en la realidad ay los tres sobredichos generos de polvora , y que toda la eficacia proviene de solo el salitre , entrare à resolver la question ; suponiendo , que en 45. libras de polvora de 4. as y as , ay tanto salitre , como en 42. libras de 5. as y as , y como en 40. libras de 6. as y as , como se verá abaxo. ( 5 . 3 ) Digase , pues : Si 45. libras dan 42. luego 20. libras darán 18. libras y dos tercios de polvora de 5. as y as. Otra vez : Si 45. dan 40. luego 20. darán 17. libras , y siete novenos de polvora de 6. as y as. De fuerte , que tanto valor tendrán 20. libras de polvora de 4. as y as , como 18. y dos tercios de 5. as y as ; y como 17. y siete novenos de 6. as y as ; y con tantas libras se cargará la dicha pieza. Pero si las 20. libras de polvora son de 5. as y as , y las quiero reducir à polvora de 4. as y as , digo : Si 42. dan 45. luego 20. darán 21. libra y tres septimos de 4. as y as. Si las 20. libras son de 6. as y as , y las quiero reducir à 4. as y as , dire : Si 40. dan 45. luego 20. darán 22. libras y media.

## P A R T E II.

### DE LA REGLA DE COMPAÑIAS.

494

**E**NSEÑA esta regla dividir un numero en partes proporcionales à otros numeros señalados; como partir este numero 100. en tres partes, que guarden entre sí la razon que 20. 18. 12. las quales son 40. 36. 24. Fundase en la proposicion 12. del lib. 5. de Euclides (318); porque siendo proporcionales 40. 36. 24. à 20. 18. 12. tambien la suma 100. de los antecedentes, que son los primeros numeros, será proporcional à la suma 50. de los consequentes, que son los segundos; esto es, los todos son proporcionales à sus partes semejantes.

Y aunque ha tomado el nombre de las compañías que suelen hacer los Mercaderes, poniendo cada uno cierta cantidad, y despues repartiendo la ganancia, ò pèrdida á proporcion de la cantidad expuesta; pero tambien se aplica à muchísimas otras cuentas de reparticiones, testamentos, &c. como luego verèmos.

495 Dividase en simple, y compuesta. La regla de compañías simple es aquella en que una cantidad se reparte en partes proporcionales à otras dadas, sin atender à tiempo, ni otras circunstancias; y así se resuelve la question por regla de tres simple. La compuesta atiende al tiempo, à otras condiciones, y ha menester regla de tres compuesta, ò alomenos reducida á simple, que es lo ordinario.

#### COMPAÑIAS SIMPLES.

##### *Precepto.*

496 La suma de las cantidades expuestas, ò numeros dados, pongase en primer lugar; la ganancia, pèrdida, &c. pongase en segundo; cada cantidad expuesta, ò numero dado, escrivase en tercer lugar; despues formense tantas reglas de tres, como numeros huviere en el lugar tercero; los numeros que salieren estarán en quarto-lugar, y enseñarán lo que se busca. Este orden de Escribir los terminos se guardará siempre, dexando vacio el lugar del termino que se busca, hasta que se aya hallado. Si la cantidad, ò caudal de

cada uno no es de una especie, se hará la reduccion; de suerte, que en todos sea de una especie.

497 Question 1. Tres Mercaderes hacen compañía; el primero pone 10. doblones; y el segundo 15. y el tercero 20. Acabada la compañía hallaron 90. doblones de ganancia; para saber quanto toca à cada uno, segun la cantidad que puso, sumentse los caudales de cada uno, y se-

	Cau. com.	Gan. com.	Caudales.	Ganancias.
se escribiràn en pri-	45.	90.	10.	20.
mer lugar. En el se-			15.	30.
gundo pongase la			20.	40.
ganancia comun 90.				

Y en el tercero escribanse los caudales de cada uno. Hecho esto, formense tantas reglas de tres como caudales ay; diciendo: Si 45. ganan 90. luego 10. ganarán 20. Otra vez: Si 45. ganan 90. luego 15. ganarán 30. Otra vez: Si 45. ganan 90. luego 20. ganarán 40. Con que al que puso 10. le tocan 20. al que 15. le corresponden 30. y al que diò 20. le alcanzan 40. como se ve en la formula.

Para no hacer tantas reglas de tres, multipliquense los caudales de cada uno por la ganancia comun, y los productos 900. 1350. 1800. dividanse por la suma de los caudales, los quocientes serán las ganancias de cada uno.

#### *Demonstracion.*

Por lo que se dixo arriba (494) es manifesta la demonstracion; porque los caudales han de ser proporcionales con las ganancias, segun buena cuenta, y razon; esto es, la misma razon ha de aver de 10. à 20. que de 15. à 30. y de 20. à 40. A mas desto, la suma de los antecedentes, que son los caudales, tiene la misma razon à la suma de las ganancias, que son los consequentes, que cada caudal à su ganancia; y así, son proporcionales la suma de los caudales à la ganancia comun, como cada caudal à cada ganancia: luego resolviendo las reglas de tres, saldràn las ganancias.

#### *Examen.*

Multipliquense cada ganancia por el caudal comun 45. y sumentse los productos. Multipliquense tambien cada caudal por la ganancia comun 90. y sumentse los productos. Pues si las dos sumas son iguales, estará bien hecha la operacion.

498 Question 2. Tres Mercaderes emplearon 45. doblones, y ganaron el primero 20. doblones; el segundo 30. y el tercero 40. pide se el caudal de cada uno. En esta question están conocidos el

el primero , segundo , y quarto terminos de la regla de tres , y falta el tercero ; pues como el producto de los extremos es igual al de los medios ( 298 ) , multipliquense cada ganancia por el caudal comun , ò empleo , y partiendo los productos por la ganancia comun , saldràn los caudales de cada uno.

De otro modo : Pongase la ganancia comun 90. en primer lugar , el empleo , ò caudal comun 45. en segundo ; las ganancias particulares 20. 30. 40. en tercero , y haganse las reglas de tres como antes : Si 90. dà 45. luego 20. 30. 40. daràn los empleos , ò caudales 10. 15. 20.

499 Question 3. Tres Mercaderes hicieron compañía , el primero puso 10. doblones , y ganó 20. el segundo puso 15. y ganó al mismo respeto ; el tercero puso 20. y ganó tambien al mismo respeto ? Preguntase quanta fue la ganancia comun , y quanto ganaron el segundo , y tercero ? Escrivanse los terminos , segun la formula , y porque en la

Caud. com. Gan. com. Caudales. Ganancias.

45.

10.

20.

15.

20.

primera regla de tres falta el segundo termino , y el producto de los ex-

tremos es igual al de los medios , multipliquense la ganancia 20. por el caudal comun 45. y el producto 900. partase por el caudal 10. el quociente 60. será la ganancia comun. O digase por regla de tres: Si 10. dà 20. luego 45. daràn 90. Las ganancias que faltan se hallaràn por la question 1.

500 Question 4. Tres Mercaderes , haciendo compañía , emplearon el primero 10. doblones , y ganó 20. el segundo no se sabe lo que empleò , pero ganó 30. doblones ; el tercero empleò 20. doblones , y no se sabe lo que ganó ; preguntase quanto empleò el segundo , y ganó el ter-

Caud. com. Gan. com. Caudales. Ganancias.

10.

20.

30.

20.

cero? Para responder á esta question, se ha de suponer lo que se demonf-

trò en la proposicion 11. ( 319 ) que las diferencias de los antecedentes son proporcionales á los antecedentes , y consequentes. Pues tomese la diferencia de las ganancias conocidas , que es 10. y digase por regla de tres : Si la ganancia 20. dà 10. de diferencia , el caudal

10. què diferencia darà del caudal , cuya ganancia es 30. y siguiendo la regla salen 5. los quales juntos con el caudal 10. (y esto porque la ganancia 30. es mayor que la ganancia 20. que corresponde al caudal 10. que si fuera menor, se avia de restar la diferencia 5. del caudal 10.) dará el caudal 15. del segundo.

Con esto yà están conocidos los tres caudales , y por configuiente la suma dellos , ò caudal comun. La ganancia comun se conocerà por la question 3. y por la primera quedará conocida la ganancia del tercer Mercader.

501 Question 5. Un Mercader deve 10000. reales á quatro acrehedores : al primero deve 200. al segundo 8000. el tercero 1050. al quarto 750. solos tiene 9000. reales para pagar ; preguntase quantos reales cobrará proporcionalmente cada acrehedor ? En esta question la paga es menor que la deuda , y así ay pèrdida ; pues pongase la deuda en primer lugar : la paga ò pèrdida comun en segundo ; las deudas particulares en tercero ; y formando tantas reglas de tres , como deudas ay en la question , segun se hizo en las ganancias en la question 1. saldràn las pagas particulares , como se vè en el exemplo. De fuerte , que el modo de obrar en estas questions de compañías , el mismo es en la ganancia , que en la pèrdida.

Deuda.	Paga com.	Deudas.	Pagas.
10000.	9000.	200.	180.
		8000.	7200.
		1050.	945.
		750.	675.

502 Question 6. Dos Mercaderes ganaron en una compañía 1000. reales ; al primero , entre caudal , y ganancia le tocaron en la reparticion 1500. reales ; y al segundo 1200. pidefe quantos reales puso cada

Cau. com.	Gan. com.	Caudales.	Gan. y caudales.
1700.	1000.	944 $\frac{4}{7}$	1500.
		755 $\frac{5}{9}$	1200.
			<hr/>
			2700.

uno. Dispon-  
gase la for-  
mula como  
antes , y su-  
mando los  
1500. y 1200.

reales ; serán 2700. de los quales restada la ganancia comun 1000. quedan 1700. y tanto fue el caudal comun de los dos ; con que tenemos ya el primer termino. Y pues en los 1500. y 1200. reales està comprehendido el caudal , y ganancia , sumese el caudal comun 1700. con la ganancia comun 1000. y serán 2700. (que es la misma suma de

de las dos ganancias , y caudales ). Ahora digase por regla de tres : Si 2700. dan el caudal comun 1700. los 1500. qué caudal darán ? Siguiendo la regla , salen 944. reales , y quatro novenos , y tanto puso el primero : Digase otra vez : Si 2700. dan 1700. luego 1200. darán 755. y cinco novenos , y en tanto contribuyó el segundo.

503 Question 7. Tres Mercaderes hicieron compañía con pacto , que el primero tuviese de la ganancia á razon de 10. por 100. El segundo á razon de 12. por 100. Y el tercero á razon de 18. por 100. Ganaron 3600. reales , pidefe quanto ha de tener cada uno ? Para responder á esta question , y sus semejantes , se ha de suponer , que los 10. 12. y

	Caud. com.	Gan. com.	Caudales.	Ganancias.
ganar por 100.	40.	3600.	10.	900.
son los caudales			12.	1080.
de cada uno , y			18.	1620.
que la suma 40.				

es el caudal comun. Dispuestos , pues , los terminos como enseña la formula , es la misma question que la primera , y así resolviendola segun lo que alli se dixo , saldrán las ganancias 900, 1080. y 1620.

504 Question 8. Dos Mercaderes hicieron compañía , el uno puso 100. doblones , el otro solo puso el trabajo de la negociacion , el qual fue estimado por 80. doblones ; despues de acabada la compañía , hallaron 380. doblones entre caudal , y ganancia ; pidefe quanto toca á cada

	Caud. com.	Gan. com.	Caudales.	Ganancias.
uno. Sumense los caudales de cada uno 100. y 80. (porque el	180.	280.	100.	155. $\frac{5}{9}$ .
trabajo se reputa por caudal) y será el caudal comun 180. Ahora restense los 100. doblones , que puso el primero de los 380. de ganancia , y caudal , y quedarán 280. por ganancia comun. Con esto están dispuestos los terminos como parece en la formula , y la question es la misma que la primera , por la qual se hallarán las ganancias 155. y cinco novenos , para el que puso los 100. doblones , y 124. y quatro novenos , para el que solo contribuyó con su trabajo.			80.	124. $\frac{4}{9}$ .

trabajo se reputa por caudal) y será el caudal comun 180. Ahora restense los 100. doblones , que puso el primero de los 380. de ganancia , y caudal , y quedarán 280. por ganancia comun. Con esto están dispuestos los terminos como parece en la formula , y la question es la misma que la primera , por la qual se hallarán las ganancias 155. y cinco novenos , para el que puso los 100. doblones , y 124. y quatro novenos , para el que solo contribuyó con su trabajo.

De fuerte , que en este genero de compañías en que el uno pone dinero , y el otro trabajo ; el que pone dinero , ha de sacar su caudal , y la ganancia se ha de repartir á proporcion del caudal del uno , y de la estimacion del trabajo del otro ; porque lo que se pone en estas

compañías es dinero , y trabajo , pues así como el uno queda con su industria , y habilidad para emprender otra compañía ; tambien el otro ha de quedar con su dinero para poder hacer otro contrato.

505 Question 9. Dos Mercaderes hicieron compañía , el primero puso 100. doblones , y el segundo 20. y à mas el trabajo , y agencias , que valen 80. doblones ; acabada la compañía , se hallaron 40. doblones de pérdida , preguntase quanto ha de pagar cada uno ? En esta question la pérdida , se ha de pagar à proporcion del caudal de cada uno , di-

ciendo por regla de tres : Si 120. dàn 40. luego 100. daràn

Caud. com.	Perd. com.	Caudales.	Pèrdidas.
120.	40.	100.	33. $\frac{1}{3}$
		20.	6. $\frac{2}{3}$

33. y un tercio , otra vez : Si 120 dàn 40. luego 20. daràn 6. y dos tercios , y no se ha de atender al trabajo , porque aunque es verdad , que los 20. doblones con el trabajo , valen tanto como los 100. doblones , que puso el primero , y que si huviera ganancia , avia de partirse igualmente ; pero como pierde por razon de los trabajos , supuesto que si en la compañía huviera ganancia , ganaria por ellos , si pagara atendiendo à los trabajos , sería doblada la paga ; la una por lo que pierde , y la otra por lo que paga.

506 Question 10. Quatro Mercaderes conciertan 10000. libras de azucar por 9000. reales ; el primero toma 4000. libras , el segundo 2000. el tercero 3000. y el quarto las 1000. restantes ; pide se quanto ha de pagar cada uno ? Digase por regla de tres : Si 10000. libras valen 9000. luego las 4000. libras del primero , valdràn 3600. reales ; las 2000. del segundo , valdràn 1800. reales ; las 3000. del tercero , valdràn 2700. reales ; y las 1000. del quarto valdràn 900. reales.

507 Question 11. Dos hicieron compañía , y en ella ganaron 200. reales , de los quales al primero le tocaron 50. el segundo expuso doblado caudal que el primero , y mas 8. reales ; preguntase quanto caudal expuso cada uno ? Supuesto que el primero ha ganado 50. reales , es cierto , que el segundo aviendo expuesto doblado , le tocaràn 100. reales , y por los 8. reales que puso mas , le pertenecerà el residuo de 150. reales , que ganan entre primero , y segundo , hasta 200. reales de toda la ganancia , que es 50. reales. Digase , pues , si 50. reales , que es el dicho residuo , provienen de 8. reales , que expuso mas ; luego 50. reales que ganó el primero , provendrán de 8. reales , y tanto fue el caudal del primero , los quales doblado , y añadiendo 8. seràn 24. reales por el caudal del segundo.

Quef-



508 Question 12. Dos hicieron compañía, exponiendo el primero 10. doblones, y el segundo 30. al fin ganaron 160. doblones, pero admitieron à un factor, ò procurador, dandole de la ganancia à razon de 10. por 100. pidefe quanto toca à cada uno? Lo primero se ha de saber lo que toca al factor, diciendo: Si 100. dàn 10. luego 160. doblones, daràn 16. doblones, y tanto ha de tener el dicho factor: Aora restense los 16. doblones de los 160. y quedaràn 144. que se han de repartir entre los dos à razon de su caudal, como se hizo en la question 1.

509 Question 13. Quatro en compañía, han ganado 340. doblones, los quales de tal fuerte se los han repartido entre si, que quantas veces el segundo ha tenido 5. otras tantas el tercero aya de tener 9. y quantas el tercero ha tenido 7. otras tantas el quarto aya de tener 11. Y finalmente, quantas veces el quarto ha tenido 9. otras tantas el primero aya de tener 13. El caudal del primero, fue 286. doblones, preguntase quanto es el caudal, y ganancia de los otros.

En esta question se expressan las proporciones de las ganancias, y por configuiente de los caudales, pues son proporcionales: Y por que el primero tantas veces ha de tener 13. quantas el quarto 9. será la razon de los caudales del primero, y quarto, como 13. à 9. Pues digase por regla de tres: Si 13. dàn 286. doblones que puso el primero, luego 9. daràn 198. doblones por el caudal del quarto: Donde se ve, que tantas veces se contiene el 9. en 198. quantas el 13. en 286.

Y porque el quarto ha de tener tantas veces 11. quantas el tercero 7. Pues si 11. dán 7. luego 198. daràn 126. doblones por el caudal del tercero. Y tantas veces entra el 7. en 126. quantas el 11. en 198.

Otra vez; porque el tercero deve tener tantas veces 9. quantas el segundo 5. Será la razon de 126. doblones caudal del tercero, al caudal del segundo, como 9. à 5. Y assi si 9. dán 5. luego 126. daràn 70. doblones por el caudal del segundo; y tantas veces entra el 5. en 70. quantas el 9. en 126.

Hecho esto, yà estàn conocidos los caudales de cada uno; aora para saber las ganancias, se dispondrá la formula como parece, y se hallaràn por la question 1.

Cau. com.	Gan. com.	Caudales.	Ganancias.
680.	340.	286.	143.
		70.	35.
		126.	63.
		198.	99.
		<hr/>	
		680.	

## COMPAÑIAS COMPUESTAS.

*Preceptos.*

§ 10 Quando en las Compañias ay tiempo , se multiplicará por los caudales de cada uno , y en los productos se formará la regla, como en las Compañias Simples , con tal , que el tiempo sea en todos los caudales de una especie ; esto es , ò dias, meses , ò año ; pero si en un caudal fueren meses , y en otro años , ò dias , se reducirá à una misma especie , y se obrará como antes. Quando la Compañia es para tiempo igual , no ay que cuydar del tiempo , porque siendo igual, no muda la proporcion.

§ 11 Si alguno saca su caudal antes de cumplirse el tiempo, se contará solamente el tiempo que estuvo. Si saca parte del caudal, se han de hacer por él dos reglas de tres , la primera , por todo el caudal con el tiempo que estuvo ; la segunda, por la parte del caudal , que quedó lo restante del tiempo.

§ 12 Question 14. Dos Mercaderes en compañía , han ganado 250. doblones ; el primero expuso 10. doblones , por 4. meses ; el segundo dió 20. doblones por 3. meses ; preguntasse quanto toca à cada uno de la ganancia , atendiendo al caudal , y al tiempo ? Multipliquense los caudales por los meses ; esto es , 10. por 4. y 20. por 3. y en los productos 40. y 60. se dispondrá la formula presente , la qual es la misma que

	Cau. y tiemp. com.	Gan. com.	Cau. y tiemp.	Ganancias.
en las	100.	250.	40.	100.
Compañias Sim-			60.	150.
ples. Diga-			<hr/>	
se pues:			100.	

Si 100. suma de los productos de los caudales , y tiempo , dan 250. ganancia comun , luego 40. darán 100. y 60. darán 150.

*Demonstracion.*

Solamente demostraré , que el caudal de cada un compañero, se ha de multiplicar por el tiempo que le acompaña ; pues lo restante de la regla, yá queda demostrado en la question primera. Digo pues, que se ha de hacer dicha multiplicacion del caudal por el tiempo, para que los caudales estén reducidos à tiempo igual , porque el que expone 10. doblones por 4. meses , hace lo mismo que dar quatro veces 10. doblones, que

que son 40. por un mes , y el que pone 20. doblones por 3. meses , hace lo mismo que si pusiera tres veces 20. doblones , que son 60. por un mes , pues tanto ganan 10. doblones en 4. meses , quanto 40. en un mes ; y tanto 20. doblones en 3. meses , quanto 60. en un mes , con que lo mismo es exponer 10. doblones por 4. meses , que 40. doblones ; y lo mismo 20. doblones por 3. meses que 60. doblones , todos por un mes ; luego quitando el mes , por ser numero igual en las dos partes de la regla de tres (404) quedarán solos los 40. y 60. doblones ; luego multiplicando el caudal por su tiempo , está buena la regla.

*Examen.*

El examen mas seguro , es probar las multiplicaciones del caudal , y tiempo por el partir ; y despues examinar la operacion de la compañía , conforme se dixo en la question primera ; porque multiplicando los caudales por los tiempos , la Compañia Compuesta , se reduce à Simple.

§ 13 Question 15. Aviendo hecho compañía tres Mercaderes, ganaron 1000. reales ; al primero le tocaron 500. reales de ganancia por 200. que puso por 8. meses , y 5. dias ; al segundo le cupieron 300. reales de ganancia por 150. que expuso por cierto tiempo ; y al tercero le tocaron 200. reales por cierto caudal que dió por 4. meses ; preguntase quanto fue el tiempo del segundo , y caudal del tercero?

Para responder á esta question , se reducirá el tiempo à dias , que es la menor especie , y se dirá por regla de tres compuesta : Si 200. reales que puso el primero , ganan 500. reales en 245. dias ; luego 150. reales que puso el segundo para ganar 300. reales , avrán menester 196. dias (contiene inversion en el primero , y quarto termino) con que el tiempo del segundo, es 196. dias , que son 6. meses , y 16. dias.

Otra vez : Si 200. reales en 245. dias , ganan 500. quantos reales en 120. dias , ganarán 200. del tercero ; en esta proporcion falta el termino quarto , el qual es 163. reales , y un tercio , como se enseñò en los exemplos del modo facil para resolver qualquier regla de tres compuesta (414) con que el segundo compañero puso los 150. reales por 196. dias , y el segundo expuso 163. reales , y un tercio.

De otro modo , multipliquense los 200. reales que contribuyò el primero por 245. dias que estuvieron en la compañía , y será el producto 49000. Digase ahora por regla de tres simple : Si 500. rea-

reales de ganancia del primero, vienen de 49000. los 300. reales de ganancia, del segundo, vendrán de 29400. que es el producto del caudal, y tiempo del segundo: y porque el caudal se sabe que es 150. reales, divídase el numero 29400. por 150. y saldrán 196. dias.

Otra vez: Si 500. reales de ganancia del primero, dan 49000. luego los 200. reales de ganancia del tercero, darán 19600. caudal, y tiempo, y pues el tiempo del tercero es conocido, que es 4. meses, ó 120. dias, divídase el numero 19600. por el tiempo 120. y saldrá el caudal 163. reales, y un tercio, del tercero.

§ 14 Question 16. Dos Mercaderes hicieron compañía por 2. años; el primero puso 1000. reales, pero despues de 10. meses, sacò 100. reales, y al fin de los 20. meses, bolvió à poner 500. reales; el segundo puso 3000. reales, al fin de 15. meses, sacò 2000. reales, ganaron en la compañía 2000. reales, preguntase quanto toca á cada uno?

Para responder á esta question, es necessario saber el tiempo que cada uno tuvo su caudal. Y pues el primero en el principio de la compañía, puso 1000. reales, y los tuvo todos 10. meses, multipliquense los 1000. por 10. y serán 10000. Y porque despues de aver pasado aquellos 10. meses, quitò 100. reales, hasta los 20. meses, es manifesto, que tuvo en la compañía 900. reales por otros 10. meses, los quales multiplicados, son 9000. reales; ultimamente, porque al fin de los 20. meses, añadió 500. reales, es cierto que por 4. meses (que ay de 20. hasta 24. que son los 2. años que avia de durar la compañía) tuvo 1400. reales (que es la suma de 500. reales, que añadió, y los 900. que tenia) pues multipliquense los 1400. por 4. meses, y serán 5600. Sumense agora los tres productos 10000. 9000. y 5600. y será todo 24600.

El segundo puso al principio 3000. reales, y al fin de 15. meses, sacò 2000. luego todos los 15. meses tuvo en la compañía 3000. reales, pues

	Cau. y tiemp. com.	Gan. com.	Cau. y tiemp. Ganancias.
multipliquense	78600.	2000.	24600.
por los			54000. 625. $\frac{125}{131}$ .
15. me-			<hr/>
ses, y			78600. 1374. $\frac{6}{131}$ .
serán			<hr/>

45000. Y pues al fin de los 15. meses, sacò 200. reales, tuvo 1000. reales por 9. meses que van de 15. à 24. y así multipliquense 1000. por 9.

y. serán 9000. Sumense los productos 45000. y 9000. y son 54000.

Dispongase ahora la formula en las sumas de los productos de los dos, como se ve, y resolviendola por la question primera, saldrá la ganancia de cada uno.

§ 15 Question 17. Tres Mercaderes en comun negociacion ganaron 190. doblones, los quales repartieron entre sí de tal modo, que la parte del primero, fue tresdoblada de la parte del segundo, y quatro doblada de la parte del tercero. El primero puso en la compañía 80. doblones por 12. meses. El segundo expuso cierto dinero por 8. meses. Y el tercero contribuyó tambien con cierto caudal por 4. meses; preguntase quanta cantidad recibió cada uno de los tres de la ganancia comun; y quanto dinero pusieron el segundo, y tercero?

Multipliquense los 80. doblones que expuso el primero por los 12. meses que los tuvo en la negociacion, y son 960. cuyo tercio 320. es el producto del caudal, y tiempo del segundo; porque como la ganancia del primero es tresdoblada de la del segundo; y las ganancias son proporcionales con el producto del caudal, y tiempo; luego tomando el tercio del producto del caudal, y tiempo del primero, será el producto del caudal, y tiempo del segundo, y así partiendo los 320. por el tiempo del segundo, que son 8. meses, saldrá el caudal 40. doblones.

Así mismo el quarto de los 960. que es 240. será el producto del caudal, y tiempo del tercero; luego dividiendo los 240. por el tiempo del tercero 4. meses, saldrá el caudal 60. doblones que expuso del tercero. Con que el primero puso 80. doblones por 12. meses: El segundo 40. doblones por 8. meses: Y el tercero 60. doblones por 4. Cuyas ganancias estarán conocidas por la question 14. las quales son 120. doblones del primero, 40. del segundo, y 30. del tercero.

§ 16 Question 18. Un Mercader encomendó à un Pastor 120. ovejas con pacto, que ponga por su parte 20. y que guardandolas 5. años, se partan caudal, y ganancia por mitad, esto concertado sucedió, que no las guardó fino 3. años, y medio, al fin de los quales se hallaron 400. cabezas entre caudal, y ganancia; pidefe quantas ha de aver cada uno?

Restense primeramente las 140. ovejas que los dos pusieron, de las 400. y quedarán 260. de ganancia, cuya mitad es 130. y tantas ha de tener cada uno; porque de la ganancia en todo tiempo pertenece-

nece à cada uno la mitad. Ahora para saber las ovejas que ha de tener el Pastor de las 120. del Mercader, tomando la mitad dellas, que son 60. digase: Si 5. años, dan 60. ovejas; luego 3. años, y medio, daràn 42. que tocan al Pastor.

Para saber quantas ovejas tocan al Mercader de las 20. que puso el Pastor, tomando la mitad, que son 10. digase: Si 5. años, dan 10. luego 3. años, y medio daràn 7. y tantas ovejas ha de aver el Mercader, y las restantes 13. son del Pastor; sumense estas 13. con las 42. que ha de aver del Mercader, y con las 120 de la mitad de la ganancia, y son 185. tantas pues tocan al Pastor, y las restantes 215. al Mercader.

### *Reparticiones.*

§ 17 Hasta aqui hemos tratado de las reglas de Compañias, fundadas en la proposicion 12. del libro 5. de Euc. como queda advertido arriba (494). Esto es, quando un numero se ha de repartir en partes proporcionales à otras dadas; como si este numero 100. se ha de dividir en dos partes proporcionales à 6. y 4. serán 60. y 40. de suerte, que la misma razon ay de 6. à 4. que de 60. à 40.

Ahora pues tratarèmos de la division de un numero en partes proporcionales al todo; como si este numero 100. se ha de dividir en dos partes, que la una sea un quarto, y la otra tres quartos, del mismo 100. las quales son 25. y 75. donde la misma razon ay del todo 100. à su parte 25. y 75. que del todo quatro quartos (que es la suma de los quebrados un quarto, y tres quartos) à las suyas un quarto, y tres quartos.

§ 18 La suma destas partes puede ser mayor, igual, ò menor que el todo, que es lo mismo que sumando los quebrados, salir el numerador de la suma mayor, igual, ò menor que el denominador, el qual representa al todo; como si 100. reales se han de repartir entre tres, de suerte, que el uno tenga la mitad, que son 50. el segundo tres quartos., que son 75. y el tercero tres quintos, que son 60. cierto està que las partes 50. 75. y 60. sumadas, hacen 180. que es numero mayor que el todo 100.

Asi mismo, si los mismos 100. reales, se han de repartir entre dos, de suerte, que el uno tenga el decimo, que son 10. y el otro el quinto, que son 20. las partes 10. y 20. sumadas, hacen 30. numero menor, que el todo dividido 100. Pero si los 100. reales, se han de repartir entre dos, de modo, que el uno tenga los tres quartos, que son 75. y el otro un quarto, que son

25. entonces las partes 75. y 25. juntas hacen justamente el todo 100.

Quando las partes justas igualen al todo dividido, toca á cada uno en el repartimiento la parte misma que se nombra; esto es, el tercio, quarto, &c. Pero quando todas juntas no igualan al todo, entonces á cada uno no pertenece la parte expressada, sino otra proporcional; y así, si 12. reales se han de repartir entre tres, de suerte que el primero tenga la mitad, el segundo el tercio, y el tercero el quarto, no diremos que al primero tocan 6. reales, al segundo 4. y al tercero 3. porque 6. 4. y 3. son 13. sino que al primero toca á razón de la mitad, que son 5. y 7. 13. avos, al segundo á razón del tercio, que son 3. y 9. 13. avos; y al tercero á razón del quarto que son 2. y 10. 13. avos. De modo, que sumadas estas partes, hacen justamente 12. Lo mismo digo quando la suma de las partes es menor que el todo.

519 Question 19. Entre tres Mercaderes se han de repartir 1050. reales, con esta condicion, que el primero tenga á razón de los dos tercios; el segundo á razón de la mitad; el tercero á razón del tercio; preguntase quanto toca á cada uno. Reduzganse los quebrados á un comun denominador (154) y serán  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{9}{18}$ ,  $\frac{6}{18}$  cuya suma es  $\frac{27}{18}$ . y porque el numerador es mayor que el denominador, en la reparticion no saldrán las mismas partes señaladas, sino menores á proporcion, como se dixo en el parrafo antecedente.

Pues digase por regla de tres: Si la suma de los numeradores 27. dà 1050. reales; luego el numerador 12. dará 466. reales, y dos tercios para el primero. Otra vez: Si 27. dan 1050. luego el segundo numerador 9. dará 350. reales para el segundo. Otra vez: Si 27. dan 1050. reales; luego el tercer numerador 6. dará 233. reales, y un tercio para el tercero.

520 Question 20. Entre quatro se han de repartir 396. reales, de modo, que el primero aya de tener la mitad, y mas 10. reales; el segundo tres quintos menos 20. reales; el tercero un tercio, y mas 8. reales el quarto un quarto menos 6. reales; preguntase quanto ha de aver cada uno. En esta, y semejantes questiones, restense de la suma los números, que se han de tomar mas, y añadanse los números que se han de tomar menos; y así, porque el primero ha de tomar 10. mas, y el tercero 8. restense 18. de los 396. y quedan 378. Añadanse á los 378. los 20. y 6. que toman menos el segundo, y quarto, y son 404.



Esto supuesto, reduzganse los quebrados  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , à un comun denominador, y serán  $\frac{60}{120}$ ,  $\frac{72}{120}$ ,  $\frac{40}{120}$ ,  $\frac{30}{120}$ .

La suma de numeradores es 202. 202 404 60 120  
Digase aora por reglas de tres, comun en 72 144  
las compañías: Si la suma de los numeradores 202. dá 404. (que es el numero nacido de lo añadido, y quitado); luego cada numerador 60. 72. 40. y 30. darán 120. 144. 80. y 60. y tanto pertenece à cada uno.

521 Question 21. Un Navio que llevaba 26. personas apresó à otro, en el qual fueron hallados 7429. doblones, los quales por concierto se han de repartir en esta forma: que el Patron ha de aver dos porciones, ò partes y media; el Piloto, dos partes; el Escrivano, una parte, y dos tercios; los Marineros, que son 20. cada uno ha de tener una parte; los muchachos, que son tres, ha de aver cada uno un quarto; preguntase quanto pertenece à cada uno?

Porque los quebrados expressados en la reparticion son  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , multipliquense los denominadores, y el producto 24. será un numero, que suponiendo por una porcion; tendrá mitad, tercio, y quarto. Pues porque el Patron ha de tener dos partes, y media, tomese el 24. otras tantas veces, y serán 60. El Piloto tiene dos partes; pues doblese el 24. y serán 48. El Escrivano tiene una parte, y dos tercios; pues juntando los dos tercios del 24. con el mismo 24. serán 40. A cada marinero pertenece una parte; pues por ser 20. multipliquense el 24. por 20. y serán 480. Ultimamente, cada muchacho tiene un quarto; y por ser tres, tomese tres veces el quarto del 24. y serán 18. De suerte, que suponiendo que el 24. es una porcion, pertenecen à cada uno la cantidad señalada en la presente tabla; pero como en la verdad el 24. no es la porcion verdadera, se formará una regla de compañía, deste modo.

Sumense las cantidades, que por la suposicion tocan à cada uno, y serán 646.

Digase aora por regla de tres: Si 646.

dan 7429. doblones; luego 60. darán 690. doblones para el Patron; los 48. darán 552. doblones al Piloto; los 40. darán 460. al Escrivano; los 480. darán 5520. doblones por los marineros; lo qual es por ser 20. dividanse los 5520. por 20. y tocará à cada uno 276. doblones; los 18. darán 207. à los muchachos, que por ser tres se dividirán en tres

Patron.	60
Piloto.	48
Escrivano.	40
20. Marineros.	480
3. Muchachos.	18
	<hr/>
	646

tres partes, y caberá á cada uno 69. doblones. Con este artificio se resolverán otras questions de reparticiones, particularmente de las que llaman Eclesiásticas, y de Guerra.

*Arrendamientos.*

522 Los arrendamientos de Señoríos, derechos, diezmos, &c. se suelen hacer por algunos años, sin poner dinero de presente, solo se dan fiadores, ó abonos; y repartiendo la cantidad en que se concertaron, ó trataron por los años del arrendamiento, se paga al fin de cada año una parte, ó de medio á medio año, ó por tercias, segun fuere el concierto; despues á lo ultimo se reparte la pérdida, ó ganancia (facados todos los gastos) entre los que arrendaron, á proporcion de la parte que tuvieron en dicho arrendamiento.

Quando la ganancia, ó pérdida se ha de repartir igualmente, no ay dificultad, ni es menester otra regla mas que la del partir, dividiendola por el numero de los compañeros, que estuvieron en el arrendamiento; pero quando la reparticion ha de ser desigual, se guardará el estilo de las reparticiones, ó compañías.

523 Question 22. Entre dos arrendaron ciertos diezmos por 10000. reales; hubo 1000. reales de gasto, y al fin del arrendamiento hallaron 10250. reales. El primero tuvo en el arrendamiento los dos tercios de la pérdida, ó ganancia, y el segundo un quarto; preguntase quanto toca á cada uno?

Lo primero, para saber si ay ganancia, ó pérdida, resten los 1000. reales de gastos de los 10250. reales que se hallaron al fin del arrendamiento, y quedarán 9250. reales, los quales por ser menos que los 10000. en que fue concertado el arrendamiento, ay pérdida de 750. reales. Ahora reduzganse los quebrados dos tercios, y un quarto, que representan las partes, á un comun denominador, y serán 8. 12. avos, y 3. 12. avos. La suma de los numeradores es 11. Digase, pues, por regla de tres: Si 11. dan 750. reales de pérdida; luego el numerador 8. dará 545. reales, y 5. 11. avos que ha de pagar el primero. Otra vez: Si 11. dan 750. luego 3. darán 204. reales, y 6. 11. avos, que ha de pagar el segundo.

524 Question 23. Tres arrendaron los frutos de una Señoría por cierto tiempo, y cantidad: el primero quiere de la ganancia, ó pérdida á razon de 8. por ciento; el segundo á razon de 10. por ciento; el tercero á razon de 12. por ciento; ganaron mil reales, preguntase quanto toca á cada uno. Sumerse los tres numeros 8. 10. y 12. Digase ahora: Si 30. ganan 1000. quanto ganarán 8. quanto 10.

y quanto 12. Signiéndolo la regla salen 266. reales , y dos tercios por el primero ; 333. reales , y un tercio por el segundo ; y 400. reales por el tercero.

525 Question 24. Entre quatro arrendaron ciertos diezmos. El primero quiere de 16. partes las 7. á. las quales llaman *Sesenas*. El segundo quiere 4. *sesenas*. El tercero quiere 4. *sesenas* , y media. El quarto quiere la media restante ; ganaron 180. doblones , preguntase quanto tendrá cada uno. Digase por regla de tres : Si 16. ganan 180. doblones , què ganarán 7. què 4. què 4. y medio , y què medio ? Siguiendo las reglas , salen al primero 78. doblones , y tres quartos ; al segundo 45. doblones ; al tercero 50. doblones , y cinco octavos ; al quarto , 5. y cinco octavos.

### Testamentos.

Las questionnes de testamentos que suelen poner los Autores , casi en nada se diferencian de las reparticiones ; y aunque las mas son ficciones , pues raro es el testamento ordenado segun ellas dicen , y en particular en este Reyno de Valencia ; pero esso no obstante , para que nada falte en esta Arithmetica , trasladaré algunas de ellas.

526 Question 26. Pedro dexò en su testamento 10000. reales , los quales repartió entre tres hijos ; al primero dexò dos tercios ; el segundo la mitad ; y al tercero dos quintos ; preguntase quanto toca á cada uno ? Reduzganse los quebrados á un comun denominador , y serán 20. 30. avos , 15. 30. avos , 12. 30. avos , cuyos numeradores sumados son 47. Digase agora por regla de tres : Si 47. dán 10000. reales , quanto darán los numeradores 20. 15. 12. Siguiendo la regla salen al primero 4255. reales , y 15. 47. avos ; al segundo 3191. reales , y 23. 47. avos ; y al tercero 2553. reales , y 9. 47. avos.

527 Question 27. Pedro dexò en su testamento 10000. reales , que repartió entre dos hijos , una hija en esta forma : que al hijo mayor le dexa el tercio , y mas 100. reales ; al hijo menor dos quintos ; y á la hija el quarto , y mas 200. reales ; pero antes de la reparticion se han de sacar 300. reales por el bien del alma ; preguntase quanto toca á cada uno ?

Restense primeramente de la hacienda los 300. reales del bien del alma , los 100. reales en que está mejorado el hijo mayor , y los 200. reales de la hija , y quedarán 9400. reales. Hecho esto reduzganse los quebrados á un denominador , y serán 20. 60. avos , 24. 60. avos , 15. 60. avos : cuyos numeradores sumados son 59. Digase agora  
por

por reglas de tres : Si 59. dan 9400. quanto darán los numeradores 20. 24. y 15. Siguiendo las reglas salen al hijo mayor 3186. reales, y 26. 59. avos; al menor 3823. reales, y 43. 59. avos; y à la hija 2389. reales, y 49. 59. avos. Añadiendo, pues, 100. reales à la parte del hijo mayor, serán 3286. reales, y 26. 59. avos; y añadiendo los 200. reales à la parte de la hija serán 2589. reales, y 49. 59. avos.

528 Question 28. Pedro teniendo ciertos hijos, dexò en su testamento cierta hacienda para repartir en partes iguales; en esta forma : que el primer hijo tuviese 100. reales, y mas la sexta parte de lo restante de la hacienda; el segundo tuviese 200. reales, y mas la sexta parte de lo restante; y assi prosiguiendo en dar à los demás hijos 100. reales mas à cada uno, y la sexta parte de lo que quedàre; y lo restante sea para el ultimo hijo; preguntase quantos son los hijos, quanta la hacienda, y quanto toca à cada uno.

Restese 1. de 6. porque dice la sexta parte, y quedaràn 5. y tantos hijos tenia. De suerte, que siempre que el numerador del quebrado es 1. como aqui, que el quebrado es  $\frac{1}{6}$ , supuesto que dice la sexta parte, se ha de restar el numerador del denominador. Ahora multiplicando los 100. reales, que ha de tener el primer hijo, por el numero de los hijos 5. saldràn 500. reales, y tanto ha de tener cada hijo; y porque son 5. multiplicando 500. por 5. salen 2500. reales, y tanto era su hacienda.

529 Question 29. Pedro dexando su muger en cinta hizo testamento de 4200. reales, de suerte, que si paria hijo fuesen los dos tercios de la hacienda para el hijo, y el un tercio para la madre; pero si paria hija, los dos tercios fuesen de la madre, y el un tercio de la hija. Succediò que parió hijo, è hija, preguntase como se ha de repartir la dicha hacienda?

Digo, que como consta de la ley : *Si ita scriptum, ff. de liberis, & posth.* el intento del testador fue dexar doblado à la madre que à la hija, y doblado al hijo que à la madre, assi busquense tres numeros, que continuamente uno sea doblado del otro, como son 1. 2. 4. cuya suma es 7. Dividase, pues, toda la hacienda en 7. partes, y la suma 600. será la parte de la hija : su duplo 1200. será la parte que pertenece à la madre; y el duplo desta parte 2400. será la herencia del hijo, segun la voluntad del testador. Lo mismo se puede hacer por regla de compania, diciendo : Si 7. dan 4200. luego 1. 2. y 4. daràn 600. 1200. y 2400.

De suerte, que el Consulto Juliano en la ley citada quiere, que la madre sea como medida de las partes de la herencia del hijo, è

hija , y que la hacienda se divida en 7. partes iguales , de las quales se dèn una á la hija , dos á la madre , y quatro al hijo ; porque la parte de la madre sea doblada de la de la hija , y la del hijo doblada de la de la madre ; porque en caso de nacer hija , esta tenia una parte , y la madre dos ; y en caso de nacer hijo tenia dos partes , y la madre una.

Pero si nacieran dos hijos , parece que la hacienda se avia de dividir en 5. partes , de las quales cada hijo avia de tener dos , y la madre una. Si nacieran dos hijas , se avria de dividir en 4. partes ; cada hija tendria una , y la madre dos. Si nacieran un hijo , y dos hijas , dice Caramuel en su Mathematica trat. de Arith. que se avia de partir la hacienda en 7. partes , de las quales las 4. fuesen para el hijo , las dos para la madre , y media á cada hija. Pero otros Autores quieren , que en este caso se reparta la hacienda en 8. partes ; las 4. sean para el hijo , las dos para la madre , y una para cada hija. Últimamente , si nacieran una hija , y dos hijos , se repartiria en once partes ; la una seria de la hija , las dos de la madre y 4. de cada hijo.

Todo esto està discurrido segun la ley citada ; porque siempre la madre tendria doblado de la hija , y el hijo doblado de la madre. Pero si en esta materia pudieramos discurrir libremente , haríamos otro repartimiento , que no estaria fuera razon.

530 Question 30. Pedro teniendo tres hijos testò de 1740. reales , para que despues de sus dias se los repartiessen igualmente. Muerto el padre riñeron los hijos , y cada uno tomó lo que pudo ; pero aviendo hecho paz convinieron , en que el hijo mayor diessse la mitad de los reales que avia tomado : el mediano diessse el tercio ; y el menor contribuyesse con el quarto de lo que avia tomado ; y fumando todas estas tres cantidades , se repartió la suma en tres partes iguales entre los tres hermanos ; y con esto , y lo que les quedava en su poder , tuvo cada uno el tercio de la hacienda de su padre ; preguntase agora quanto tomó cada uno ?

Para responder á esta pregunta se han de buscar tres numeros de tal condicion , que tomando la mitad del primero , el tercio del segundo , y el quarto del tercero , las restas sean iguales ; como son 12. 9. 8. cuya suma es 29. Digase agora : Si 29. dan 1740. reales ; luego 12. 9. y 8. daràn 720. por los reales que tomó el mayor ; 540. por los reales que tomó el mediano ; y 480. por los reales que tomó el menor.

531 Question 31. Pedro hizo testamento en esta forma : Si naciere hijo (tenia su muger en cinta) tenga toda la herencia : si na-

tieren dos hijos , tenga cada uno la mitad : si hijo , è hija , el hijo tenga las dos partes , y la hija sea heredera de la tercia parte. No sucedió ningun caso de los que previno el testador , sino que nacieron dos hijos , y una hija : preguntase como se ha de repartir la hacienda.

Esta question propone el Jurisconsulto Paulo en la ley *Clemens patronas* 81. ff. de *heredibus instituendis*. Y resuelve , que se hagan cinco partes de toda la hacienda : á cada hijo se darán dos , y á la hija una ; porque el testador quiso dexar doblado al hijo que á la hija.

*Questiones miscellaneas.*

532 Question 52. Un Artillero tiene 45. libras de polvora de quatro as y as : esto es , de 4. partes de salitre : una de azufre , y otra de carbon : pregunta como sabrá la cantidad de cada especie de estas , que ay en las dichas 45. libras.

Porque la polvora es de 4. as y as , cuyas partes sumadas hacen 6. Diga por regla de compañía : Si la suma 6. de las partes dá 45. libras ; luego las partes 4. 1. y 1. darán 30. libras de salitre , siete libras , y media de azufre , y otras siete libras , y media de carbon , y tanto salitre , azufre , y carbon ay en las 45. libras de polvora de 4. as y as.

Asi mismo , si tiene 40. libras de polvora de 6. as y as. Sumense las partes 6. 1. y 1. y digase : Si la suma 8. dá 40. libras ; luego las partes del mixto 6. 1. y 1. darán 30. de salitre , 5. de azufre , y otras 5. de carbon.

533 Question 33. Pedro tiene tres generos de polvora , es á saber , de 4. as y as , de 5. as y as , y de 6. as y as ; preguntase quanto tomará de cada una , para que en todas aya porcion igual de salitre. Primeramente sumense las partes de la composicion ; esto es , 4. 1. y 1. del primer genero de polvora ; 5. 1. del segundo genero ; y 6. 1. y 1. del tercer genero , y serán 6. 7. y 8. Despues determinese la porcion del salitre que se desea , la qual supongo que son 30. onzas. Digase ahora por regla de tres : Si 4. partes de salitre vienen del todo , ó suma 6. luego 30. onzas de salitre vendrán de 45. onzas. Otra vez : Si 5. partes de salitre vienen de 7. luego 30. onzas vendrán de 42. onzas. Otra vez : Si 6. partes de salitre vienen de 8. luego 30. onzas de salitre vendrán de 40. onzas de polvora.

Con que en 45. onzas de polvora de 4. as y as ay tanto salitre , como en 42. onzas de 5. as y as ; y como en 40. onzas de 6. as y as. Y estos son los numeros que señalamos arriba (493) para igualar una polvora con otra.



Pero si quiere tomar polvora de cada un genero : de fuerte que aya partes iguales de carbon , ò de azufre , los mismos numeros 6. 7. y 8. seràn las partes que ha de tomar. Y assi , tomando 6. onzas , libras , arrobas , &c. de polvora de 4. as y as ; 7. onzas , libras , &c. de polvora de 5. as y as ; 8. onzas , libras , &c. de 6. as y as , tendrán iguales partes de azufre , ò carbon ; esto es , en los tres generos de polvora avrá una onza , libra , &c. de azufre , y otra de carbon.

§34 Question 34. En el fondo de una cisterna ay tres caños desiguales ; abierto solo el mayor , sale toda el agua en dos horas ; abierto solo el mediano sale toda el agua en 3. horas ; abierto solo el menor se vacia la cisterna en 8. horas ; preguntase en quanto tiempo se vaciarà toda el agua , si desde el principio hasta el fin sale por todos los tres caños.

Busquese por regla de tres la parte de cisterna que vaciarà cada caño en una hora , deste modo : Si el caño mayor en 2. horas vacia una cisterna ; luego en una hora vaciarà media. Otra vez : Si el caño mediano en 3. horas vacia una cisterna ; luego en una hora vaciarà un tercio. Otra vez : Si el caño menor en 8. horas vacia una cisterna ; luego en una hora vaciarà un octavo.

Estas mismas partes de la cisterna , que cada caño vacia en una hora , se pueden conocer facilmente sin hacer regla de tres , poniendo el tiempo ( quando es numero entero ) en que cada caño vacia la cisterna por denominador de un quebrado , cuyo numerador es la unidad , como consta claramente de las operaciones antecedentes ; porque como en cada regla de tres el segundo , y tercer termino son la unidad , la qual no aumenta la multiplicacion ; assi , multiplicando segundo por tercer termino , el producto es 1. el qual partido por el primer termino , que es el numero de las horas , hace quebrado en la forma referida.

Hecho esto , reduzganse los quebrados  $\frac{1}{2}$  ,  $\frac{1}{3}$  ,  $\frac{1}{8}$  , á un comun denominador , y serán 24. 48. avos , 16. 48. avos , 6. 48. avos , cuya suma 46. 48. avos señalarà las partes de la cisterna que vacian los tres caños en una hora. Digase aora : Si 46. dan 1. hora ; luego 48. que es el denominador , darán una hora , y 1. 23. avos ; y en tanto tiempo se vaciarà la cisterna.

Para saber la parte de agua que vaciarà cada caño , digase : Si en una hora vacia el caño mayor media cisterna ; luego en una hora , y 1. 23. avos vaciarà 12. 23. avos. Otra vez : Si en una hora vacia el caño mediano un tercio de cisterna ; luego en una hora , y 1. 23. avos vaciarà 8. 23. avos. Otra vez : Si en una hora vacia el caño menor un octavo de cisterna ; luego en una hora , y 1. 23. avos vaciarà 3. 23. avos.

Está



Esta questcion se podia proponer de otro modo sin mudar la sustancia : Si tres Artífices , Segadores , Molinos , &c. hacen , siegan , muelen , &c. una cierta obra , ò cantidad ; el primero en 2. dias , el segundo en 3. y el tercero en 8. preguntase los tres juntos en quanto tiempo la acabarán ? Obrando como antes , se hallará 1. dia , y 1. 23. avos , y el primero avrá concluido 12. 23. avos de la obra ; el segundo 8. 23. avos , y el tercero 3. 23. avos.

535 Question 35. Dos correos , salen á un mismo tiempo , el uno de Madrid , y el otro de Valencia (cuya distancia es 50. leguas) el primero caminaria todas las 50. leguas en 5. dias , y el segundo en 3. dias ; preguntase quando , y en que distancia se juntarán ?

Digase por regla de compañía : Si 8. suma de los dias , dà 50. suma de las leguas : Luego los 3. dias del segundo , darán 18. leguas , y tres quartos que avrá caminado el primero (es la regla permutada.) Otra vez : Si 8. dán 50. luego 5. dias del primero , dará 31. legua , y un quarto por el camino del segundo.

Aora para saber el tiempo , digase : Si el primero corre 50. leguas en 5. dias ; luego para correr 18. leguas , y tres , quartos , avrá menester 1. dia , y tres octavos. Y el mismo tiempo se hallará por el camino del segundo , diciendo : Si el segundo corre 50. leguas en 3. dias ; luego para correr 31. legua , y un quarto , avrá menester 1. dia , y tres octavos , y un tanto tiempo se juntarán los dichos correos.

Lo mismo es , si una Isla tiene 50. leguas de circunferencia , y salen dos Navios á un mismo tiempo de un Puerto de dicha Isla por partes contrarias ; el primero la circuye en 8. dias ; el segundo en 3. preguntase en quanto tiempo , y en que distancia se encontrarán ?

536 Question. 36. Entre quatro Mercaderes compran cierta mercaderia : el primero contribuye con dos quintos del precio ; el segundo con quatro nóvenos , el tercero con un septimo , el quarto dió 300. reales. preguntase quanto vale la dicha mercaderia ?

Reducidos los quebrados , son  $\frac{126}{315}$  .  $\frac{40}{315}$  .  $\frac{45}{315}$  . La suma 311. 315. avos es lo que dieron los tres primeros ; luego el quarto dió 4. 315. avos , que es lo que falta de dicha suma , hasta un entero , lo qual supone por los 300. reales que dió el quarto : Pues si 4. que es el numerador del quebrado correspondiente al quarto , supone por 300. reales que dió el quarto Mercader ; luego 315. que es el denominador , ò todo el precio dará 23625. reales , y tanto vale la dicha mercaderia.

## P A R T E   I I I .

### DE LAS REGLAS DE ALIGACIONES, ò Mezclas.

338

**A**LIGACION es una mezcla de algunas especies , como de trigos , vinos , lanas , &c. Para que resulte otra especie media en perfeccion , ò valor. Como mezclando oro de 20. quilates con otro oro de 16. quilates ; saldrà un mixto, ò especie media de oro mas perfecto , que 16. quilates , y menos que 20. Y como las especies dadas , ò que se han de ligar , se pueden mezclar de diferentes modos , tomando mas de una , que de otra , por esso la especie media puede tener diferentes grados de perfeccion , ò valor ; pero dentro de los terminos de las especies que se han de mezclar ; de suerte , que la especie media , no puede ser mas perfecta , que la especie mayor , ni menos , que la menor.

Esta regla de Aligacion , es en dos maneras , *Simple* , y *Compuesta*. En la Aligacion Simple , solas se mezclan dos especies , y concurren seis terminos , que son especie *Mayor* , *Menor* , y *Media*, que se declaran por sus precios , ò perfecciones , y las tres cantidades de la especie mayor , menor , y media. En la Aligacion , *Compuesta* ay mas de dos especies , y se pueden reducir à quatro clases de terminos, es à saber: *Especie media* , *Especies que se mezclan* , *Diferencias*, y *Cantidades de las especies*.

En todas las Aligaciones , es preciso poner los terminos en su devido lugar , pues deste modo se resolverán facilmente muchas questiones , que de otra manera serian dificultosas. Escrivanse las especies como se vè en la formula , la Mayor arriba , la Menor debaxo , y la Media al lado izquierdo : Las diferencias estaran á la derecha , y las cantidades mas ácia la derecha , correspondencia á las especies , y diferencias. En el exemplo siguiente , estara todo manifesto.

Un Platero tiene dos especies de oro de 20. y de 16. quilates , y queriendo hacer 24. onzas de oro de 17. quilates , desea saber quanto tomarà de cada especie. Primeramente escrivase la especie media,

esta, que es oro de 17. quilates, y despues las otras especies que se han de Aligar, po-

niendo siempre la mayor arriba, y la menor debaxo; las diferencias destas especies á la media, se han

Spec. med.	Especies.	Diferencias.	Cantidades.
20.		1.	6.
17.	X		
16.		3.	18.
<hr/>			
		4	24.

de escribir en cruz al lado de dichas especies, y las cantidades, al lado derecho de las diferencias; ultimamente tirando una linea por baxo, se escribirán las sumas de las diferencias, y de las cantidades debaxo las mismas diferencias, y cantidades, como todo se vè en la formula. Si en la question falta alguna cosa destas, se dexará en blanco lo que faltáre.

## ALIGACIONES SIMPLES.

### Preceptos.

§39 **Primero:** Escrivase la especie mayor arriba, la menor debaxo, y la media al lado izquierdo, como està dicho; despues restese la especie media de la mayor, y la diferencia, pongase al lado derecho de la menor; restese tambien la especie menor de la media, y la diferencia, escrivase al lado de la mayor; de fuerte, que las diferencias estèn en cruz; sumense las diferencias, y si la suma se hace todo, las mismas diferencias serán las partes de la mezcla.

§40 **Segundo:** Si el mixto se desea en alguna cantidad determinada, se escribirà debaxo la linea al lado derecho de la suma de las diferencias, y haciendo tantas reglas de tres como diferencias ay, lo que saliere, serán las cantidades. El primer lugar de la dicha regla de tres, tendrá la suma de las diferencias. El segundo, la cantidad del mixto señalada. El tercero, cada diferencia. Y el quarto, las partes de la cantidad. De fuerte, que son proporcionales la suma de las diferencias con la cantidad del mixto, y las mismas diferencias con las partes de dicha cantidad.

§41 **Tercero:** Quando ay alguna especie que no tiene valor, ò alomenos no se hace caso dèl, como quando se liga oro con cobre, vino con agua, &c. entonces pongase un zero por la especie menor, y se obrará del mismo modo.

542 **Question 1;** Un Platero tiene oro de 20. y de 16. quilates, y quiere mezclarle de fuerte, que salga oro de 17. quilates; preguntase quanto tomará de cada uno? Escriba los terminos como queda dicho: y si quiere el mixto en una cantidad indeterminada, la suma de las diferencias representa el mixto, y las mismas diferencias las partes del mixto, con que tomarán una parte de oro de 20. quilates, y tres de oro de 16. quilates, y el mixto será de 17. quilates. Pero si quiere cantidad determinada como 24.

20.	1.	6.
71.	×	
16.	3.	18.
<hr/>		
	4.	24.

onzas de oro de 17. quilates, escrivalos debaxo la linea, y diga por regla de tres: Si la suma de las diferencias 4. dà 24. onzas; luego la diferencia 3. darán 18. onzas; y la diferencia 1. darà 9. onzas; con que para hacer 24. onzas de 17. quilates, avrá de tomar 18. onzas oro de 16. quilates, y 6. onzas de 20. quilates.

#### *Demonstracion.*

La diferencia 3. de la especie media 17. à la mayor 20. precisamente nace de la mezcla que ay de la especie menor en el mixto; porque si en el mixto no huviera alguna porcion de la especie menor, el dicho mixto, ò especie media, seria la misma especie mayor, y no avria diferencia alguna; luego la diferencia 3. de la especie media à la mayor se ha de poner al lado de la especie menor, porque nace della. Asi mismo la diferencia 1. de la especie menor 16. à la media 17. nace de la mezcla de la especie mayor en el mixto; luego se ha de escribir al lado de la especie mayor.

Con que la diferencia 3. de la especie media à la mayor, representa, ò por mejor decir, es la porcion de la especie menor, que ay en el mixto; y la diferencia 1. de la especie menor à la media, es la parte de la mayor, que ay en el mismo mixto; luego son proporcionales, como la diferencia 3. à la diferencia 1. asi recíprocamente la porcion de la especie menor que ay en el mixto, à la porcion de la especie mayor que ay en el mismo mixto; luego componiendo (3 1 4) como la suma 4. de las diferencias à cada diferencia, asi la suma de las partes de la especie mayor, y menor que ay en el mixto, que es toda la masa del mixto, à cada parte de la especie mayor, y menor. Y alternando (3 6) como la suma de las diferencias, à la suma de las partes de la mezcla, asi las diferencias à las partes de la mezcla, ò cantidad, luego la suma de las diferencias, representa al mixto, y cada diferencia es la parte de la mezcla.

Y así, queriendo alguna cantidad determinada del mixto, como 24. onzas, se dirá por regla de tres: Si la suma 4. de las diferencias que supone por el mixto, son 24. onzas, cada diferencia, quantas onzas serán? Siguiendo la regla, se hallarán las partes de la cantidad proporcionales à las diferencias.

#### Examen.

§43 Multipliquense la cantidad del mixto 24. onzas por las diferencias 1. y 3. y sumando los productos 24. y 72. saldrán 96. Multipliquese ahora la suma 4. de las diferencias por las partes de la cantidad 6. y 18. sumando los productos 24. y 72. han de salir los mismos 96. De fuerte, que la suma de los productos de la cantidad por las diferencias, ha de ser igual à la suma de los productos de la suma de las diferencias por las partes de la cantidad.

La razon desto es manifesta, porque como son proporcionales la suma de las diferencias 4. à la cantidad 24. así una diferencia 3. à la parte de la cantidad 18. el producto 72. de los extremos, es igual al producto 72. de los medios: Así mismo, como la misma suma 4. à la cantidad 24. así la otra diferencia 1. à la otra parte de la cantidad 6. luego el producto 24. de los extremos, es igual al producto 24. de los medios (298); luego las sumas de cada dos productos, son iguales, porque en las dos proporciones, el primero, y segundo terminos, son los mismos. Tambien multiplicando las diferencias, y cantidades en cruz, han de salir iguales productos; y así multiplicando 3. por 6. y 1. por 18. salen 18. Así mismo, multiplicando la suma 4. de las diferencias por la especie media 17. ha de salir un producto 68. igual à la suma de los productos de las diferencias, por las especies que tienen al lado.

#### Corona de Archimedes.

§44 Por esta regla se puede facilmente resolver aquel famosissimo Problema, que el vulgo llama de la Corona de Archimedes. El caso fuè este: Hieron Rey de Zaragoza, de Sicilia, aviendo prometido à los Dioses una Corona de oro purissimo, entregò à un platero oro de 24. quilates para fabricar dicha Corona; el oficial puso mezcla de plata; y el Rey temiendo el hurto, la entregò à Archimedes para averiguarlo fin deshacer la Corona. Archimedes usando de las reglas de la Hydrostatica, como comunmente se cree, tomò un pedazo de oro, y otro de plata, cada uno de igual peso con la Corona, la qual supongo que pesava 100. onzas, y llenando un vaso de agua, metiò la Corona dentro, y pesò la agua que expeliò,

que

que supongo fueron 81. onzas ; bolvió à llenar el vaso , y metiendo el pedazo de oro , observò , que salieron 80. onzas. Otra vez llenò el vaso , y poniendo el pedazo de plata , salieron 90. onzas.

De donde conociò que avia mezcla , porque la plata es menos pesada que el oro , de suerte , que en un mismo peso de plata , y de oro , tiene mayor magnitud la plata que el oro , como se vè en un real de à ocho , y un doblon de à ocho , que pesando los dos casi lo mismo tiene mayor cantidad el real de à ocho , que el doblon ; luego mas agua expeliria el real de à ocho , que el doblon ; pues viendo que la Corona expelia mas agua que el pedazo de oro de igual peso , tuvo por cierto que avia mezcla.

Esto supuesto , para conocer quanta plata avia en dicha Corona , se formará una regla de aligacion por la agua expelida deste modo.

Tomese la agua que expelió la Corona por la especie media , y la agua que expelieron el oro , y la plata por las especies menor , y mayor ; y escribiendo las diferencias en cruz , y debaxo la suma 10.

90.	1.	10.	Plata.
81.	×		
80.	9.	90.	Oro.
<hr/>			
	10.	100.	

digase por regla de tres : Si la suma de las diferencias 10. dà 100. onzas de peso de toda la Corona , luego la diferencia 9. de oro , dará 90. onzas de oro ; y la diferencia 1. de plata , dará 10. onzas de plata , y tanta mezcla avia.

Pero adviertanse dos cosas ; la primera , que la corona no avia de tener mezcla de otro metal mas que de plata : Porque en una mezcla de tres , ò mas metales , no se puede saber la cantidad de cada metal , como lo demuestra el P. Jacobo Billy en su Algebra. Ni Archimides pudo conocer si la mezola era de cobre , ò de plata , sino es que fuesse costumbre de aquellos Plateros no mezclar en el oro otro metal , sino plata , como lo insinua Merfenneo en su Hydraulica prop. 51. La segunda , que avia de ser sólida , porque si dentro tuviese alguna concavidad expeliria mas agua , como se vè en una bola vacia , la qual puesta en el agua , saca mayor porcion de agua , que la que corresponde à su peso , si fuera sólida.

545 Question 2. Cierta cantidad de oro de 17. quilates , tiene 18. onzas de oro de 16. quilates , y lo restante es de 20. quilates ; preguntase quantas onzas de oro serán ? Dispuestos los termi-

20.	1.		
17.	×		
16.	3.	18.	
<hr/>			
	4.		

nos, como queda dicho, dexando vacío el lugar donde faltan los que se buscan, y halladas las diferencias como antes, digase por regla de tres: Si la diferencia 3. dá 18. onzas; luego la suma 4. dará 24. onzas, que es toda la cantidad del mixto, y restando las 18. onzas de las 24. saldrán 6. onzas de 20. quilates.

546 Question 3. Si 6. onzas de oro de 20. quilates, se mezclan con 18. onzas de 16. quilates; de quantos quilates será la mezcla. Escribanse los terminos como antes, y restando la especie menor 16. de la mayor 20. saldrán 4.

que es la suma de las diferencias, la qual se escribirá en su lugar; de fuerte que la resta de las especies, es la misma que la suma de las diferencias. Digase ahora por regla de tres:

Si la cantidad del mixto 24. dá la

suma de las diferencias 4. luego la parte del mixto 18. dará la diferencia 3. de la especie mayor, y media; luego restando 3. de 20. quedarán 17. por la especie media, y de tantos quilates son las 24. onzas de mixto. Tambien se podia decir: Si 24. dán 4. luego 6. dará 1. que es la diferencia de la especie menor, y media; y así sumando 1. con 16. salen los mismos 17. de la especie media.

Adviertanse, que en qualquier question dados dos terminos de las cantidades, se sabrá el tercero, y lo mismo es de las diferencias; y así, si se dan 6. onzas de oro de 20. quilates, y la suma 24. onzas, restando, se sabrá la otra cantidad 18. Si se dan 18. y 24. restando, saldrán 6. Si se conocen 18. y 6. sumando, saldrán 24. Lo mismo es en las diferencias, porque son proporcionales.

547 Question 4. Si mezclando 6. onzas de oro de 20. quilates con 18. onzas de oro de ciertos quilates, sale la mezcla de 17. quilates; preguntase de quantos quilates eran las dichas 18. onzas? O si 24. onzas de 17. quilates, tienen 6. onzas de 20. quilates, las restantes 18.

onzas, de quantos quilates serán?

Puestos en orden los terminos, digase:

Si 18. dán 3. de diferencia; luego

6. darán 1. de diferencia de la especie

menor à la media, y así restando

de la especie media 17. quedará la menor 16. y de tantos quilates eran las 18. onzas.

20.	.	6.
	×	
16.	.	18.
<hr/>		
	4.	24.

20.	1.	6.
	×	
17.		3.
		18.
<hr/>		
		24.



De otro modo : Si 18. dán. 3. luego 24. darán 4. suma de las diferencias , ò diferencia de las especies ; pues restando 4. de la especie mayor 20. (ò sumando , si fuese la menor) saldrá la especie 16. y de tantos quilates eran las 18. onzas.

548 Question 5. Si 6. onzas de oro de 20. quilates , se mezclan con 18. onzas de otro oro , y la diferencia de los quilates de la mezcla , y del oro de 18. onzas , es 1. preguntase de quantos quilates será la mezcla ò mixto , y las 18. onzas ? Supongo que los 20. quilates , es. la. especie mayor : Digase pues : Si 6. dán 1. que darán 18. Siguiendo la regla , salen 3. que es la diferencia de la especie dada 20. y de la media , luego restando 3. de 20. quedan 17. por la especie media , que son los quilates de la mezcla. Ahora restando la diferencia 1. de los 17. quedarán 16. por la especie menor , ò quilates de las 18. onzas.

20.	1.	6.
.	×	.
.	.	18.
<hr/>		
.	.	24.

De otro modo : Si 6. dán 1. luego 24. suma de las cantidades, darán 4. suma de las diferencias , ò diferencia de las especies ; restense pues los 4. de 20. por ser esta la especie mayor como queda supuesto , que si fuera la menor , se avian de sumar , y quedarán 16. por la especie menor ; sumando pues la diferencia 1. con 16. sale la especie media 17.

549 Question 6. Si 24. onzas de oro , son de 17. quilates , y ay 18. onzas de una especie , y 6. de otra , cuya diferencia de quilates es 4. preguntase de quantos quilates son las 18. y 6. onzas : Supongo que las 6. onzas son de la especie mayor , y las 18. de la menor ? Dispuestos los terminos como está dicho , digase por regla de tres. Si 24. onzas , que es la suma de las cantidades , dán 4. suma de las diferencias , ò diferencia de los quilates ; luego 18. darán la diferencia 3. de la especie mayor, y media ; y así sumados con 17. darán la especie mayor 20. que son los quilates de las 6. onzas , y restando 4. de 20. quedará la especie menor 16. que son los quilates de las 18. onzas.

.	.	6.
17.	×	.
.	.	18.
<hr/>		
.	.	4.
.	.	24.

Tambien , suponiendo que las 6. onzas , son de la especie mayor , se puede decir por regla de tres : Si 24. dán 4. luego 6. darán 1. que es la diferencia de la especie menor à la media , restando pues 1. de 17. especie media , quedará la especie menor 16. y de tantos quilates serán las 18. onzas.

En

En estas dos questiones , si no se determina la especie de las cantidades ; esto es , si son de la mayor , y menor , puede suponerlo el Arithmetico á su arbitrio , y entonces tendrá la pregunta dos respuestas.

450 Question 7. Si 24. onzas de oro mixto tienen 6. de 20. quilates ; las otras 18. onzas , y la mezcla 24. de quantos quilates serán ? Esta question tiene muchas soluciones , y puede el Arithmetico determinar á su gusto los quilates de las 18. onzas , los quales supongo que sean 16. Luego ya se tiene la especie menor ; y así por la question 3. se sabrá de quantos quilates es la mezcla. Tambien se podian determinar los quilates de la mezcla , y por la question 4. hallar los quilates de las 18. onzas.

551 Question 8. Si 24. onzas de oro de 17. quilates se componen de oro de dos especies , las 18. onzas de una especie , y las 6. de otra ; preguntase de quantos quilates es cada especie ? Tambien tiene muchas respuestas , pues puedo determinar la una especie á mi gusto ; y así supongo , que las 6. onzas sean de 20. quilates : Luego por la question 4. hallaré 16. quilates , que es la especie menor. Si hiciera suposicion que las 18. onzas son de 15. quilates , ordenados los terminos , digase:

.	1	6.
17.	×	
6	.	18.
<hr/>		
		24.

Sí 6. dan 1. de diferencia ; luego 18. darán 3. Luego porque le busca la especie mayor añadiendo 3. á la especie media 17. y saldrán 20. quilates. Tambien podia sumar las diferencias , y añadir la suma 4. á la especie menor 16. y saldria la misma especie mayor 20.

Estas 8. questiones , y otras dos , que se comprehenden en ellas , pone el Padre Zaragoza en su *Arithm. lib. 1. cap. 19.* y dice , que en ellas se encierran todas las de esta materia. Veamoslo , y juntamente reduzgamus á mayor claridad algunas questiones que traen los Autores.

552 Question 9. Un Platero tenia 30. onzas de oro , cuyos quilates no sabia ; pero poniendole al fuego , y sacandole del , hallò 28. onzas de 21. quilates , y tres septimos ; pide de quantos quilates serian las 30. onzas. Aqui se vê claramente , que en el fuego menguaron dos onzas , las quales eran de liga , que se supone que no tiene valor. Escribanse , pues , en el lugar de las cantidades las 28. y las 2. de liga , y debaxo la suma 30. onzas

21 $\frac{3}{7}$	.	28
	×	
0	.	2
<hr/>		
	21. $\frac{3}{7}$	30

y porque las 28. onzas eran de 21. quilates, y tres septimos, y las 2. onzas de ningun quilate, escrivanse los 21. quilates, y tres septimos por especie mayor, correspondiendo à las 28. onzas; y un zero por especie menor, correspondiendo à las 2. onzas; y pues la diferencia de las especies es igual à la suma de las diferencias, restese el zero de 21. y tres septimos, y quedaràn los mismos 21. y tres septimos por suma de las diferencias, que se ha de escrivir en su lugar.

Esto supuesto se vé claramente, que esta question es la misma que la tercera. Digase, pues, por regla de tres: Si 30. dan 21. y tres septimos; luego 28. daràn la diferencia 20. la qual se sumará con la especie menor zero, por ser diferencia desta à la media, y saldràn los quilates 20. del mixto.

553 Question 10. Un Platero puso en el crisol 30. onzas de oro de 20. quilates, y despues hallò solas 28. onzas; pidase de quantos quilates son. Esta question, aunque queda resuelta arriba (485), pero por regla de aligaciones se bolverà à resolver. En el

.	20	28
20	×	
0	.	2
<hr/>		
		30

fuego fueron consumidas 2. onzas de liga; luego las partes de la cantidad son 28. y 2. pues escrivanse en su lugar, y debaxo la suma 30. y porque las 2. onzas de liga no tienen valor, pongase un zero por especie menor, correspondiendo à las dos onzas; y la especie media 20. que son los quilates de las 30. onzas se pondrà en su lugar; y tambien la diferencia 20. al lado de las 28. onzas.

Esto supuesto està manifesto, que esta duda es la misma que la question 4. Pues diciendo por regla de tres: Si 28. dan 20. luego 2. daràn 1. y tres septimos de diferencia de la especie mayor à la media; y así, sumados con la especie media 20. saldràn 21. y tres quartos por especie mayor, que son los quilates de las 28. onzas.

554 Question 11. Un Platero puso al fuego ciertas onzas de oro de 14. quilates, y aviendole sacado hallò 12. onzas de 20. quilates; pidese quantas eran las onzas que puso al fuego. En esta question se conocen los quilates del mixto, que es la especie media, mas una parte de la cantidad, y las especies, porque la mayor son 20. quilates, y la menor zero quilates, pues es la especie de las onzas de la liga. Y así,

20	14	12
14	×	
0		6
<hr/>		
		20

dispuestos los terminos conocidos , como se vé , es esta la question 2. pues , sumando las diferencias digase : Si 14. dan 12. la suma de las diferencias 20. dará 17. y un septimo , y tantas onzas puso al fuego: Si resto 12. de 17. y un septimo quedaràn 5. y un septimo , por las onzas de la liga.

555 Question 12. Un Platero quiere mezclar 33. onzas de oro de 20. quilates con 17. onzas de cobre , preguntase de quantos quilates será la mezcla. Aqui están cono- cidas las dos partes de la cantidad , y sus quilates , pues la una es de 20. quilates , y la otra , que es el cobre, es de ningun quilate ; lo que se busca es la especie media , la qual se hallará por la question 3. de 13. quila- tes , y un quinto.

$$\begin{array}{r} 20 \quad . \quad 33 \\ \cdot \quad X \\ 0 \quad . \quad 17 \\ \hline 20 \quad 50 \end{array}$$

556 Question 13. Un Platero tiene 20. onzas de oro de 18. quilates , de las quales quiere sacar 6. onzas que sean de 24. quilates ; pre- guntase las 14. onzas restantes de quantos quilates serán ? En esta question están dadas las dos partes de la cantidad , y una especie ; mas la cantidad 20. ò mixto , y su especie media ; buscase la especie correspondiente à la otra parte de la canti- dad 14. la qual se sabrá por la question 4. que es 15. y tres septimos, y de tantos quila- tes son las 14. onzas.

$$\begin{array}{r} 24 \quad . \quad 6 \\ 18 \quad X \\ \cdot \quad 6 \quad 14 \\ \hline 20 \end{array}$$

557 Question 14. Un Labrador tiene 80 cantaros de vino de 8. sueldos el cantaro , y quiere mezclar vino de à 12. sueldos el can- taro , para hacer la mezcla de 9. sueldos ; preguntase quanto vino añadirà ? Aqui están dadas las tres especies , y por configuiente las di- ferencias , y una parte de la canti- dad ; buscase la otra , la qual se hallará por la regla de la question 2. que es 26 y dos tercios , y tantos cantaros de vino de 12. sueldos ha- de añadir , para que la mezcla salga de 9. sueldos.

$$\begin{array}{r} 12 \quad 1 \quad . \\ 8 \quad X \quad 3 \quad 80 \\ \hline \end{array}$$

558 Question 15. Un Platero comprò 6. marcos de plata do- rada por 800. reales ; el oro le comprò à razon de 1200. reales el marco ; y la plata à razon de 80. reales el marco , preguntase quanto oro

oro, y plata avia. Para ordenar los terminos es preciso saber quanto vale un marco de la mezcla, lo qual se conocerà partiendo los 800. reales que costaron los 6. marcos, por los mismos 6. marcos, y saldrán 133. reales, y dos tercios, que será la especie media. La especie mayor es el valor del marco de oro 1200. reales; y la menor los 80. reales del marco de la plata.

Hecho esto, y halladas las diferencias, digase por regla de tres:

Si 1120. suma de las diferencias, dan 6. marcos de mezcla; luego la diferencia 53. y dos tercios dará 161. 560. avos de marco de oro; y la diferencia 1066.

y un tercio dará 5. marcos, y 399. 560. avos de marco de plata. Y esta es la regla de la question primera; pero con la advertencia, que primeramente se ha de saber el valor de un marco de la mezcla.

$$\begin{array}{r}
 1200 \quad 53 \frac{1}{3} \quad 0 \frac{161}{560} \\
 133 \frac{1}{3} \quad X \quad 1066 \frac{2}{3} \quad 5 \frac{399}{560} \\
 \hline
 1120 \quad 6
 \end{array}$$

559 Question 16. Un Labrador tiene 24. cahices de trigo, mezclado de dos especies, cuyo cahiz vale 60. reales; ignora los cahices, y el valor de cada especie; pero bien sabe que ay doblado trigo del de baxo precio, que del de alto, y que la diferencia de los precios de cada especie es 30. preguntase quanto trigo ay de cada especie, y quanto es su valor?

En esta question solos están dados la cantidad, y su valor, que es la especie media 60. reales; mas la proporcion de las partes de la cantidad, que es dupla, como 2. à 1. y la diferencia 30. de los precios de las partes de la mezcla, que como está dicho, es la suma de las diferencias, y por esso se ascrive en su lugar; pues para resolverla necesita de preparacion. Y así, porque las partes de la mezcla están en razon dupla, como de 2. à 1. dividase la cantidad 24. en la misma razon sumando 2. y 1. diciendo por regla de tres: Si 3. dan 1. luego 24. daràn 8. Otra vez: Si 3. dan 2. luego 24. daràn 16. Con que las partes de la mezcla son 8. y 16. así avia en los 24. cahices del mixto 16. cahices de trigo de mas baxo precio, y 8. del de mas alto.

Y pues las diferencias son proporcionales con las partes del mixto,

mixto, ó cantidad, tambien han de estar en dupla proporcion; y así, digase por regla de tres: Si 24. dan 30. de la suma de las diferencias; luego 8. darán 10. y 16. darán 20. que son las diferencias. Ahora sumando la diferencia 20. con la especie media 60. saldrán 80. reales por el valor de los 8. cahices; y restando la diferencia 10. de los mismos 60. reales, quedarán 50. por el valor de los 16. cahices, como se ve aquí todo figurado.

80	10	8
60	X	
50	20	16
<hr/>		
	30	24

Esta duda, sin su devida preparacion, no se puede resolver por ninguna de las 8. primeras questiones.

560 Question 17. Ciertas onzas de oro de 16. quilates se componen de oro de 22. quilates, y de otro oro de menos quilates ay 24. onzas; la suma de las onzas del mixto, ó cantidad, y de la diferencia de las especies mayor, y menor (que es la suma de las diferencias), es 45. pidefe quanto oro ay de 22. quilates, y las 24. onzas de quantos quilates son.

En esta question están dados los terminos que se ven en la formula, y mas la suma 45. del mixto, y diferencia de los extremos, que como está dicho, es la misma suma de las diferencias. Sumese la diferencia 6. con las 24. onzas que tiene al lado; luego por regla de tres: Si la suma 30. viene de 24. la suma dada 45. de quantos vendrá? Siguiendo la regla salen 36. y de tantas onzas es el mixto. Restando, pues, las 24. onzas de las 36. quedan 12. onzas por el oro de 22. quilates. Ahora digase: Si 24. dan 6. de diferencia; luego 12. darán 3. por la otra diferencia; la qual por ser de la especie menor à la media, restese de dicha media 16. y quedará la especie menor 13. y de tantos quilates son las 24. onzas.

22	.	.
62	X	
.	6	24
<hr/>		

La razon desto es manifesta, porque la suma de las diferencias 9. el mixto 36. tiene la misma razon que una diferencia 6. à la parte del mixto correspondiente 24. como está dicho: Luego alternando como 9. à 6. así, 36. à 24. (306); y pues la suma 45. de los antecedentes 9. y 36. à la suma 30. de los consequentes 6. y 24. es como el antecedente 9. al consequente 6. (318); esto es, como 45. à 30. así 9. à 6. y como 45. à 30. así el otro antecedente 36. à su consequente 24. Luego invirtiendo como 30. à 45. así, 24. à 36. (307), y alternando como 30. à 24. así,

45. à 36. que es la regla de tres que hemos resuelto. Lo restante de la question por sí es manifesto, y queda explicado arriba.

Esta question, ni otras muchas, que à su semejanza podrá inventar el Arithmetico, tampoco està comprehendida en las 8. primeras.

561 Question 18. Pedro tiene polvora de 6. as y as, y de 4. as y as; preguntase para-hacer 42. libras de polvora de 5. as y as, quanto tomará de cada una. Escribanse las especies en forma de quebrado, poniendo por numerador al

salitre de cada composicion, y por denominador à la suma de todas las partes de la composicion; y así, en la polvora de 6. as y as, el numerador será 6. y el denominador 8. que es la suma de 6. 1. y 1. Hecho esto,

$$\begin{array}{r} \frac{6}{8} \quad \times \quad \frac{1}{21} \quad = \quad 24 \\ \frac{4}{8} \quad \times \quad \frac{1}{28} \quad = \quad 18 \\ \hline \frac{1}{12} \quad = \quad 42 \end{array}$$

figuiendo la regla, y abreviando los quebrados para mayor facilidad, salen 24. libras de polvora de 6. as y as, y 19. libras de polvora de 4. as y as; y tanto salitre ay en las 24. libras de 6. as y as, y en las 18. de 4. as y as, como en las 42. de 5. as y as; que en lo que iguala las violencias de las polvoras, segun opinion de los Artilleros.

¶ Y advierto, que por seguir un mismo tenor, y combinar mejor todas estas questions, he puesto exemplos en el oro; pero lo mismo es en la plata,

suponiendo, que así como el oro puro, y fin liga, se dice que es de 24. quilates; el mismo modo, la plata pura, de copela, ò cendrada, se

			Marc.	Onzas.	Quart.
281	11	4.	7.	1.	$\frac{23}{29}$
263	X				
252	18	8.	0.	2.	$\frac{6}{79}$
<hr/>					
	29	13.			

dice de 12. dineros, y cada dinero 24. granos. Si tiene una parte de las 12. de liga, es de 11. dineros; si tiene 2. es de 10. dineros, &c. Como si un Platero tiene plata de 10. dineros, y 12. granos de ley, y de 11. dineros, y 17. granos para saber 13. marcos de plata de 10. dineros, y 23. granos, qué cantidad pondrá de cada una, lo hará deste modo: Reduzga los dineros à granos, multiplicando por 24. y añadiendo los granos de cada ley; y así la de 10. dineros, y 12. granos tendrá 252. granos, la de 11. dineros, y 17. granos tendrá 281. granos, y la especie media de 10. dineros, y 23. granos, tendrá 263. granos. Esto supuesto, hará la aligacion por la question 1. Y lo mismo en todas las demás questions.



ALIGACIONES COMPUESTAS.

En las aligaciones compuestas los terminos se escriben del mismo modo que en las simples. Pero las partes de la mezcla no están necesariamente determinadas, como en las aligaciones simples; pues se puede tomar más de una especie que de la otra, y compensar la qualidad de una especie con la cantidad de la otra, como luego veremos. Se pueden hacer de dos modos. El primero, por muchas aligaciones simples; y el segundo, por una sola compuesta.

Modo primero.

Preceptos.

562 *Primero.* Haganse alomenos tantas aligaciones simples, quantas fueren menester, para que se ligen todas las especies de dos en dos con la comedia, aunque una misma especie se ligue dos, ò mas veces.

563 *Segundo.* Dividase la cantidad del mixto en tantas partes arbitrarias: esto es, del modo que se quifieren, quantas fueren las aligaciones.

564 *Tercero.* Si alguna especie se ha ligado muchas veces, sumense las partes de la mezcla que salieren en cada ligacion, para tener la parte de mezcla correspondiente á la tal especie. En los exemplos estará todo manifesto.

565 *Question 19.* Un Mercader tiene Ambar, que vale á 20. libras la onza: Almizcle, cuya onza vale 12. libras; y Algalia, cuya onza vale 8. libras, quiere mezclar todas estas tres olores, de suerte, que la onza del mixto valga 15. libras; pregunta quanto se tomará de cada especie.

Aqui se han de hacer dos aligaciones; y pues son tres las especies dadas, necesariamente la una se ha de ligar dos veces; y así divido la onza que se desea del mixto en dos qualquier partes, en un quarto, y en tres quartos. Aligo ahora el Ambar, y Almizcle con la especie media 15. escribiendo las diferencias 3. y 5. en cruz, y diciendo por regla de tres: Si la suma de las diferencias 8. dan un quarto (que es la una parte del mixto), luego 5. da-

20	3	3 <sup>2</sup> .
15	X	
12	5	5 <sup>2</sup> .
<hr/>		
	8	1 <sup>4</sup> .

rà 5. 32. avos de onza de Almizcle; y 3. darà 3. 32. avos de onza de Ambar.

Hago otra aligacion del Ambar, y Algalia, con la especie media 15. escribiendo las diferencias en cruz, y diciendo por regla de tres: Si la suma de las diferencias 12.

dan  $\frac{3}{4}$  de onza del mixto (que es la

otra parte); luego la diferencia 7.

darà 21. 48. avos de onza de Ambar; y

la diferencia 5. darà 15. 48. avos de

onza de Algalia. Y porque el Ambar

se ha aligado dos veces, sumense las

cantidades que han salido en las dos aligaciones, que son 3. 32. avos,

y 21. 48. avos, ò 14. 32. avos de onza, y serán 17. 32. avos. Con que

para hacer una onza del mixto, se han de tomar 17. 32. avos de on-

za de Ambar, 5. 32. avos de onza de Almizcle; y 15. 48. avos, ò 10.

32. avos de onza de Algalia.

Podia aver dividido la onza que se desea del mixto en qualquiera otras dos partes, como en dos sextos, y quatro sextos, y haciendo primero la aligacion del Ambar, y Almizcle, respeto de los dos sextos, y despues del Ambar, y Algalia, respeto de los quatro sextos, saldrán (reducidos los quebrados) 37. 72. avos de onza de Ambar, 5. 18. avos de onza de Algalia; y 5. 24. avos de onza de Almizcle.

566 Asimismo, si el mixto se desea en alguna otra cantidad, como en 20. onzas, le dividirè en dos

partes arbitrarias 8. y 12. Y haciendo

la aligacion del Ambar, y Almiz-

cle, respeto de las 8. onzas, saldrán

3. onzas de Ambar, y 5. de Almizcle.

Haciendo otra vez la aligacion del

Ambar, y Algalia, respeto de las 12.

onzas, saldrán 7. onzas de Ambar, y 5.

de Algalia; y como el Ambar se ha li-

gado dos veces, sumando las 3. onzas

de la una aligacion, y las 7. de la otra,

saldrán 10. onzas del Ambar, 5. onzas

del Almizcle; y 5. de la Algalia, que

son las partes que se han de tomar de cada especie, para hacer las 20. onzas del mixto.

Podia tambien ligar el Ambar, y Almizcle, respeto de las 12. onzas

	20	7	$\frac{21}{48}$
15	X		
	8	5	$\frac{15}{48}$
<hr/>			
		12	$\frac{3}{4}$

	20	3	3
15	X		
	12	5	5
<hr/>			
		8	8
	20	7	7
15	X		
	8	5	5
<hr/>			
		12	12

Onzas del mixto ; y el Ambar ; y Algalia respecto de las 8. onzas , y entonces saldrian 9. onzas , y un sexto de Ambar ; 7. onzas y media de Almizcle ; y 3. onzas y un tercio de Algalia ; con que la question tiene otra respuesta. Podia tambien aver dividido las 20. onzas del mixto en otras partes como en 4. y en 16. y entonces tendria la question otras dos respuestas.

Finalmente , como qualquier numero se podia dividir en infinitas partes , usando de quebrado quando importa , y respecto de cada parte , se pueden hacer alomenos dos Aligaciones (quando ay solas tres especies , porque si las especies son mas , tambien se pueden hacer mas Aligaciones) se podrán hacer infinitas Aligaciones ; y la question tener infinitas respuestas : Y asi tres terminos se pueden aligar infinitamente , y mucho mejor si ay mas terminos.

*Demonstracion.*

Cada Aligacion Simple está ya demonstrada arriba (542). Ahora solo falta probar , que dividiendo la cantidad del mixto en tantas partes arbitrarias , quantas han de ser las Aligaciones, saldrán las verdaderas partes del mixto , que son las cantidades de las especies que se han de poner en la mezcla, para que salga del valor señalado, lo qual pruebo asi; y porque la demonstracion no sea en numeros abstractos, y no esté implicada en quebrado , me valgo del exemplo immediate propuesto (565), que es en numeros enteros.

Las 20. onzas del mixto , se han dividido en 8. y 12. onzas; las 8. constan de Ambar , y Almizcle , de fuerte , que cada onza de las 8. vale 15. libras ; y las 12. onzas restantes , se componen de Ambar , y Algalia , de fuerte, que cada onza , vale tambien 15. libras ; y asi ay dos masas , ò mezclas iguales en perfeccion ; esto es , que la onza de cada una , vale lo mismo ; luego juntando las dos masas , ò mezclas , saldrán 20. onzas compuestas de Ambar, Almizcle, y Algalia , cuya onza valdrá 15. libras , porque juntando dos, ò mas mixtos de igual perfeccion, nace un todo del mismo valor , que cada mezcla de por sí , como juntando una porcion de oro de 20. quilates , con otra tambien de 20. quilates , saldrá oro de 20. quilates , pues que no ay causa por la qual se aumente , ò disminuya la perfeccion. Y asi juntando las 8. onzas de Ambar , y Almizcle , cuyo valor son 15. con las 12. de Ambar , y Algalia , cuyo valor son tambien 15. libras , saldrán 20. onzas tambien de 15. libras de valor.

*Modo segundo.**Preceptos.*

567 *Primero* : Escritas las especies como está dicho , liguense todas de dos en dos con la especie media , aunque una misma especie se ligue dos , ò mas veces , de suerte , que las especies que se ligan de dos en dos , no han de ser mayores , ni menores que la media , fino una mayor , y otra menor.

568 *Segundo* : Las diferencias de cada especie á la media , escrivanse en cruz ; es , la diferencia de la especie menor á la media , pongase al lado de la mayor ; y la diferencia de la especie mayor á la media , escrivase al lado de la menor.

569 *Tercero* : Sumense las diferencias , pero con esta advertencia , que si al lado de una especie huviere dos , ò mas diferencias , al tiempo de sumarlos , no se ha de hacer cuenta que son unidades , decenas , &c. fino unidades Simples ; esto es , no se han de sumar atendiendo al lugar de la numeracion.

570 *Quarto* : Instituyanse tantas reglas de tres , quantas diferencias huviere , en las quales la suma dellas , tendrá el primer lugar ; el segundo será de la cantidad del mixto ; en el tercero estará cada diferencia , tomada como está dicho ; y en el quarto , las partes de la mezcla. Ahora lo practicaremos todo.

571 *Question 20.* Un Platero tiene oro de 24. 20. 18. 16. y 15. quilates , quiere mezclarle , y hacer 60. onzas de oro de 19. quilates ; preguntase quanto tomará de cada especie ? Escrivanse las especies como se vè , y ligando

los 15. y 24. quilates con los 19. pongase la diferencia 4. de 15. á 19. al lado de las 24. y las diferencias 5. de 19. á 24. al lado de los 15. Liguense del mismo modo los 16. y 20. quilates , escriviendo las diferencias 3. y 1. encontradas. Liguense ultimamente los 18. y 24. porque como los 18.

quedan solos , por fuerza , se han de ligar con otra especie ya ligada , y la diferencia 1. de 18. á 19. escrivase enfrente de los 24. y al lado de la diferencia 4. la otra diferencia 5. escrivase al lado del 18.

*Especies. Diferencias.*

24.	4.	1.	15.	15.
20.	3.		9.	19.
19.				
18.	5.		15.	15.
16.	1.		3.	19.
15.	5.		15.	15.

19.

60.

He-

Hecho esto, sumense las diferencias 1. 4. 3. 5. 1. 5. tomando las dos 4. y 1. que están en una línea como unidades; esto es, como quatro, y uno, no como quarenta y uno: Y digase por regla de tres: Si 19. suma de las diferencias, dà 60. onzas; luego la diferencia 4. y 1. que es 5. darà 15. onzas, y 15. 19. avos de oro de 24. quilates; luego la diferencia, 3. darà 9. onzas, y 9. 19. avos de oro de 20. quilates, y así de las demás.

24.	4.	3.	1.	14.	$17\frac{2}{19}$
20.	4.	3.	1.	14.	$17\frac{2}{19}$
19.					
18.	5.	1.		10.	$17\frac{10}{19}$
16.	5.	1.		10.	$17\frac{10}{19}$
15.	5.	1.		10.	$17\frac{10}{19}$
<hr/>					
34.				60.	

Si se quieren haecr todas las Aligaciones posibles, liguense todas las especies quantas veces se puedan, ligando siempre la mayor, y menor con la media; como ligando los 15. y 24. quilates, son las diferencias 4. y 5. que se han de escribir encontradas; esto es, la diferencia 4. del 15. à 19. pongase al lado del 24. y la diferencia 5. del 19. al 24. escrivase al lado del 15. Liguense tambien el 15. con el 20. escriviendo las diferencias 4. y 1. en cruz; esto es, la diferencia 4. del 15. al 19. al lado del 20. y la diferencia 1. del 19. al 20. al lado del 15.

Liguense los 16. y 24. quilates, escriviendo las diferencias 3. y 5. encontradas; liguense del mismo modo el 16. y 20. escriviendo las diferencias 3. y 1. en cruz. Así mismo se ligarán el 18. con el 24. y otra vez el mismo 18. con el 20. Sumando pues las diferencias como está dicho, será la suma 34. Digase agora: Si 34. dàn 60. onzas, luego 8. (que es la suma de las diferencias 4. 3. 1. que están al lado de los 24. quilates) daràn 14. onzas, y 2. 17. avos de oro 24. quilates.

Otra vez: Si 34. dàn 60. luego 8. (que es la suma de las diferencias 4. 3. 1. que están al lado de los 20. quilates) daràn 14. onzas, y 2. 17. avos de oro de 20. quilates. Otra vez: Si 34. dàn 60. luego 9. (que es la suma de las diferencias 5. 1. que están al lado de los 18. quilates) daràn 10. onzas, y 10. 17. avos de oro de 18. quilates. Otra vez: Si 34. dàn 60. luego 6. (que es la suma de las diferencias 5. y 1. que están al lado de los 16. quilates) daràn 10. onzas, y 10. 17. avos de oro de 16. quilates. Y así mismo se hallarán 10. onzas, y 10. 17. avos de oro de 15. quilates.

Con que tomando 14. onzas, y 2. 17. avos de oro de 24. quilates,

mas 14. anzas y 2. 17. avos de oro de 20. quilates ; mas 10. onzas y 10. 17. avos de oro de 18. quilates ; mas 10. onzas y 10. 17. avos de oro de 16. quilates ; mas 10. onzas y 10. 27. avos de oro de 15. quilates , y mezclandolas , saldrán 60. onzas de oro de 19. quilates ; de fuerte , que aunque en esta resolucion las partes de la mezcla ayan salido diferentes de la antecedente , pero la suma , ò mezcla , siempre es la misma , recompensando la diversidad con tomar mas de una especie , que de otra .

### *Demonstracion.*

Es la misma , que la del modo antecedente ; porque en este modo de aligacion , se ligan las especies de dos en dos , que es hacer muchas Aligaciones ; como en la operacion primera de la question immediate propuesta , ligando solos los 15. y 24. quilates ; esto es , usando de las diferencias 4. y 5. sin atender á la otra diferencia 1. que está al lado de los 24. quilates , saldrian 12. onzas y 12. 19. avos de oro de 24. quilates , y 15. onzas y 15. 19. avos de oro de 15. quilates , las quales sumadas , hacen 28. onzas y 8. 19. avos de oro de 19. quilates , como está demostrado en las Aligaciones Simples.

Asi mismo , ligando los 19. y 20. quilates , salen 9. onzas y 9. 19. avos de oro de 20. quilates , y 3. onzas y 3. 19. avos de oro de 19. quilates , cuya suma 12. onzas y 12. 19. avos , es de oro de 19. quilates. Del mismo modo ligando los 19. y 24. quilates solos ; esto es , atendiendo solamente á la diferencia 1. que está al lado de los 24. quilates , saldrian 3. onzas y 3. 19. avos de oro de 24. quilates , y 15. onzas y 15. 19. avos de oro de 18. quilates , las quales juntas , hacen 18. onzas y 18. 19. avos de oro de 19. quilates ; como todo está ya demostrado en las Aligaciones Simples.

Con que ligando las especies deste modo , saldrán diferentes mixtos todos de una misma perfeccion , pero compuestos de diferentes especies , como 28. onzas y 8. 19. avos de oro de 19. quilates , mixto de 24. y 15. quilates ; mas 12. onzas y 12. 19. avos de oro de los mismos 19. quilates , compuesto de 16. y 20. quilates , mas 18. onzas y 18. 19. avos de oro , tambien de 19. quilates , mixto de 18. y 24. quilates. Y como estos tres mixtos , son de una misma especie , sumandolos , saldrá el mixto total de la misma especie de 19. quilates.

### *Examen.*

572 La prueba de las operaciones de Aligacion Compuestas es tambien la misma , que la de Aligacion Simple (543) multiplican-

tando la cantidad del mixto 60. por cada diferencia tomada como está dicho, saldrán los productos 300. 180. 300. 60. 300. cuya suma es 1140. Multiplicando por otra parte la suma de las diferencias 19. por cada parte de la cantidad, saldrán los productos 300. 180. 300. 60. 300. cuya suma ha de ser igual à la otra suma 1140. como en efecto lo es.

573 Question 21. Pedro tiene tres generos de vino, uno de 15. sueldos el cantaro, otro de 10. y otro de 7. quiere mezclarlos, y añadir agua para hacer 80. cantaros que valgan 560. sueldos; preguntase quanto tomarà de cada uno? En esta question, y sus semejantes, lo primero se ha de saber quanto vale uno de los 80. cantaros que desea, partiendo los 560. sueldos por 80. y vendrán 7. sueldos, pues tanto vale el vino del mixto. Donde se ha de advertir, que si este quociente 7. fuere mayor que la especie mas alta, ò menor que la mas baxa; esto es, si estuviere fuera de los dos extremos, la question será imposible.

Hecho esto, disponganse los terminos como está dicho, poniendo un zero por la agua que ha de mezclar, y ligando las especies de dos en dos, de fuerte, que ninguna diferencia aya zero, lo qual puede suceder siempre que ay una especie igual á la media (esto advierto, para que aya parte de

cada especie en el mixto; porque si alguna diferencia fuese zero, la especie de su lado, no entraria en la composicion del mixto :) Y assi se ligarán los 15. y 0. poniendo las diferencias 7. y 8. en cruz; liguense los 10. y 0. poniendo tambien las diferencia 7. y 3. en cruz (este 3. ha de estar al lado de la diferencia 8. como está dicho) liguense ultimamente el 10. y el 7. escribiendo las diferencias 0. y 3. en cruz.

15.	7.	20.
10.	7. 0.	20.
7.		
7.	3.	8. 4.
0.	8. 3.	31. 7.
<hr/>		
	28.	80.

Aora digase por regla de tres: Si 28. suma de las diferencias, dan 80. cantaros, luego las diferencias 7. 7. 3. 11. darán 20. cantaros de vino de 15. sueldos; 20. cantaros de vino de 10. sueldos; 8. cantaros y quatro septimos de vino de 7. sueldos, y 31. cantaros, y tres septimos de agua: Y tantos ha de tomar de cada especie.

Aqui es preciso advertir, que quando entre las especies que se han de mezclar, ay alguna de igual valor, ò perfeccion, que la especie media, si esta tal es una de las extremas; esto es, la mayor,



yor, ò la menor, la question es imposible; como si de tres especies de vino de 15. 10. y 7. sueldos, se quiere hacer un mixto de 7. sueldos, será imposible, porque si la especie menor, es de igual valor que la media, luego añadiendo por poco que sea, de las otras especies mas perfectas, saldrá un mixto de mayor valor, y perfeccion, que la especie menor, y por configuiente mas perfecta que la especie media. Así mismo, mezclando vino de 15. 10. y 7. sueldos para hacer vino de 15. sueldos, se pretende un imposible, porque si la especie mayor, vale lo mismo que el mixto; luego añadiendo algo de las otras especies mas imperfectas, saldrá el mixto de menos valor que 15. sueldos.

574 Question 22. Pedro quiere comprar 10. onzas de varias especies por 10. sueldos, en las quales ay canela á 4. sueldos la onza, clavos á 3. sueldos la onza, y pimienta á 8. dineros la onza; preguntase quanto tomará de cada una? Primeramente se partirán las 10. onzas que quieren comprar por los 10. sueldos de todas, y saldrá un sueldo por el valor de una onza del mixto. Y porque en esta question el precio de la pimienta, es dineros, resuelvanse los precios de las otras especies en dineros, comprehendiendo tambien el un sueldo de la media; con que la onza del mixto, valdrá 12. dineros; la de la canela 48. dineros; la de los clavos 36. dineros; y la de la pimienta 8. dineros.

Hecho esto liguense las especies por qualquiera de los dos modos antecedentes, y figuiendo la regla, saldrán 10. 17. avos de onza de canela; 10. 17. avos de onza de clavos, y 8. onzas, y 14. 17. avos de pimienta, y tanto ha de tomar de cada especie.

	48.	4.			10.
12.	36.	4.			10.
	8.	36.	24.	8.	14.
<hr/>					
		68.		10.	

z, y 14. 17. avos de pimienta, y tanto ha de tomar de cada especie.

575 Question 23. Un Platero tiene 12. onzas de oro de 24. quilates; mas 4. onzas de oro de 20. quilates; mas 2. onzas de cobre; quiere mezclarlo todo, y desea saber de quantos quilates saldrá el mixto. En esta question, dadas las especies, y las partes de la cantidad, se busca la especie media. Escribanse las especies, y cantidades como se vè, y multiplicando cada especie por su cantidad, saldrán los productos 288. 80. y 0. cuya suma 368. se partirá por la suma 18.

Especies.	Cantidades.	Productos.
24.	12.	288.
20.	4.	80.
0.	2.	0.
<hr/>		
20.	18.	368.

de

de las cantidades , y el quociente 20. y quatro novenos , será la especie media , ò los quilates de la mezcla que se desean saber.

Advierto aqui , que si esta question se examina por las antecedentes ; esto es , escribiendo la especie media en su lugar , sacando las diferencias , y buscando las cantidades , como si no estuvieran conocidas , no siempre se hallarán las mismas cantidades , aunque siempre todas juntas , harán la misma suma 18. porque como qualquier question de Aligacion Compuesta , puede tener infinitas respuestas , no es facil , que en la primera solucion se hallen las referidas cantidades.

576 Question 24. Un Platero tiene 56. onzas de oro de 16. quilates compuesto de quatro especies , de las quales solas conoce las tres , que son 12. onzas de oro de 22. quilates : 4. onzas de 20. quilates ; y 16. onzas de 15. quilates , pidenfe los quilates de la especie no conocida.

Escrivanse las tres especies , y cantidades conocidas como antes, tirese una linea , y debaxo las especies , ponganse los 16. quilates de la especie media, ò de las 56. onzas , que tambien se escribirán debaxo las cantidades; multipliquese cada especie por su cantidad , y tirando otra linea , escrivase la suma 32. de las tres primeras cantidades debaxo ellas mismas , y así mismo se escrivirá la suma 584. de los tres primeros productos 264. 80. 240. debaxo tambien de los mismos productos.

22.	12.	264.
20.	4.	80.
15.	16.	240.
<hr/>		
16.	56.	896.
<hr/>		
	32.	584.
<hr/>		
13.	24.	312.

Restense aora la suma 32. de los 56. y quedarán 24. onzas. Restese así mismo el producto 584. del producto 896. y quedarán 312. los quales partidos por 24. darán 13. con que la quarta especie son 24. onzas de oro de 13. quilates.

577 Question 25. Un congio , que es un vaso cubico de medio piè geometrico , lleno de miel , pesa 180. onzas ; de agua , 120. onzas ; de aceyte , 108. onzas , como consta por la 2. parte de los Proemiales ; preguntafe : Si se llenase destes tres licores juntos , quanto se pondria de cada uno , para que pesasse 130. onzas ? Siguien-

	180.	22.	10.	31.	132.
130.	120.	50.		49.	132.
	108.	50.		49.	132.
<hr/>					
			132.	130.	

do las reglas de Aligacion como se vè en la formula, saldràn 32 onzas, y 68. 132. avos de miel, 49. onzas y 32. 132. de agua; y 49 onzas y 32. 132. avos de aceyte.

Lo mismo es en las otras especies, y aunque no se aya de llenar el congio, fino hacer otro qualquier cuerpo; como si un cañon de artilleria calza una bala de plomo de 1361. onzas y un quarto, otra de cobre de 1065. onzas, y otra de estaño comun de 877. onzas y media, para saber la cantidad de cada metal, que se ha de mezclar para hacer una bala para el mismo cañon, que pese 1000. onzas, se obrarà del mismo modo, que en la question antecedente.

578 Question 26. En cierta capilla ay una lampara de plata, que pesa 100. onzas, la qual se ha de vender, y hacer otra del mismo tamaño mezclada de cobre, laton, y estaño puro, pregunta-se quanto se mezclarà de cada especie? Para resolver esta question, y sus semejantes, primeramente se ha de saber quanto pesaria cada lampara de solo cobre, laton, ò estaño puro, lo qual se conocerà por la proporcion de los metales, como se hizo arriba (489) diciendo por regla de tres: Si 1127. onzas y media de plata (que es el numero de la tabla de los Proemiales) son iguales en la magnitud, 1065. onzas de cobre; luego las 100. onzas de la lampara de plata, seràn iguales à 94. onzas y 206. 451. avos, y tanto pesaria la lampara de cobre fiendo del mismo tamaño, que la de plata.

Otra vez: Si 1127. onzas y media de plata, son iguales en el tamaño à 1012. onzas y media de laton, luego 100. onzas de la lampara, seràn iguales à 89. onzas y 361. 451. avos, que es el peso de la lampara de laton de la misma magnitud, que la de plata. Ultimamente: Si 1127. onzas y media de plata, son iguales en la grandeza à 862. onzas y media de estaño puro; luego las 100. onzas de la lampara de plata, seràn iguales à 76. onzas y 224. 451. avos, que es el peso de la lampara de estaño puro del mismo tamaño, que la de plata.

Hecho esto, liguense los pesos de las lamparas de cada especie, y porque el peso del mixto no se señala, le puede el Arithmetico determinar à su gusto; pero con tal condicion, que sea medio entre los pesos de las especies dadas, y assi supongo, que la lampara mixta, ha de pesar 80. onzas: Sigo aora la regla de la question antecedente, y hallarè las cantidades, ò partes de la mezcla, que deseava.

579 Question 27. Un Polvorista tiene 10. libras de polvora de 6. as, y as; 12. libras de 5. as, y as; 20. de 4. as, y as, las quales  
quie-

quiere mezclar, y desea saber de que genero de polvora saldrà el mixto. Esta question es la misma que la 23. (575) solo con la diferencia, que aqui las especies se han de escribir en forma de quebrado; como en la question 18. (581). Multiplicando, pues, cada especie por su cantidad, sumense los productos, cuya suma (abreviando el quebrado) se partirà por la suma 42. de las cantidades, y el quociente 1235. 1764. avos, será el quebrado de la polvora mixta, cuyo numerador denota el salitre, y el denominador toda la composicion de la polvora.

Especies.	Cantidades.	Productos.
$\frac{6}{8}$	10.	$\frac{60}{8}$
$\frac{5}{7}$	12.	$\frac{60}{7}$
$\frac{4}{6}$	20.	$\frac{80}{6}$
<hr/>		
1235 1704	42.	1235 47

Y así, restando el salitre 1235. de la composicion de la polvora 1764. quedaràn 529. por la suma del carbon, y azufre. Dividase en dos partes iguales; la una 264. y media, será la porcion del carbon; y la otra el azufre. Párase el salitre 1235. por la porcion del carbon, y saldràn 4. y 354. 529. avos, y de tanto salitre as y as es la polvora mixta.

## P A R T E IV.

### DE LAS REGLAS DE FALSAS POSICIONES.

580 **R**EGLA de falsa posicion, ò suposicion, llaman comunmente los Arithmeticos à una regla de tres, fundada en uno, ò dos numeros supuestos, los quales procediendo segun el tenor de la question no la satisfacen, pero por la regla de tres se alcanza la verdad. Como si se pide un numero, que añadiendole su mitad haga 12. como por suposicion el 6. cuya mitad es 3. la qual añadida al mismo 6. hace 9. Y pues avia de hacer 12. es cierto que la suposicion no satisface à la pregunta. Y así digo por regla de tres: Si 9. provienen de 6. luego 12. vendrán de 8. que es el numero que se busca, cuya mitad 4. añadida al mismo 8. hace 12.

Esta

Esta regla , que como dice , comunmente llaman de falsa posicion , no està fundada en numero falso , porque en la realidad no ay tal numero , pues todos son verdaderos numeros , solo puede ser falso el acto de entendimiento que atribuye à un numero lo que no tiene , como quando uno dice *Pedro es Arbol* , entonces ni Pedro , ni el Arbol son cosas falsas , sino el acto de entendimiento , que atribuye à Pedro el ser Arbol. Ni quando un Pintor , siguiendo la proporcion , de una imagen pequeña , copia una grande , se dice , que la imagen pequeña es falsa , sino que ha servido de exemplar. Lo mismo digo desta nuestra regla , por lo qual no se que motivo han tenido los Arithmeticos para añadir aquella palabra *falsa* , bastava decir *Regla de posicion*. Pero vamos al caso , que hemos de hablar conforme todos hablan.

La regla de falsa posicion es en dos modos : la una *Simple* , en la qual solo se supone un numero ; y la otra es *Compuesta* , que necesita de dos suposiciones. Qualquier question de suposicion simple se puede resolver por la compuesta , pero no al contrario. Y assi parece que bastaria dar solamente la regla de posicion compuesta , pues en ella se encierra la simple ; pero como por la simple se resuelven muchas questions mas facilmente que por la compuesta , por esse explicarèmos la una , y otra. Pero advierto , que estas reglas no son generales ; como algunos piensan , de fuerte , que les parece , que teniendo la pregunta alguna semejanza , ò apariencia de falsa posicion , ya se ha de poder resolver por esta regla ; siendo assi , que ay innumerables questions destas , que solo se pueden resolver por la Algebra , sin que les alcance la industria , y sutileza destas reglas.

Y para que el Arithmetico no se desvele en pretender impossibles , tenga esta advertencia general para entrambas posiciones , mientras que damos otras , que quando el numero que se busca ha de multiplicarse por si mismo , ò por su parte , ò una parte suya por la otra comparte , ò se ha de sacar alguna raiz , entonces la question necesita de Algebra , y por ninguna de las posiciones se puede resolver.

### POSICION SIMPLE.

581 **T**Omese un qualquier numero (el que pareciere mas à proposito) suponiendo que es el que se busca , y assi se llamarà *Suposicion* , ò *Hypothesis* , en el qual se procederà obrando segùn el tenor de la question ; esto es , sumando , restando , &c. conforme lo expresa la pregunta. Y si el numero que saliere satisface à la question , es cierto que la suposicion es el mismo numero deseado ;

do ; pero si no , se ha de buscar por regla de tres , en cuyo primer lugar estará el numero , que obrando segun el tenor de la pregunta , procedió de la suposicion. En segundo lugar estará la suposicion. Y en el tercero el numero dado en la question. Pues resolviendo la regla el quarto numero , será el deseado.

Quando la pregunta procede por partes de un numero incognito , para facilitar la operacion reduzganse los quebrados à un comun denominador. ( 154 ) , y tomando el denominador nuevo , ò comun por suposicion , tendrá las partes deseadas , y se obrará como antes.

Pero porque todas las questions no se pueden resolver por simple posicion , será necesario atender à esta regla ; que quando el numero hallado , segun el tenor de la pregunta , tiene à la suposicion la misma razon que el numero dado en la question , al que se busca , entonces la pregunta se puede resolver por una simple posicion ; pero no se podrá resolver , si no guardan la dicha proporcion.

Y porque no siempre se puede claramente conocer si guardan la dicha proporcion , ò no , se entenderá à esta señal mas manifesto : Siempre que procediendo , segun el tenor de la question , se ha de sumar , ò restar algun numero dado en la misma question , es cierto que por simple posicion no se puede resolver la pregunta , sin reducirla primero.

582 Question 1. Uno , preguntando à otro quantos años tenia , respondió , que si à sus años añadia los dos tercios , serian 100. Preguntase aora quantos años tendria ? Tomese un qualquier numero por suposicion , que tenga tercio , el qual puede ser el denominador 3. del quebrado señalado dos tercios ; añadiendo , pues , los dos tercios del 3. al mismo 3. esto es , el numerador del quebrado al denominador , son 5. y pues avian de ser 100. es cierto que la suposicion , ò numero 3. no es el que se busca. Digase , pues , por regla de tres : Si 5. que es el numero hallado , proviene de la suposicion 3. luego 100. que es el numero dado en la question , vendrán de 60. y tantos años tenia.

*Demonstracion.*

El numero 5. que resulta de aver procedido en la suposicion 3. segun el tenor de la question , es semejante al numero dado 100. porque tiene las mismas partes proporcionales ; esto es , assi como los dos tercios 2. de la suposicion 3. se han añadido al mismo 3. y han hecho 5. del mismo modo los dos tercios 40. del numero que se busca 60. se han añadido al mismo 60. y han hecho 100. con que 5. y 100. son numeros semejantes , cuyas partes 2. y 40. tambien son semejantes , assi como las suposi-



posiciones 3. y 60. que son las compartes de los números 5. y 100. Luego son proporcionales como 5. à 3. así 100. à 60. Luego por regla de tres se conoce el número que se busca.

58; Question 2. Ay un Caliz de oro con su patena de lo mismo, cuyo piè pesa dos tercios de todo el oro; la copa pesa un quarto, tambien de todo el oro, la patena pesa 10. onzas; preguntase quanto pesa todo. Tomese un qualquier número por suposición, que tenga tercio, y quarto, el qual se hallará facilmente, multiplicando los denominadores 3. y 4. de los quebrados, y será 12. cuyos dos tercios, que suponen por el peso del piè, son 8. y el quarto, que supone por el peso de la copa es 3. que sumados hacen 11. restense de 12. y queda 1. que supone por el peso de la patena; y pues ésta pesa 10. onzas, es claro que el número 12. tomado por suposición, no satisface à la pregunta. Digase, pues, por regla de tres: Si 1. vienen de 12. luego las 10. onzas de la patena vendrán de 120. y tantas onzas avis de oro en todo el Caliz, y Patena.

Mas facilmente se puede hacer lo mismo. Sumense los quebrados, y serán 11. 12. avos, restese el numerador 11. que supone por el Caliz sin la Patena (pues son las partes señaladas que constituyen el peso del Caliz solo) del denominador 12. que supone por el Caliz, y Patena, y en la resta 1. hagase la misma regla de tres. Pero adviérto en esta, y sus semejantes, que si el numerador de la suma de los quebrados es mayor que el denominador, la question es imposible; porque entonces la suma de las dos partes del Caliz solo, pesaria mas que el mismo Caliz solo, lo qual es imposible, que es lo mismo pue decir, que quando la suma de las partes dadas en la question es mayor que la unidad, y se ha de restar del número en ella expresado, es imposible la question; como si se pide un número, del qual restado sus dos tercios, y tres quartos queden 10. si supongo que son 12. restando los dos tercios 8. y los tres quartos 9. de 12. no se puede.

585 Question 3. Cierta Mercader no pudiendo pagar con dinero los derechos de ciertas ropas, pagò los dos octavos con tafetan, los quatro novenos con lienzo, los dos septimos con rasos, y por lo que faltava à cumplimento de todos los derechos diò 10. varas de terciopelo à 30. reales la vara; preguntase quanto importavan los derechos. Esta question es como la passada. La suma de los quebrados abreviada es 247. 252. avos, restando el numerador del denominador quedan 5. y pues avian de quedar 300. (que es el valor de las 10. varas de terciopelo), digase por regla de tres: Si 5. vienen del



del denominador 252. que es la suposicion ; luego 300. reales vendrán de 15120. reales , tanto importaron los derechos.

585 Question 4. Uno pregunta à otro quantos años tenia , el qual respondió que no lo sabia ; pero que si à los años que tenia añadian su quinto , y dozavo , y de la suma quitavan el septimo, quedarian 54. Preguntase quantos eran los años ? Reducidos los quebrados un quinto , y un dozavo á un comun denominador ( 154 ) , serán 12. 60. avos ; y 5. 60. avos ; y tomando el comun denominador 60. por suposicion , tendrá quinto , y dozavo , que son los mismos numeradores 12. y 5. añadanse à la suposicion 60. y serán 77. quítese el septimo , y quedarán 66. avian de quedar 54. luego la suposicion no satisface à la duda ; y así , por regla de tres , se hallará la solución : Si 66. vienen de 60. luego 54. años vendrán de 49. años , y un onzeavo , y tantos años tenia.

586 Question 5. Entre tres Mercaderes deven 600. doblones; el primero deve doblado que el segundo , y el tercero tresdoblad<sup>(.)</sup> que el segundo ; preguntase quanto deve cada uno ? Porque el primero deve doblado que el segundo , comienzo la operacion por el segundo , suponiendo , que deve 10. doblones : luego el primero deberá 20. y el tercero 30. La suma de las tres partidas es 60. al qual avia de ser 600. pues digo por regla de tres : Si 60. vienen de la suposicion 10. luego 600. doblones vendrán de 100. doblones que devia el segundo ; los quales doblados son 200. que es la deuda del primero ; y tresdoblad<sup>(.)</sup>os son 300. que es la deuda del tercero.

587 Question 6. De un Exercito mataron la tercera parte, tomaron prisioneros la quarta parte , huyeron 10000. Preguntase de quantos Soldados constava el Exercito , quantos murieron , y quantos fueron los prisioneros ? Tómese por suposicion qualquier numero que tenga las partes señaladas en la pregunta , y para hallarle con facilidad reduzganse los quebrados en tercio , y un quarto á un comun denominador , como se ha hecho en otras questiones , los quales son quatro dozavos , tres dozavos ; pues el denominador comun 12. tendrá las partes señaladas en la pregunta , las quales son los mismos numeradores 4. y 3. que es el quarto , y tercio. Ahora sumense los numeradores, ó partes tercia , y quarta , y serán 7. que suponen por la suma de los muertos , y prisioneros , y reflese el 7. de 12. y quedarán 5. que suponen por los huídos. Y así , en esta suposicion los muertos fueron 4. los prisioneros 3. y los huídos 5. Y pues los huídos avian de ser 10000. digase por regla de tres : Si 5. vienen de la suposicion 12. luego 10000. vendrán de 24000. y de tantos Soldados

(.) En lugar de decir "tresdoblad<sup>X</sup>ado", digase "triple" para mejor decir.

dos constava el Exercito , cuyo tercio 8000. es de los muertos , y el quarto 6000. de los prisioneros.

588 Question 7. Si el numero de los soldados que ay en una Fortaleza se aumentàra su tercio , y se añadieran 100. serian entre todos 3000. preguntase quantos Soldados ay en dicha Fortaleza ? Esta question , y sus semejantes no se puede resolver por una simple posicion sin reducir primero los terminos ; porque procediendo segun el tenor de la question , se ha de sumar el numero 100. que està dado en la misma pregunta. El modo de reducirla es este : Porque el numero 100. se ha de sumar , segun el tenor de la pregunta , restese de los 3000. y quedaràn 2900. y si se huviera de restar , entonees se sumaria con los mismos 3000.

Reducida ya la question , será del tenor siguiente : Si el numero de los Soldados se aumentàra su tercio , serian 2900. preguntase quantos son ? Aora tomase un numero que tenga tercio , como es el 3. cuyo tercio 1. añadido al mismo 3. hace 4. Digo , pues , por regla de tres : Si 4. vienen de 3. luego 2900. vendrán de 2175. que es el numero de los Soldados. La prueba es , que se añada su tercio 725. y haràn 2900. y añadiendo 100. seràn 3000.

La razon porque procediendo segun el tenor de la question , si se ha de sumar , ò restar un qualquier numero dado en la misma pregunta , no se puede resolver por una simple posicion sin reducirla , como queda advertido arriba , es manifesta ; porque procediendo en la suposicion , segun el tenor de la pregunta , se vãn buscando numeros proporcionales à los que dice la pregunta ; de suerte , que el numero hallado , segun el tenor de la pregunta tenga la misma razon al numero dados en la misma pregunta , que la suposicion al numero que se busca , que es alternar la proporcion que señalamos arriba ( 581 ). Y como añadiendo , ó restando numeros iguales à los terminos de qualquier razon de desigualdad se muda la dicha razon (    ), esta es la causa porque sumando , ò restando algun numero dado en la pregunta no se puede resolver por simple posicion , pues que no salen numeros proporcionales , como avian de salir. Pero haciendo la reduccion , se puede resolver por esta regla de posicion simple , que està ya quitado el impedimento.

589 Question 8. Un Mereader comprò ciertas varas de tafetàn por ciertos reales , y aviendole preguntado el numero de las varas , y reales , respondiò , que si del numero de las varas quitassen sus dos septimos , y añadiesen 4. quedaria 60. pero si al numero de reales añadiesse sus tres quintos , y un octavo , menos 40. harian 1340. reales ; preguntase quantas eran las varas , y reales ?

Para

Para responder à la pregunta de las varas resto primero los 4. que dice que se añadan de los 60. y quedarán 56. y la question será la misma que buscar un numero que restandoles sus dos septimos sea la resta 56. Tomo , pues , el denominador 7. por suposicion , y quitandole sus dos septimos , que es el numerador , quedarán 5. y porque avian de quedar 56. digo por regla de tres : Si 5. vienen de 7. luego 56. vendrán de 78. y dos quintos , que es el numero de las varas ; del qual si se restan sus dos septimos , que son 22. y dos quintos , quedarán 56. y añadiendo 4. son 60.

Aora para conocer el numero de los reales , porque la pregunta dice menos 40. (que es lo mismo que restar 40.) añadanse à los 1340. reales , y serán 1380. y la question será la misma que buscar un numero , que añadiendole sus tres quintos , y un octavo, sean 1380. Reducidos , pues , los quebrados à un comun denominador , serán 24. 40. avos , y 5. 40. avos ; y tomando el comun denominador 40. por suposicion , añadanse sus tres quintos , y octavo ; esto es , 24. y 5. que son los mismos numeradores , y serán 69. Digase aora por regla de tres : Si 69. vienen de 40. luego 1380. vendrán de 800. y tantos fueron los reales del empleo ; pues añadiendo 480. que son los tres quintos, y 100. que es el octavo , hacen 1380. y quitando 40. quedan 1340. que es el numero dado en la question.

590 Question 9. Quatro Mercaderes ganaron en una compañía tal cantidad de reales , que de todos ellos cupo al primero tres septimos , al segundo tres octavos , al tercero un sexto , y al quarto 700. reales ; pidefe quantos eran todos los reales. Reducidos los quebrados à 144. 336. avos, 126. 336. avos, 56. 336. avos , tome se el denominador comun 336. por suposicion , cuyos tres septimos , tres octavos, y un sexto son los mismos numeradores, cuya suma resto de la dicha suposicion 336. y quedan 10. Y porque avian de quedar 700. para el ultimo Mercader, digo por regla de tres : Si 10. vienen de 336. luego 700. vendrán de 23520. y tantos reales ganaron los quatro Mercaderes.

591 Question 10. A un maestro preguntaron quantos discipulos tenia , el qual respondió , que si al numero de sus discipulos se añadian otro tanto , y mitad , tercio , y quarto del mismo numero , y uno mas , serian 112. preguntase quantos discipulos tenia. Primeramente restese 1. de 112. porque dice *mas* , que es sumar , y quedarán 111. Aora reducidos los quebrados à un comun denominador, serán 12. 24. avos, 8. 24. avos, 6. 24. avos, y tomando el 24. por suposicion , doblese primero , y despues añadanse su mitad 12. su ter-

cio 8. y su quarto 8. que son los mismos numeradores, y serán 74. Y pues avian de ser 111. digase por regla de tres: Si 74. vienen de 24. luego 111. vendrán de 36. y tantos discípulos tenia; pues si les boblamos serán 72. y añadiendo su mitad 18. su tercio 12. y su quarto 9. y mas 1. serán 112.

592 Question 11. Un Labrador queriendo hacer moler 500. barchillas de trigo, fue á un Molino donde avia 5. muelas, la primera de las quales en cada una hora muele 7. barchillas; la segunda 5. la tercera 4. la quarta 3. la quinta 1. Desease saber en quanto tiempo se molerá todo el trigo, si á todas las muelas se les dà que moler á un tiempo, y quanto molerá cada una.

Supongo que todo el trigo se molerá en 4. horas. Multipliquese la suposicion 4. por el numero de las barchillas que muele cada muela, y saldrá las barchillas, que molerá cada una en las 4. horas; y así, la muela primera en las dichas 4. horas molerá 28. barchillas; la segunda molerá 20. barchillas; la tercera 16. la quarta 12. y la quinta 4. sumense todas, y serán 80. Pues porque avian de ser 500. es cierto que la suposicion 4. no satisface á la pregunta; y así digo por regla de tres: Si 80. vienen de 4. horas, luego 500. vendrán de 25. horas, y en tanto tiempo molerán todas las cinco muelas las 500. barchillas de trigo.

Para hallar las barchillas que molerá cada muela, multipliquense las 25. horas halladas por las barchillas que muele cada muela en una hora, y se hallará, que la primer muela molerá 175. barchillas; la segunda 125. la tercera 100. la quarta 75. la quinta 25. y tantas barchillas se han de dàr para moler á cada muela.

593 Question 12. Pedro se puso á jugar tres veces; en la primera trefdoblò el dinero, de suerte, que hal'ó tres veces mas dinero que el que tenia quando se puso á jugar; en la segunda hallò cinco veces mas que quando comenzò el juego; en la tercera hallò quatro veces mas, y aviendo contado el dinero, tenia 40. reales; preguntase con quanto dinero se puso á jugar?

En esta question se busca un numero, que multiplicado por 3. por 5. y por 4. sea el producto 40. Supongo, pues, que el numero que se busca, es 10. el qual multiplicando por 3. hace 30. y este multiplicado por 5. produce 150. y ultimamente este multiplicado por 4. hace 600. Pero porque en la question se dice, que despues de los tres juegos tenia 40. reales, es cierto, que la suposicion tomada, no satisface á la pregunta. Pues digase por regla de tres: Si 600. vienen de 10. luego 40. vendrán de dos tercios de real, y con tanto dinero se

Se puso la primera vez á jugar. Y así, porqué multiplicando dos tercios por tres, salen 2. los quales multiplicados por 5. son 10. y ultimamente multiplicados por 4. salen los 40. reales que tenia despues de los tres juegos. (+)

594 Question 13. Preguntaron á Pedro quantos reales tenia, el qual no queriendo responder claramente, dixo, que tenia tres partidas, la primera era la mitad de la suma de las otras dos, la segunda era el tercio de la suma de las otras dos, y la tercera era de 189. reales; preguntase aora quantos reales avia en la primera, y segunda partida?

Si atentamente consideramos esta pregunta, verèmos, que la primera partida, era el tercio de la suma de todas tres, por ser mitad de la suma de las dos; así mismo, la segunda partida, es el quarto de todas tres, porque es un tercio de las otras dos: Y así se ha de buscar un numero, que quitandole el tercio, y un quarto, queden 189. Reducidos, pues, los quebrados à un comun denominador, seràn 4. dozavos, y 3. dozavos, y tomando el 12. por suposicion restense los denominadores 4. y 3. del mismo 12. y quedaràn 5. digase aora por regla de tres: Si 5. vienen de 12. luego 189. vendrán de 453. y tres quintos por la suma de las tres partidas, de la qual se tomaràn el tercio, y quarto, y saldrá la primer partida 151. y un quinto, la segunda 113. y ~~dos tercios~~, y la tercera, será 189.

595 Question 14. Pedro se jugò el un tercio de su dinero, diò de limosna el un quarto de lo que le quedava; hallòse despues con 10. reales; preguntase quanto tenia antes? Reducidos los quebrados à un comun denominador, seràn 4. dozavos, y 3. dozavos. Aora tomo el comun denominador 12. por suposicion, y quitandole su tercio, que es 4. quedan 8. cuyo quarto es 2. restados del mismo 8. quedan 6. Digo pues: Si 6. vienen de 12. luego 10. vendrán de 20. y tantos reales tenia al principio; lo qual es así, porque quitando el tercio de 20. de los mismos 20. quedan 13. y un tercio, cuyo quarto 3. y un tercio, restado de los mismos 13. y un tercio, quedan 10.

596 Question 15. Pídesse que este numero 200. se reparta en tres partes, de suerte, que la primera sea doblada de la segunda, y esta tresdoblada de la tercera. En semejantes preguntas, es conveniente comenzar por la menor, suponiendo que sea 1. Supongo pues, que la parte tercera es 1. la segunda será 3. y la primera 6. sumando 1. 3. 6. son 10. y porque avian de ser 200. digo: Si 10. vienen de

X 3

1. luc-

A 4

1. luego 200. vendrán de 20. que será la parte tercera, trebledoblos, serán 60. por la parte segunda, y estos doblados, serán 120. por la parte primera, y todos juntos son 200.

*Posicion Compuesta.*

597 Esta regla de suposicion compuesta, ó de dos falsas suposiciones, es mucho mas universal que la antecedente; porque como está dicho, todas las questiones que se pueden resolver por una simple posicion, se pueden tambien por dos, y á mas dellas, otras muchas que no tienen lugar en la simple posicion, aunque muchísimas necesitan de Algebra, ó arte mayor. Pero antes que passemos á explicar la regla, es necesario advertir, que los Arithmeticos aqui suelen usar de dos señales: El uno es este ✖ que significa *Mas, Suma, ó Excesso*: En otro es este — que denota *Menos, Resta, ó Defecto*.

598 Esto supuesto, así se ha de ordenar esta regla: Tome-se un qualquier numero por suposicion (aquel que pareciere mas conveniente) suponiendo que es el que se busca, y procediendo en él segun el tenor de la question, ó satisfice á ella, ó no. Si satisfice, está yá conocido el numero que se busca, el qual es la misma suposicion; pero si no satisfice, ó falta, ó excede; si falta, escrivase el defecto al lado derecho de la suposicion con el señal —. Si excede, escrivase el exceso al dicho lado con el señal ✖.

Tome-se otro qualquier numero por suposicion, el qual se escrivirá debaxo la suposicion primera, y procediendo en él, segun el tenor de la question, ó satisfice á ella, ó no. Si satisfice esta suposicion, es el numero que se busca, y no es menester passar adelante la operacion; pero si no satisfice, escrivase, el defecto, ó exceso al lado de la suposicion con el señal ✖ ó — como está dicho antes.

Aquí es menester advertir, que al sobredicho exceso, ó defecto, llaman los Arithmeticos *Error*. Y si en las dos suposiciones ay un mismo señal; esto es, si en entrambas ay defectos, ó excesos, los errores son semejantes, pero si ay diferentes señales; esto es, si en una suposicion ay exceso, y en la otra defecto, ó al contrario, son los errores desemejantes.

599 Esto supuesto, ó los errores son iguales, ó desiguales; si iguales (lo qual solamente puede suceder quando son desemejantes) se hallará el numero que se busca facilmente, sumando las suposiciones, y tomando la mitad de la suma: Pero si son desiguales, se hallará por regla de tres, en cuyo primer lugar estará la diferencia

de  
se



De los errores, si son semejantes, ò la suma de los mismos quando son desemejantes; en segundo lugar, se pondrá la diferencia de las suposiciones; en el tercero estará uno de los dos errores qualquier que sea. Y el numero que saliere por la regla de tres, se sumará con la suposicion, cuyo error se ha tomado en tercer lugar, si tiene el señal — y se restará si tiene el señal  $\times$ ; y la suma, ò resta, será el numero que se busca.

Esta regla replicada de otro modo, es la que traen algunos Autores, la qual es del tenor siguiente: Multipliquese la diferencia de las suposiciones por qualquiera de los errores: el producto dividase por la diferencia de los errores si son semejantes, ò por la suma, si desemejantes, y añadiendo el quociente à la suposicion que está al lado del error multiplicado, quando el dicho error es por defecto, ò restando el dicho quociente de la misma suposicion, quando el error es por exceso, la suma, ò resta dará la verdad.

Para facilitar la operacion, será conveniente tomar numeros pequeños por suposiciones, y que solo se diferencien en una unidad, porque quando la diferencia de las suposiciones es 1. se resuelve la regla de tres con sola division, como estará manifiesto à quien atentamente lo consideráre. Pero sobre todo se han de tomar tales suposiciones, que sin quebrados puedan proceder, segun el tenor de la question para evitar el cansancio.

600 Y para que el Arithmetico no se canse en queter resolver muchas questiones que no tienen lugar en esta regla, sepa, que por ella solamente se pueden resolver las questiones, en las cuales la diferencia, ò suma de los errores (segun se dixo antes) tiene la misma razon à la diferencia de las suposiciones, que un qualquier error al defecto, ò exceso de su suposicion. Y porque esto no siempre está claro, advierta, à mas de lo que está dicho arriba (580) que siempre que de dos suposiciones salen mas de dos errores (como en esta question: Buscar un numero, que dividido por 2. 3. 4. 5. 6. reste siempre 1. y dividido por 7. quede zero) no se puede resolver la question por esta regla. Tampoco se podrá resolver, quando siendo los dos errores por defecto, el error de la suposicion mayor, es menor que el de la suposicion menor, ò quando siendo por exceso, el error de la suposicion mayor, es mayor, que el de la menor. Ultimamente, si procediendo en dos suposiciones, segun el tenor de la question, no se halla la verdad, tampoco se hallará por qualquiera otras suposiciones.

601 Question 16. Tres Mercaderes han ganado 400 reales,



les , pero claramente no se sabe quanto ha ganado cada uno ; solo se tiene noticia , que la ganancia del segundo , excede à la ganancia del primero en 12. reales , y la ganancia del tercero excede à la del segundo en 16. reales ; preguntase quanto ganó cada uno.

Supongo que la ganancia del primero es 100. y porque el segundo ganó 12. mas , añadoles , y será 112. la ganancia del segundo. Y pues el tercero ganó 16. mas , añadoles , y será 128. la ganancia del tercero. Sumo las tres ganancias , y son 340. los quales avian de ser 400. luego faltan 60. Escribo pues la suposicion 100. y à su lado el defecto 60. con el señal —. Toma otra suposicion , haciendo cuenta , que el primero ganó 140. luego el segundo ganaria 152. y el tercero 168. las quales sumadas , son 460. y pues avian de ser 400. excede en 60. Escribo la suposicion 140. y al lado el error 60. con el señal \*.

$$\begin{array}{r} 100 - 60. \\ 140 * 60. \end{array}$$

Esto supuesto , porque los errores son iguales , no tengo que gastar tiempo en passar adelante la operacion , fino es sumar las suposiciones 100. y 140. y de la suma 240. tomar la mitad 120. y este es el numero que se busca ; porque siendo los errores iguales , el numero que se busca necessariamente , ha de estar entre medio de las suposiciones , porque distando los errores igualmente del medio , tambien han de distar las suposiciones.

602 Hagamos otras suposiciones , y primeramente supongo , que la ganancia del primero es 1. añadiendo 12. será 13. la ganancia del segundo ; y añadiendo 16. serán 29. la ganancia del tercero , sumando las tres ganancias salen 43. reales , hasta 400. que avian de salir , ván 357. que es el error por defecto ; escribo pues la suposicion 1. y à su lado el error 357. con el señal —. Otra vez supongo , que la ganancia del primero es 2. luego la del segundo será 14. y la del tercero 30. la suma de las tres es 46. avian de ser 400. luego se ha errado de 354. Escribo la suposicion 2. y à su lado el error 354. con el señal — porque es por defecto.

$$\begin{array}{r} 1 - 357. \\ 2 - 354. \\ \hline 1 - 3. \end{array}$$

Hecho esto , porque los errores son semejantes , restoles para hallar la diferencia , que es 3. la qual escribo debaxo los errores , escribo tambien la diferencia de las suposiciones , la qual es 1. Ahora figo la regla , diciendo : Si 3. diferencia de los errores , vienen de 1. diferencia de las suposiciones ; luego un error 357. vendrà de 119. y pues el error que se ha tomado , tiene el señal — sumese el nume-

en 119. con la suposicion 1. cuyo es el error , y saldrá el numero 120. que es el que se busca.

Aviendo tomado la segunda suposicion diferente de la primera en sola una unidad , se evita la regla de tres , porque el segundo termino , es unidad , que no aumenta la multiplicacion , y así basta partir el error 357. por la diferencia de los errores 3. y saldrá el mismo numero 119.

*Demonstracion.*

603 Antes de entrar à la demonstracion , es necesario advertir la doctrina siguiente, originada de los Theoremas 29. 30. 31. 32. y 33. de la Theorica de las razones. Es à saber , que los errores de las posiciones , son proporcionales à los errores de los numeros que salen procediendo , segun el tenor de la question ; como en el exemplo propuesto las suposiciones son 1. y 2. cuyos errores, ò diferencias , hasta el numero verdadero 120. son 119. y 118. los numeros que han procedido de dichas suposiciones , segun el tenor de la question , son 43. y 46. cuyos errores hasta el numero 400. que avia de salir procediendo en el numero verdadero 120. segun el tenor de la pregunta , son 357. y 354. Digo pues , que estos quatro numeros 119. 118. 357. y 354. son proporcionales ; esto es , como 119. à 118. así 357. à 354.

Porque procediendo segun el tenor de la question , solamente se pueden hacer quatro operaciones , que son sumar , restar , multiplicar , y partir ; esto es , las suposiciones , se han de sumar con otro numero , restar , &c. Sumando , pues , ò restando las diferencias , son las mismas (375). Multiplicando , y dividiendo , son las dichas diferencias proporcionales. (376) Luego siempre son proporcionales con razon de igualdad , ò de desigualdad.

Esto supuesto , passemos à la demonstracion , y para declararla mejor , supongo que el numero que se busca , està conocido , y es 120. y así los errores de las suposiciones son 119. y 118. como sumando cada error destos con su suposicion , constituya al numero 120. seràn estos quatro numeros 2. 1. 119. 118. arithmeticamente proporcionales ; esto es , serà la diferencia de las suposiciones 2. y 1. igual à la diferencia de los errores 119. y 118. (375). Y pues los errores 119. y 118. de las suposiciones , son proporcionales à los errores 357. 354. (603) seràn como 119. à la diferencia 1. de 119. à 118. así 357. à la diferencia 3. de 357. à 354. Y convirtiendo como 1. à 119. así 3. à 357. y alternando como 1. à 3. así 119. à 357. Ahora invirtiendo como 3. à 1. así 357. à 119. que es la regla que hemos dado.

604 Hagamos otras suposiciones. Supongo pues, que la ganancia del primero es 124. reales, añadiendo 12. será 136. la ganancia del segundo, y añadiendo 16. será 152. la ganancia del tercero; sumando las tres ganancias, salen 412. reales, porque avian de salir 400. reales, será el error 12. por exceso; y así escribo la suposicion 124. y á su lado el error 12. con el señal \*.

Otra vez supongo, que la ganancia del primero es 123. 124 \* 12  
(una unidad menos para elusar la regla de tres) y si- 123 \* 9  
guiendo el tenor de la question, sale la suma de las ganan-  
cias 409. y pues avia de ser 400. excede en 9. y así escribo 1 3  
la suposicion 123. y á su lado el error 9. con el señal \*.

Hecho esto, resto el error menor del mayor, porque son semejantes, y resto tambien las suposiciones. Digo ahora: Si la diferencia de los errores 3. dà la diferencia de las suposiciones 1. luego un error 12. dará 4. el qual restado de la suposicion correspondiente al error 12. porque tiene el señal \* dará el numero 120. que es el que se busca.

#### Demonstracion.

605 Supuesto conocido el numero que se busca 120. los errores de las suposiciones 124. y 123. son 4. y 3. y porque restando, el numero 120. de las suposiciones, quedan los errores 4. y 3. supuesto que estos son por exceso, ò tienen el señal \*, avrà la misma diferencia de la suposicion 124. à 123. que del error 4. à 3. (375) y como los errores de las suposiciones, son proporcionales á los errores de los numeros que salen, procediendo segun el tenor de la question; esto es, como 4. à 3. así 12. à 9. (603) será convirtiendo, como el error 4. à la diferencia 1. de los errores 4. y 3. así el error 12. à la diferencia 3. de 12. y 9. y alternando como 4. à 12. así 1. à 3. invirtiendo como 12. à 4. así 3. à 1. que es lo mismo, que como 3. à 1. así 12. à 4. que es lo que avemos hecho en la operacion immediate antecedente.

606 Hagamos otras suposiciones, y sea la primera 100. la ganancia del primero, añadiendo 12. será 112. la ganancia del segundo añadiendo 16. será 128. la ganancia del tercero, sumando las tres ganancias, salen 340. y porque avian de salir 400. será el error 60. por defecto, y así escribo la suposicion 100. y á su lado 60. con el señal —. Otra 100 — 60  
vez supongo, que la ganancia del primero, es 200 \* 240  
200. procediendo segun el tenor de la question, —————  
salen 640. y porque avian de salir 400. será el 100 300  
error 240. por exceso, y así escribo la su-

posición 200. y à su lado el error 240. con el señal ✕.

Esto supuesto, sumo los dos errores, pues son desemejantes, y resto las suposiciones. Digo ahora: Si la suma de los errores 300. dà la diferencia de las suposiciones 100. luego el error 606. dará el error de las suposiciones 20. el qual añadido à la suposicion 100. correspondiente al error 60. porque tiene el señal — dará el numero 120. que se busca. O usando del error 240. digo: Si 300. dãn 100. luego 240. daràn 80. los quales restados de la suposicion 200. correspondiente al error 240. porque tiene el señal ✕ dará el mismo numero 120.

*Demonstracion.*

607 Supongo tambien, que el numero que se busca 120. està conocido, y así los errores de las suposiciones, serán 20. y 80. la diferencia de las suposiciones es 100. la qual sumada con la suposicion menor 100. hace à la mayor 200. que es igual à la suma de 120. y del error 80. luego la suma de la diferencia de las suposiciones, y de la suposicion menor, es igual à la suma de 120. y de 80. El numero pues 120. es igual à la suma de la posicion menor 100. y de su error 20. luego la suma de la suposicion menor, y diferencia de suposiciones, que es 200. es igual à la suposicion menor 100. y à los dos errores 20. y 80. y quitando de cada parte la suposicion menor 100. quedará la diferencia de las suposiciones, igual à la suma de los errores 20. y 80. de las mismas suposiciones.

Y porque los errores de las posiciones 20. y 80. son proporcionales à los errores 60. y 240. que han procedido, obrando, segun el tenor de la question, serán componiendo; como la suma de 60. y 240. à un error 240. así la suma de los errores 20. y 80. que como està dicho, es la misma diferencia de las suposiciones, à un error 80. de las suposiciones que es la regla que hemos dado.

En esta question he puesto todos los quatro casos, que pueden suceder, tomando diferentes suposiciones, cada uno con su demonstracion, para que el Arithmetico no tenga que desear: Ahora solo falta que demuestre, porque el numero que sale de la regla de tres que es un error de las posiciones, se ha de sumar con la posicion, cuyo es el error que tomò en la regla de tres, quando tiene el señal — y restar quando và acompañado con el señal ✕ lo qual pruebo así.

El numero que sale por regla de tres, es el error, ò diferencia de la suposicion al numero que satisface à la pregunta, y quando està el señal — la suposicion es menor que dicho numero que satisface à la pregunta.

gunta ; luego se ha de añadir el dicho error à la suposicion. Y como quando està el señal ✕ la suposicion se ha tomado mayor , es cierto que se ha de restar el dicho error.

*De otro modo.*

608 Multipliquense en cruz las suposiciones por los errores, y partiendo la diferencia de los productos por la diferencia de los errores , quando son semejantes ; ò dividiendo la suma de los productos por la suma de los errores , quando son desemejantes , el quociente dará la verdad.

Sea la misma question , y suposiciones del segundo caso (602) como aqui se vè en el exemplo : Multiplico en cruz la suposicion 1, por el error 354. y la suposicion 2.

por el otro error 357. los productos son 354. y 714. que escribo al lado ; y pues los errores son semejantes , resto el menor producto del mayor , y tambien el menor error del mayor para hallar la diferencia

$$1. \text{---} 357. \quad 714.$$

✕

$$2. \text{---} 354. \quad 354.$$

de los productos 360. y la de los errores 3. divido la diferencia 360 por 3. y el quociente 120. es el numero que se busca.

$$3. \quad 360.$$

Sean otra vez las mismas suposiciones del tercer caso (604) como aqui se vè. Multiplicando en

cruz las suposiciones por los errores , salen productos 1476.

$$124. \quad ✕ \quad 12. \quad 1476.$$

✕

1116. y pues los errores son semejantes , divido la diferencia 360.

$$123. \quad ✕ \quad 9. \quad 1116.$$

de los productos por la diferencia 3. de los errores , y saldrà el mismo numero 120.

$$3. \quad 360.$$

Otra vez sean las mismas suposiciones del caso quarto (606) como està figurado. Multiplican-

do las suposiciones por los errores en cruz , salen los productos 12000. y 24000. y pues los errores son desemejantes ,

$$100. \text{---} 60. \quad 12000.$$

✕

$$200. \quad ✕ \quad 240. \quad 24000.$$

partase la suma 36000. de los productos por la suma 300. de

$$300. \quad 36000.$$

los errores , y el quociente 120. serà el numero que se busca.

No pongo la demonstracion destas reglas , por no cansar al Arithmetico con su prolixidad , y porque con mediana aplicacion puede sacarla si huviere percebido lo que hasta aora está dicho. A mas , que para mi intento basta aver demostrado un modo de obrar.

609 Question 17. Un Exercito consta de Españoles , Italianos , y Alemanes ; los Españoles son 10000. los Italianos son la tercera parte de los Españoles , y Alemanes juntos ; los Alemanes son la mitad de los Españoles , è Italianos juntos ; preguntase quantos son los Italianos , y Alemanes.

Tomo por suposicion un numero grande , como 90000. el qual supongo que es el numero de los Italianos , y tresdoblandole hará el numero 270000. de los Españoles , y Alemanes juntos ; porque los Italianos son el tercio destos juntos , y siendo los Españoles 10000. serán los Alemanes 260000. y porque estos son la mitad de los Españoles , è Italianos , doblando los 260000. serán los Españoles , è Italianos 520000. los quales avian de ser 100000. porque los Españoles , como se dice en la pregunta , son 10000. y los Italianos por la suposicion son 90000. que juntos son 100000. Luego se ha errado por exceso en 420000. Escribo la suposicion 90000. y á su lado el error 420000. con el signo ✱.

Supongo otra vez , que los Italianos son 8000. Luego los Españoles , y Alemanes serán 24000. Y siendo los Españoles 10000. serán los Alemanes 14000. los quales doblados hacen 28000. que es el numero de los Españoles , è Italianos. Los Españoles , pues , en la realidad son 10000. y los Italianos son 8000. por la suposicion , los quales juntos hacen el numero de 18000. Luego el numero 28000. que sale de la suposicion , excede al 18000. que avia de salir en 10000. y assi escribo la suposicion 8000. y á su lado el error 10000. con el señal ✱.

90000.	✱	420000.
8000.	✱	10000.
<hr/>		
82000.		410000.

Resto aora los errores , y las suposiciones para hallar las diferencias 410000. y 82000. pues que los errores son semejantes , y digo por regla de tres : Si la diferencia 410000. de los errores , dà la diferencia 82000. de las suposiciones ; luego el error 10000. dará el error de las suposiciones 2000. el qual restado de la suposicion 8000. porque tiene el signo ✱ dá el numero 6000. de los Italianos. Y pues este es la tercera parte de los Españoles , y Alemanes , será el numero de estos juntos 18000. y siendo los Españoles 10000. serán los Alema-



nes 8000. Con que todo el Exercito constava de 24000. Soldados, de los quales los 10000. eran Españoles, los 6000. Italianos, y los 8000. Alemanes.

610 Question 18. Son tres Mercaderes, cuyas haciendas no se saben claramente; pero consta de que el primero tiene doblado que el segundo, y mas 4. doblones. El tercero tiene tanto como los dos y mas 6. doblones, todos juntos tienen 6000. doblones; preguntase quanto tiene cada uno.

Supongo que la hacienda del segundo es 10. luego la del primero será 24. que es doblado 10. y añadido el 4. La del tercero será 40. que es la suma del primero, y segundo, y mas 6. Los tres juntos hacen 74. y porque avian de hacer 6000. se ha errado por defecto en 5926. Con que escrivo la suposicion 10. y à su lado el error 5926. con el señal —. Otra vez. Supongo que la hacienda del segundo es 1000. Luego la del primero será 2004. y la del tercero será 3010. Sumando las tres haciendas saldrán 6014. que excede al numero 6000. que avia de salir, en 14. Escrivo, pues, la suposicion 1000. y à su lado el error 14. con el señal \*.

10.	—	5926.
1000.	*	14.
<hr/>		
990.		5940.

Y pues los errores son desemejantes, los tengo de sumar, y harán 5940. Resto despues las suposiciones para tener la diferencia 990. Ahora digo: Si la suma de los errores 5940. dà la diferencia 990. luego el error 74. dará el error de las suposiciones 2. y un tercio; el qual restado de la suposicion 1000. porque su error, que se ha tomado en la regla de tres, tiene el señal \*, dará el numero que se busca 997. y dos tercios, que es la ganancia del segundo; la qual, doblada, y añadido 4. será 1999. y un tercio la ganancia del primero; y sumando los dos mas 6. será 3003. la ganancia del tercero; y todas juntas hacen 6000. como dice la pregunta.

611 Question 19. Un Maestro tiene tantos discipulos, que si cada uno le pagase 50. reales, le faltarian 300. para comprar la casa en que habita; pero si le diera cada uno 60. reales, le sobrarian 400. reales, pagado el precio de la misma; preguntase quantos discipulos tiene el maestro, y quanto es el valor de dicha casa.

Lo que se busca en esta pregunta es un numero, que multiplicado por 50. produzga otro numero, que añadiendole 300. haga la misma suma que hiciera el tal numero multiplicado por 60. y restando 400. del producto. Esta misma question mas facilmente está resuel-



hacia (237), aunque en otra especie. Supongo, pues, que el numero de los discipulos es 300. el qual multiplicado por 50. hace 15000. y añadiendo 300. salen 15300. que es lo que constaria la casa, teniendo 300. discipulos, y pagando cada uno 50. reales veamos ahora si pagando cada uno 60. reales sobrarán 400. reales. Multipliquemos, pues, el mismo numero de los discipulos 300. por 60. y salen 18000. que son 2700. mas del antecedente precio de la casa, y pues avian de sobrar 400. restense de los 2700. quedará el error 2300. por exceso; y así escrivase la suposicion 300. y á su lado el error 2300. con el signo ✖.

Otra vez Supongo que los discipulos son 100. multiplicolos por 50. y al producto 5000. añadiendo 300. sale el valor de la casa 5300. teniendo 100. discipulos, y pagando cada uno 50. reales. Veamos ahora si pagando cada uno de los 100. discipulos 60. reales, sobran 400. reales del mismo precio. Multipliquemos, pues, 100. por 60. y restando el valor 5300. de la casa, del producto, que sale 6000. quedan 700. y pues avian de quedar 400. luego hemos excedido en 300. y así escribo la suposicion 100. y á su lado el error 300. con el señal ✖.

$$\begin{array}{r} 300. \text{ ✖ } 2300. \\ 100. \text{ ✖ } 300. \\ \hline 200. \quad 2000. \end{array}$$

Hecho esto, porque los errores son semejantes, resto el menor del mayor, y así mismo, resto una suposicion de otra, para hallar las diferencias 2000. y 200. Digo ahora por regla de tres: Si la diferencia de los errores 2000. dà la diferencia de las suposiciones 200. luego el error 300. dará el error de las suposiciones 30. el qual restado de la suposicion 100. porque tiene el signo ✖, quedarán 70. que es el numero de los discipulos; el qual, multiplicado por 50. reales, y añadiendo 300. hacen 3800. reales, que es el valor de la casa.

612. Question 20. Entre dos personas se avian de partir igualmente 100. reales; pero aviendose movido cierta contienda, cada uno tomó lo que pudo. Despues de compuesta la riña el primero restituyó un tercio de lo que avia tomado, y el segundo restituyó un quinto tambien de lo que avia tomado, con esto quedaron iguales, teniendo cada uno 50. reales; preguntase quanto tomó cada uno?

Supongo que el primero tomasse 30. reales, y por configuiente el segundo los restantes 70. El tercio de los 30. son 10. los quales restituyendolos al segundo, le restarian 20. reales. El quinto de 70. son 14. los quales dandoselos al primero (que ahora tiene 20.) tendrá 34. y porque avia de tener 50. se ha faltado en 16. Escribo, pues, la suposicion 30. y á su lado el error 16. con el señal —.

Otra

Otra vez, Supongo que el primero tomase 60. reales , y por consiguiente el segundo los restantes 40. El tercio del primero son 20. los quales restituidos al segundo le quedan 40. El quinto del segundo son 8. los quales restituidos al primero tiene 48. y porque avia de tener 50. se ha faltado en 2. Escribo , pues , la suposicion 60. y à su lado el error 2. con el señal —.

$$\begin{array}{r} 30. \text{ ——— } 16. \\ 60. \text{ ——— } 2. \\ \hline 30. \quad 14. \end{array}$$

Aora porque los errores son semejantes , resto el menor del mayor , y hallo la diferencia 14. Digo , pues : Si la diferencia de los errores 14. dá la diferencia de las suposiciones 30. luego el error 2. dará el error de las suposiciones 4. y dos septimos ; el qual añadiendo à la suposicion 60. porque tiene el señal — , salen 64. reales , y dos septimos , que tomó el primero ; y por consiguiente , el segundo tomaria 35. reales , y cinco septimos , como se puede probar.

613 Question 21. En cierta Iglesia ay dos Calices de oro , y una Patena tambien de oro , de valor de 15000. reales , la qual puesta sobre el primer Caliz vale tresdoblado mas que el segundo ; y puesta sobre el segundo , se hace valer tanto quanto vale el primero ; preguntase quanto vale cada Caliz ?

Aquí se buscan dos numeros , de los quales el primero sumado con 15000. sea tresdoblado del segundo ; y este , sumado con los mismos 15000. sea igual al primero. Supongo , pues , que el primer Caliz vale 3000. reales , y añadiendole la Patena que vale 15000. será el valor del Caliz , y Patena 18000. reales ; y pues este valor deve ser tresdoblado que el del segundo Caliz , valdrá este 6000. reales , que es el tercio de 18000. al qual añadiendo la Patena , que vale 15000. reales , valdrá el segundo Caliz , con la Patena , 21000. reales. Y porque el valor 3000. del primero avia ser igual à este , se falta en 18000. y así escribo la suposicion 3000. y à su lado el error 18000. con el señal —.

$$\begin{array}{r} 3000. \text{ ——— } 18000. \\ 9000. \text{ ——— } 14000. \\ \hline 6000. \quad 4000. \end{array}$$

Otra vez. Supongo que el primer Caliz vale 9000. reales , al qual añadiendo 1500. de la Patena , valdrá con la Patena 14000. reales ; y por consiguiente , valdrá el segundo Caliz 8000. reales , y añadiendole la Patena valdrá 23000. reales. Y porque el valor del primero 9000. avia de ser igual à este , se ha faltado en 14000. por lo qual escribe la suposicion 9000. y al lado el error 14000. con el señal —.

Aora restó los errores , porque son semejantes , y digo : Si la diferencia de los errores 4000. de la diferencia de las suposiciones 6000. luego el error 14000. dará el error de las disposiciones 21000. el qual añadido à la suposicion 9000. dará el valor del Caliz primero 30000. reales ; y por configuiente , el segundo valdrà 15000. reales.

Resolvamos esta misma question por el otro modo. Escritas las mismas suposiciones , y errores ( en estos no se diferencian los dos modos ) multipliquese en cruz cada suposicion por el error contrario ; y porque los errores son semejantes , restense los errores , y los productos , y partiendo la diferencia de los productos por la diferencia de los errores , saldrà el mismo numero 30000.

$$\begin{array}{r}
 3000 \text{ --- } 18000 \quad 162000000 \\
 \times \\
 9000 \text{ --- } 14000 \quad 42000000 \\
 \hline
 \phantom{3000} \phantom{18000} \phantom{162000000} \\
 \phantom{3000} \phantom{18000} 4000 \quad 120000000
 \end{array}$$

614 Question 22. Un Platero comprò tantas perlas , que si al numero dellas añadieran su mitad tercio , y quarto , y mas , 22. serian todas 100. preguntase quantas perlas comprò.

Tomese un numero por suposicion , que tenga mitad , tercio , y quarto , el qual se sabrà multiplicando los denominadores , y será 24. Supongase , pues , que comprò 24. perlas , cuya mitad son 12. el tercio 8. y el quarto 6. las quales partes añadidas al 24. y mas 22. son 72. y pues avian de ser 100. se ha faltado en 28. Escrivase la suposicion 24 y à su lado el error 28. con el señal —. Supongo otra vez , que ha comprado 48. perlas , cuya mitad es 24. el tercio 16. y el quarto 12. Sumando todo , y mas 22. son 122. y porque avian de ser 100. se ha excedido en 22. y así se escribirà la suposicion 48. y à su lado el error 22. con el señal \*.

$$\begin{array}{r}
 24 \text{ --- } 28 \\
 48 \quad * \quad 22 \\
 \hline
 24 \qquad 50
 \end{array}$$

Aora porque los errores son desemejantes , sumense , y por regla de tres : Si la suma de los errores 50. dá la diferencia de las suposiciones 24. Luego el error 22. dará el error de las suposiciones 10. y 14. 25. avos ; el qual restado de la suposicion 48. porque el error tomado en la regla de tres tiene el señal \* , dará el numero de las perlas 37. y 11. 25. avos , que comprò.

615 Question 23. Dos tienen cierta suma de reales. Si el segundo dá al primero 12. tendrá el primero seis doblado mas que el segundo ; pero si el primero dá 15. reales al segundo , tendrá el segundo diez veces mas que el primero ; pretendese saber quantos reales tendrá cada uno.

Y Para

Para que esta question, y sus semejantes se resuelvan sin entrar quebrados, será conveniente comenzar por el segundo, suponiendo que tiene 20. reales, de los quales dando al primero 12. tendrá el primero seis veces mas que lo que le queda al segundo, que es 8. y así el primero ha de tener 48. que es 6. veces 8. Luego antes que recibiera los 12. del segundo, tendría el primero 36. Y si de estos 36. se le dan al segundo 15. tendrá el segundo 35. y al primero le quedarán 21. Multiplicando, pues, el 21. por 10. serán 210. à los quales avia de ser igual el 35. porque lo que tiene el segundo, ha de ser diez doblado de lo que tiene el primero: Luego se ha excedido en 175. que es el error por exceso.

Supongo otra vez, que el segundo tiene 40. reales, de los quales dando al primero 12. tendrá el primero seis veces mas de lo que le queda al segundo, que es 28. y así el primero tendrá 168. Luego el primero tendría 156. antes que recibiera los 12. del segundo. Y si estos 156. se le dan al segundo 15. tendrá 55. y al primero le quedarán 141. Multiplicando, pues, el 141. por 10. salen 1410. à los quales avia de ser igual el numero 55. del segundo, supuesto que lo que tiene el segundo ha de ser diez doblado de lo que tiene el primero: Luego se ha excedido en 1355. por exceso.

20	*	175
40	*	1355
<hr/>		
20		1180

Ahora porque los errores son semejantes, resto el mayor del menor, y digo: Si la diferencia de los errores 1180. de la diferencia de las suposiciones 20. luego el error 175. dará el error de las suposiciones 2. y 57. 59. avos, el qual restado de la suposicion 20. porque tiene el señal \*, quedarán 17. y 2. 59. avos, y tantos reales tenía el segundo.

616 Question 24. En el fondo de una cisterna ay tres caños desiguales; por el mayor sale toda el agua en 2. horas; por el mediano en 3. y por el menor en 6. preguntase por todos los tres caños juntos en quantas horas se vaciaria la cisterna.

Supongo que toda el agua saliese en 4. horas; digo ahora por regla de tres: Si el caño mayor vacia en 2. horas una cisterna, en 4. horas quantas cisternas vaciará? Siguiendo la regla salen 2. cisternas. Otra vez: Si el caño mediano vacia en 3. horas una cisterna; luego en 4. horas vaciará una cisterna, y un tercio. Otra vez: Si el caño menor en 6. horas vacia una cisterna, luego en 4. horas vaciará dos tercios de cisterna. Y así, todos los tres caños abiertos en 4. horas vaciarían 4. cisternas, que es la suma de los tres numeros que han salido por las reglas

reglas de tres. Y pues solo pretendemos saber en quantas horas se vacia una cisterna, hemos excedido en 3.

Otra vez : Supongo , que en media hora sale toda el agua. Diga ahora : Si el caño mayor en 2. horas vacia una cisterna : luego en media hora vaciará un quarto de cisterna. Otra vez : Si el caño mediano en 3. horas vacia una cisterna ; luego en media hora vaciará un sexto de cisterna. Otra vez : Si el caño menor en 6. horas vacia una cisterna ; luego en media hora vaciará un dozavo de cisterna : Y así todos los tres vaciarán media cisterna en media hora ; y pues queremos que vacie una cisterna ; luego hemos faltado en media cisterna.

$$\begin{array}{r} 4 \quad * \quad 3 \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \\ \hline 3 \frac{1}{2} \quad 3 \frac{1}{2} \end{array}$$

Digamos , pues , por regla de tres : Si la suma de los errores 3. y medio , porque son desemejantes , dá la diferencia de las suposiciones 3. y media ; luego el error 3. dará el error de las suposiciones 3. qual restado de la suposicion 4. cuyo es el error tomado en la regla de tres , porque tiene el señal \*, quedará que todos los tres caños vaciarán la cisterna en una hora.

Lo mismo hallarèmos por el segundo modo. Multiplicando las suposiciones por los errores en cruz, salen los productos 2. y 1. y medio , cuya suma es 3. y medio , porque los errores son desemejantes , la qual dividida por la suma de los errores 3. y medio , dará 1. que es la hora misma de antes.

$$\begin{array}{r} 4 \quad * \quad 3 \quad 1 \frac{1}{2} \\ \quad \times \quad \quad \quad \quad \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 2 \\ \hline 3 \frac{1}{2} \quad 3 \frac{1}{2} \end{array}$$

617 Question 25. Una cisterna tiene un caño en la boca, por el qual se llena en 12. horas ; pero en el fondo tiene otro , por el qual se vacia en 18. horas ; preguntase si por el caño de arriba continuamente entrasse el agua , y por el del fondo saliesse siempre , en quantas horas se llenaria.

Suponiendo que se vacia en 20. horas , digo así : Si en 18. horas se vacia una cisterna ; luego en 20. horas se vaciará una cisterna , y un noveno. Luego es necessario que en las 20. se llenen 2. cisternas , y un noveno , para que vaciandose en el mismo tiempo una cisterna , y un noveno , quede una cisterna llena. Digo otra vez por regla de tres : Si en 12. horas se llena una cisterna , en 20. horas quantas se llenará ? Siguiendo la regla salen una cisterna , y dos tercios ; pero porque en las mismas 20. horas se avian de llenar dos cisternas,

$$\begin{array}{r} 20 \quad \frac{4}{9} \\ 40 \quad * \quad 9 \\ \hline 20 \quad 5 \end{array}$$

nas, y un noveno, hemos faltado à la verdad en este numero quatro novenos, que es la resta de 1. y dos tercios, à 2. y un noveno.

Supongo otra vez, que se vacia en 40. horas. Digo, pues: Si en 18. horas se vacia una cisterna; luego en 40. horas se vaciarán dos cisternas, y dos novenos; y así es necesario que en las 40. horas se avian de llenar 3. cisternas, y dos novenos, para que vaciandose las dos, y dos novenos en 40. horas, quede una cisterna llena. Ahora digo: Si en 12. horas se llena una cisterna; luego en 40. horas se llenarán 3. cisternas, y un tercio. Y pues en las mismas 40. horas se avian de llenar 3. cisternas, y dos novenos; luego se ha excedido en un noveno; y así escribo la suposicion 40. y à su lado el error un noveno, con el señal ✖.

Esto supuesto, sumense los errores, pues son desemejantes, y restando las suposiciones, digase: Si la suma de los errores cinco novenos dá la diferencia de las suposiciones 20. luego el error un noveno el error 4. de la suposicion, el qual restando de la suposicion 40. porque tiene el señal ✖, quedarán 36. y en tantas horas se llenará la cisterna.

Por el segundo modo. Multipliquense las suposiciones por los errores en cruz, y sumando los errores por una parte, y los errores por otra, pues que son desemejantes, divídase la suma de los productos por la suma de los errores, y saldrán las mismas 36. horas.

$$\begin{array}{r}
 20 \quad \text{---} \quad \frac{4}{9} \quad \quad 160 \\
 40 \quad \text{✖} \quad \frac{1}{9} \quad \quad 40 \\
 \hline
 20 \quad \quad \frac{4}{9} \quad \quad 160
 \end{array}$$

# LIBRO III.

## DE LA ANALYTICA DE LOS NUMEROS.

**A**NALYTICA, es una parte de la Arithmetica practica, que trata de la resolucion de las potestades en sus raices; ò de la extraccion de las raices de las mismas potestades, que todo es uno, y contiene dos partes; la primera trata de la extraccion de dichas raices; y la segunda de la invencion de diferentes medios proporcionales.

### P A R T E I.

#### DE LA EXTRACCION DE LAS RAICES.

*EXPLICANSE LOS TERMINOS DE LAS POTESADES,  
y raices.*

618 **P**otestad, ò Potencia de un numero, es el producto del mismo numero, multiplicado por si mismo una, ò muchas veces. Raiz, ò lado, es el numero, que multiplicandose por si mismo una, ò muchas veces, produce la potestad. Como el 9. es potestad del 3. porque multiplicando el 3. por 3. produce 9. y el dicho 3. es la raiz; assi mismo el 5. es raiz del 125. porque multiplicando 5. por 5. y el producto 25. otra vez por 5. salen  
Y 3



salen 125. Asimismo el 81. es potestad, y su raíz es 9. porque 9. veces 9. son 81. Del mismo modo el quebrado quatro novenos, es potestad de dos tercios. Dicese *Potestad*, porque es todo quanto puede la raíz, ó lado, multiplicandose por sí misma; y así es la potencia de la raíz.

619 La Potestad, es en dos maneras: *Simple y Compuesta*. La Potestad Simple, es el producto de un numero entero, ó quebrado por sí mismo, como está dicho simplemente, y sin afección, ó circunstancia alguna: Como 64. que es producto de 8. por 8. Item 82. que proviene de la multiplicacion de 3. por 3. y del producto 9. por 3. y otra vez del producto 27. por 3. Item 9. 25. avos que es el producto de tres quintos por sí mismo.

La Potestad compuesta, es la que tiene alguna circunstancia, ó afección; como 18. que es potestad compuesta de dos potestades, cuya raíz es 3. Item 20. que es potestad compuesta de la misma raíz; esto es, de 16. y de su raíz 4. Item 12. que es la resta de la raíz 4. de su potestad 16. y otras muchas que dexo, porque mi intento, solo es tratar de las Potestades Simples; reservando las otras para el arte mayor.

620 La Potestad Simple, se divide en *Quadrado; Cubo; Quadrado quadrado; Quadrado Cubo; Cubo Cubo; Quadrado quadrado Cubo, &c.* Y así mismo la raíz se divide en *Quadrada; Cubica; Quadrado, quadrada, &c.* como se vé en la siguiente tabla, la qual tiene tres Columnas. La primera, es de los exponentes, que señalan el orden de las potestades, y raíces. La segunda contiene las potestades, suponiendo, que la raíz es 2.

Exponentes.		Potestades.		Nombres de las Potestades.	
La tercera enseña los nombres de dichas potestades de dos modos; el uno por extenso; y el otro abreviando con solas las iniciales del nombre de cada potestad.	0	1			
	1	2	Raíz.	R.	
	2	4	Quadrado.	Q.	
	3	8	Cubo.	C.	
	4	16	Quad. quad.	Q. Q.	
	5	32	Quad. Cubo.	Q. C.	
	6	64	Cubo cubo.	C. C.	
	7	128	Quad. quad. cubo.	Q. Q. C.	
	8	256	Quad. quad. quad. quad.	Q. Q. Q. Q.	
	9	512	Cubo cubo cubo.	C. C. C.	
	10	1024	Quad. quad. Cubo cubo.	Q. Q. C. C.	

621 El *Quadrado*, es un numero producido de la multiplicacion de otro por si mismo una vez sola; como 4. que procede de la multiplicacion de 2. por 2. Item 9. que procede de la multiplicacion de 3. por 3. Mas 25. que proviene de la multiplicacion de 5. por 5. La *raiz quadrada*, es aquel numero, que multiplicandose una vez sola, produce al quadrado como el 2. respeto del 4. Item el 3. respeto del 9. Item el 5. respeto del 25.

622 *Cubo*, es un numero que nace de la multiplicacion de la raiz por si misma, y deste producto otra vez por la misma raiz; como el 8. que proviene de la multiplicacion de 2. por 2. y del producto 4. por la misma raiz 2. Item 27. que proviene de la multiplicacion de 3. por 3. y otra vez del producto 9. por la misma raiz 3. Con que la raiz multiplicando à su quadrado produce el Cubo. *Raiz cubica*, es el numero, que multiplicandose dos veces, produce al Cubo; como el 2. respeto del 8. y el 3. respeto del 27.

623 *Quadrado quadrado*, es un numero producido de la multiplicacion de la raiz por si misma, del producto otra vez por la misma raiz, y otra vez deste producto por la misma raiz; como el 16. que proviene de la multiplicacion de 2. por 2. y del producto 4. por 2. y del producto 8. por 2. Item 81. que proviene de la multiplicacion de 3. por 3. y del producto 9. por 3. y otra vez del producto 27. por 3. con que la raiz multiplicando à su cubo, produce al Quadrado quadrado. *Raiz Quadrado quadrada* es la que multiplicandose tres veces, produce al Quadrado quadrado, como el 2. respeto del 16. y el 3. respeto del 81. Y así de las demás potestades.

624 De fuerte, que la primera potestad que es el Quadrado, produce de una multiplicacion de la raiz; la segunda, que es el cubo, procede de dos multiplicaciones; la tercera, que es el Quadrado quadrado, de tres; la quarta, de quatro, &c. Que es lo mismo, que decir, que en el quadrado se toma dos veces la raiz deste modo 2. 2. (que es lo que denota el exponente 2. y por esso la raiz quadrada, se llaman Raiz segunda, ò R. 2.) y se multiplica, con que ay sola una multiplicacion. En el cubo se pone tres veces la raiz deste modo 2. 2. 2. y multiplicandola continuamente, se forma dos multiplicaciones; su exponente es 3. por otras tantas veces que se escribe la raiz, y por esso la raiz cubica, se dice raiz tercera, ò R. 3. En el Quadrado quadrado, se toma la raiz quatro veces, así 2. 2. 2. 2. (que es lo que significa su exponente 4. y por esso la raiz Quadrado quadrada, se dice raiz quarta, ò R. 4.) y multiplicandola continuamente, ay tres multiplicaciones. Y así de las demás.

625 De las dos primeras Potestades *Quadrado*, y *Cubo*, toman las demás el nombre, repitiendole tantas veces, como lo denotan las partes del exponente: Y así porque el exponente 4. se compone de dos exponentes 2. que es del *quadrado*, será la potestad correspondiente al dicho exponente 4. *Quadrado Cubo*; porque sumando el exponente 2. del *quadrado*, con el exponente 3. del *cubo*, hacen 5. Del mismo modo la potestad, cuyo exponente es 6. se llama *Cubo cubo*, porque el exponente 6. consta de dos veces el 3. que es exponente del *cubo*. La potestad del exponente 7. es *Quadrado quadrado cubo*: ó *Cubo quadrado quadrado*; porque sumando el exponente 3. del *cubo*, con el exponente 4. del *Quadrado quadrado*, hace 7. Y así de las demás.

Algunos Autores dan diferentes nombres à las potestades, porque no atiendan à la suma de los exponentes, sino à la multiplicacion; y así à la potestad, cuyo exponente es 6. la llaman *Quadrado Cubo*, porque multiplicando el exponente 2. del *quadrado* por el exponente 3. del *cubo*, sale el exponente 6. Los antiguos tambien usaron de otros nombres, y caracteres, para explicar las Potestades que ahora solo sirven de confusion. A la Raíz llamaron *Cosa*, y por esso à la Algebra dieron nombre de *Regla de la cosa*; al *Quadrado*, *Censo*; al *Quadrado quadrado*, *Censo de censo*; al *Quadrado Cubo*, *Surdesolido*, *Surdesolido*, ó *Primo relato*, &c. Estas noticias bastan para que no cause novedad el hallar diferentes nombres en algunos Autores.

626 Si lo que hasta aqui hemos dicho, se considera atentamente, estará manifesto; lo primero, que un mismo numero, puede ser raíz de muchas potestades, como el 2. es raíz del *Quadrado* 4. del *Cubo* 8. del *Quadrado quadrado* 16. &c. pero toma el nombre de la potestad à quien se compara; y así respecto del *Quadrado*, se llama *Raíz quadrada*; respecto de *Cubo*, *Raíz cubica*, &c.

Lo segundo, que una misma potestad, tiene diferentes raíces; como el 16. que tiene al 4. y al 2. por raíces, porque juntamente es *quadrado*, y *Quadrado quadrado*; en quanto es *quadrado*, tiene al 4. por raíz *quadrada*, y en quanto es *Quadrado quadrado*, tiene por raíz *Quadrado quadrada* al 2. Asimismo el 64. en quanto es *Cubo cubo*, tiene al 2. por raíz *Cubo cubica*; en quanto *Cubo*, tiene al 4. por raíz *cubica*; y en quanto *quadrado*, tiene al 8. por raíz *quadrada*.

627 Las Potestades, unas son *racionales*, y otras *irracionales*. Las racionales, son las que tienen verdadera raíz, que se expli-

ma, y declara con algun numero entero quebrado, ò con ambos juntos; como 16. cuya raíz quadrada es 4. Item quatro novenos, cuya raíz quadrada es dos tercios. Item 6. y un quarto, cuya raíz quadrada es 2. y medio; y lo mismo se ha de entender de las otras potestades. Las potestades irracionales son aquellas, cuya raíz no se puede explicar por numeros; porque no ay numero alguno, ni entero, ni quebrado, que la expresse, y declare; y por esso la dicha raíz de las potestades irracionales se llama *Sorda*, porque no pudiendose declarar, tampoco se puede oír; como el 32. que no tiene raíz quadrada en numeros; ni el 12. tiene raíz cubica; y otras innumerables.

Para la cabal inteligencia de esto es menester advertir, que así como la potestad racional es el producto de un numero multiplicado por sí mismo una, ò muchas veces; del mismo modo la potestad irracional se supone, que es el producto de una raíz multiplicada por sí misma una, ò muchas veces; y así pudo tomar qualquier numero por qualquier potestad; esto es, por quadrado, cubo, &c. y entonces puede suceder, que segun una potestad tenga raíz, y segun otra no; como el 27. si le tomo por quadrado será irracional, porque no tiene raíz quadrada que se pueda explicar por numeros; pero si le tomo por cubo tendrá raíz cubica que es 3. y así será racional.

628 De lo dicho se infiere, que sacar raíz de una potestad no es otra cosa, que buscar un numero, que multiplicado por sí mismo una, ò muchas veces, haga la dicha potestad, si es racional; à la potestad proxime menor, si es irracional; como sacar raíz quadrada de la potestad 64. es buscar el 8. el qual multiplicado por sí mismo hace justamente 64. Pero sacar raíz quadrada de la potestad irracional 32. es buscar un numero, que multiplicado por sí mismo, constituya el quadrado racional proximo menor que el dicho 32. la qual es 5. y un quebrado que no se puede señalar; porque como se puede aproximar infinitamente, no es posible, señalar el ultimo. En el discurso de este libro trataremos de esto mas largamente, agora expliquemos otros terminos.

### *Del numero plano, y Sólido.*

629 *Numero plano* es el producto de la multiplicacion de dos numeros, como el 12. que proviene de la multiplicacion de 4. por 3. y estos numeros se llaman lados del dicho plano, tomando el nombre de la cantidad continua; porque un rectangulo, que es figura plana, se forma del movimiento de un lado en el otro, que es lo mismo que la multiplicacion. Asimismo, el 36. es numero plano, cuyos

cuyos lados son 4. y 9. porque 4. veces 9. son 36. Un mismo plano puede tener diferentes lados, porque puede provenir de la multiplicacion de diferentes numeros; como el 36. es producto de 18. por 2. Item, de 12. por 3. Item, de 9. por 4. Item, de 6. por 6. y entonces es quadrado; pero unos lados no pueden hacer diferentes planos.

630 El numero plano se puede dividir en infinitos generos de planos; es à saber, en triangular, quadrangular, pentagono, &c. tomando las unidades del numero como puntos; así como en la cantidad continua, la figura plana se divide en triangulo, quadrangulo, &c. Y así, el numero 3. es triangular, porque sus unidades se pueden disponer en forma de triangulo. El numero 6. es tambien triangular. Item, el 10. como todo se vé en las figuras.

El numero 12. es quadrangular, porque sus unidades, tomadas como puntos, se pueden disponer en forma de quadrangulo, y sus lados serán 4. y 3. Item, el 9. es quadrangular, y porque sus lados 3. y 3. son iguales, será tambien quadrado. Y lo mismo se entiende respectivamente en los otros numeros Planos, Pentagono, Hexagono, Circular, &c. que por no ser esto de mucha importancia, no profigo en su explicacion.

631 *Numero sólido* es el producto de la multiplicacion continua de tres numeros unos por otros, los quales se llaman lados, como el 24. que proviene de la multiplicacion de los lados 2. 3. 4. porque dos veces 3. son 6. y 6. veces 4. son 24. Así mismo, el 32. es numero sólido, porque proviene de la multiplicacion de los lados 2. 2. 8. Tambien el 27. es sólido, porque nace de la multiplicacion de los lados 3. 3. 3. los quales por ser iguales, sea el dicho 27. sólido cubico. Un mismo sólido puede tener diferentes lados, como se dixo en el numero plano, porque puede provenir de la multiplicacion de tres diferentes lados; como el 48. que es el producto de 2. 4. 6. y de 2. 3. 8.

El numero sólido se forma à semejanza de las figuras sólidas, tomando las unidades como puntos; y así se puede dividir en diferentes figuras: Como *Celmar*, que nace de la multiplicacion de qual-

●  
● ●

●  
● ●  
● ● ●

●  
● ●  
● ● ●  
● ● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ●  
● ● ● ● ● ● ● ●  
● ● ● ● ● ● ● ●

qualquier numero plano por un qualquier numero, como el triangular 6. multiplicado por 4. hace al colunar 24. Item, *Pyramidal*, que es el tercio del colunar, como 8. y otros que dexo por no ser de mi intento, los quales podrá ver el curioso en las Arithmeticas de Jordano, y del Abad Maurolyco.

632 Advierto aqui dos cosas: La primera, que un mismo numero plano puede ser sólido, y al contrario; como el 24. el qual en quanto proviene de la multiplicacion de 4. por 6. es plano; y en quanto nace de la multiplicacion de 2. 3. 4. es sólido; que es lo mismo que hemos dicho de las potestades, que una misma se puede considerar como à diferentes; esto es, como à quadrado, enbo, &c.

La segunda, que aunque el numero plano, y sólido se divida en diferentes planos, y sólidos, como queda dicho: pero en las definiciones del numero plano, y sólido (629. y 631.), solo hemos definido con Euc. defin. 16. y 17. al plano, y sólido quadrangular, y rectangulo; esto es, al producto de dos, ò tres numeros, porque de estos solos hemos de tratar con Euclides, dexando los otros por no conducir mucho para la inteligencia de las Mathematicas, y trato comun, que es nuestro principal intento. Y assi, siempre que adelante nombraremos numero plano, ò sólido, entendèremos de los quadrangulares rectangulos.

*De los Planos, y Sólidos semejantes.*

633 Numeros planos, ò sólidos semejantes son aquellos que tienen los lados proporcionales; y assi, el 6. y el 24. son planos semejantes; porque sus lados 2. 3. — 4. 6. son proporcionales; esto es, como 2. à 3. assi 4. à 6. y como 2. à 4. assi 3. à 6. Asimismo, el 24. y el 192. son sólidos semejantes, porque sus lados 2. 3. 4. y 4. 6. 8. son proporcionales. Esta es la defin. 21. lib. 7. de Euc.

Pero adviértase, que para que los numeros planos, ò sólidos sean semejantes, no es necesario que todos sus lados (algunos numeros planos, ò sólidos pueden tener muchos lados, como queda advertido) sean proporcionales, fino que basta que tengan algunos; y assi, los planos 15. y 60. son semejantes, aunque tomemos sus lados 3. 5. y 5. 12. porque aunque estos no sean proporcionales, pero lo son estos otros 3. 5. y 6. 10.

Todo lo que hasta aqui hemos dicho se ha de entender tanto en los numeros enteros, como en los quebrados, ò enteros, y quebrados. Mas todo numero plano, ò sólido necessariamente ha de ser compuesto, y no puede ser primo; porque como proviene de la multiplicacion de dos, ò mas numeros, es preciso que tenga alguna medida à mas de la unidad.



## CAPITULO PRIMERO.

DE LA THEORICA DE LAS POTESADES,  
y Raices en general

## THEOREMA I.

LOS NUMEROS PLANOS TIENEN ENTRE SI LA RAZON  
compuesta de los lados.

634 Sean dos numeros planos AB. CD. semejantes, ò deseme-  
jantes, cuyos lados sean A. y B. C. y D. Digo, que la  
razon de AB. à CD. es compues-  
ta de las razones de A. à C. y de B. à D. de suerte, AB. BC. CD.  
que los lados de un plano sean antecedentes, y 24. 18. 48.  
los del otro consequentes; y que multiplicando  
el denominador 1. y un tercio de la razon de A. A. B. C. D.  
à C. por el denominador tres octavos de la razon 4. 6. 3. 16.  
de B. à D. saldrà el denominador  $\frac{1}{2}$  de la razon  
del plano AB. al plano CD. (290), que es la razon compuesta.

Multipliquense B. por C. ò al contrario C. por B. que todo es uno, y  
saldrà el numero BC. Y pues el numero B. multiplicando á A. y C.  
produce los productos AB. y BC. tendrán estes la misma razon que A.  
à C. (71). Asi mismo, porque C. multiplicando à B. y à D. produce  
los numeros BC. CD. tendrán estos la misma razon que B. à D. Con que  
AB. es à BC. como A à C. y BC. es à CD. como B. à D. y asi AB. BC.  
CD. son proporcionales en la razon de los lados: Luego la razon de AB.  
à CD. se compone de las razones de AB. à BC. y de BC. á CD. (290),  
que son las mismas que las de los lados. Esta es la prop. 5. del 3. de Euc.

635 Si los numeros planos fueren semejantes, como 12. y 48.  
cuyos lados son 3. 4. y 6. 8. La razon del 12.  
al 48. será duplicada de la razon de los lados AB. BC. CD.  
3. à 6. de 4. á 8. porque como el 12. al 24. 12. 24. 48.  
(que es el producto de 4. por 6.) tiene la misma  
razon que 3. à 6. y el 24. al 48. tiene la misma A. B. C. D.  
razon que 4. à 8. como queda probado: Luego 3. 4. 6. 8.  
siendo la razon de 3. à 6. la misma que la de 4.  
à 8. por ser lados proporcionales, será la razon de 12. à 24. la misma,  
que



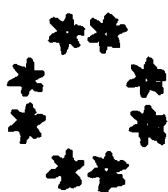
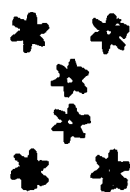
que la de 24. à 48. y los tres numeros 12. 24. 48. serán continuamente proporcionales ; y así , la razon del 12. al 48. será duplicada de la razon de 12. à 24. (292) , que es la misma que la de los lados, y el numero 24. será medio proporcional entre los planos semejantes ; y al contrario si entre dos numeros ay un medio proporcional , serán planos semejantes. Esta es la prop. 18. del 8. de Euclides.

*Consecutarios.*

636 Los numeros quadrados como 9. y 36. tienen la razon duplicada de sus raíces 3. y 6. porque los quadrados son planos semejantes , y las raíces lados proporcionales. Mas entre dos numeros quadrados necessariamente ha de aver un medio proporcional , que aqui es el 18. de fuerte , que son continuamente proporcionales 9. 18. 36. como consta claramente , aplicando la demonstracion del parrafo antecedente à los numeros del exemplo propuesto ; y esta es la prop. 11. del 8. de Eucl.

637 Si de tres numeros 9. 18. 36. continuamente proporcionales , el primero 9. fuere quadrado , tambien lo será el ultimo 36. porque siendo continuamente proporcionales , avrà un medio 18. entre ellos ; y así el 9. y el 36. serán planos semejantes (635). Y como à un quadrado no ay otro plano semejante fino otro quadrado , si el primer 9. es quadrado , tambien será quadrado el tercero 36. que es su semejante. Es la prop. 22. del 8. de Eucl.

638 Los planos semejantes tienen la misma razon que los quadrados ; esto es , que ay dos planos semejantes como 6. y 54. avrà otros dos numeros quadrados como 4. y 36. que tengan la misma razon ; porque siendo 6. y 54. numeros planos semejantes , entre ellos avrà un numero 18. medio proporcional (635). Hallense, pues, tres numeros minimos en la razon de 6. 18. 54. (370) , los quales será 4. 12. 36. cuyos extremos 4. y 36. son numeros quadrados (371) : Luego por igualdad de razon (317) como 6. à 54. así el quadrado 4. al quadrado 36. Y esta es la prop. 26. del 8. de Eucl.



## THEOREMA II.

**LOS NUMEROS SOLIDOS TIENEN ENTRE SI LA RAZON**  
compuesta de sus lados.

639 Sean dos numeros sólidos ABE. CDF. semejantes, ó no semejantes, cuyos lados sean A. B. E. y C. D. F. Digo, que tienen la razon compuesta de las razones de A. à C. de B. à D. y de E. à F. Porque si el producto de B. y E. ( aqui es 12. ) se multiplica por A. y por C. saldrán los productos ABE. BEC. en la misma razon de A. à C. ( 71. y 312. ) También porque los productos ABE. BEC. tienen entre si la razon de los numeros significados por las letras A. y B. que son comunes, ó no se hallan en ambos productos ( 305 ).

Asi mismo, si el producto de E. por C. ( que aqui es 12. ) se multiplica por B. y D. producida los productos BEC. ECD. los cuales tienen la misma razon que B. à D. que son los lados no comunes ( 305 ). Ultimamente, si el producto de C. y D. se multiplica por E. y F. saldrán los productos ECD. CDF. en la misma razon de E. à F. que son los lados no comunes. Con que los numeros ABE. BEC. ECD. CDF. tienen la misma razon que los lados A. à C. Item, B. à D. Item, E. à F. La razon, pues, de ABE. à CDF. se compone de las razones de los numeros intermedios ( 290 ), que son las mismas, que las de los lados. Luego los numeros sólidos tienen la razon compuesta de sus lados.

640 Si los numeros sólidos son semejantes, como 24. y 192. cuyos lados son 2. 3. 4. y 4. 6. 8. la razon de los sólidos será triplicada de la de los lados homologos 2. 4. ó 3. 6. ó 4. 8. Porque, como queda demostrado, la razon de ABE. à BEC. es la misma que la de A. à C. La razon de BEC. à ECD. es la misma que la de B. à D. Y la razon de ECD. à CDF. es la misma que la de E. à F. Pues como las razones de A. à C. de B. à D. y de E. à F. sean iguales, por ser los sólidos semejantes, y los lados proporcionales, serán los quatro numeros ABE. BEC. ECD. CDF. continuamente

te proporcionales; y así, la razón de ABE. à CDF. será subduple de la de ABE. BEC. (292) que es la misma que la de A. à C. Y los números BEC. ECD. serán medios proporcionales entre los sólidos semejantes. Esta es la proposición 18. del libro 8. de Euclides.

641

Al contrario. Si entre dos números ay dos medios proporcionales, los tales números son sólidos semejantes. Sean los dos números ABE. CDF. entre los quales ay dos medios proporcionales BEC. ECD. Busquense tres números

G. H. K. continuamente proporcionales, y mínimos en la razón de ABE. à BEC. (370), y serán G. y K. planos semejantes, pues que entre ellos ay un medio proporcional H. (635), y también cuadrados (638). Sean A. B. lados de G. y C. D. lados de K. Y como los números G. H. K. son

ABE	BEC.	ECD.	CDF.
8.	12.	18.	27.

G.	H.	K.
4.	6.	9.

A.	B.	E.	C.	D.	F.
2.	2.	2.	3.	3.	3.

en la razón de ABE. BEC. ECD. los medirán por algún número, que supongo que es E. (373). Por la misma razón, los mismos G. K. medirán à BEC. ECD. CDF. por un número que supongo es E. Luego E. multiplicando à G. H. K. producirá ABE. BEC. ECD. y multiplicando à los mismos G. H. K. producirá à BEC. ECD. CDE. Pues como G. sea de el producto de sus lados. A. y B. Luego E. multiplicando à G. producirá ABE. número sólido, y sus lados son A. B. E. Así mismo, F. multiplicando à K. producirá al sólido CDF. cuyos lados son C. D. F. Multiplicando, pues, H. por E. y F. se producen los medios BEC. ECD. que tienen la misma proporción que E. à F. (71) que es la misma que G. à H. ò que la de A. à C. ò B. à D. por ser lados proporcionales de los planos semejantes G. y H. Luego los lados A. B. E. son proporcionales à los lados C. D. F. y así, los sólidos engendrados de dichos lados, serán semejantes. Esta es la prop. 21. del lib. 8. de Eucl.

### Consecuencias.

642

Los números cubicos como 8. y 27. tienen la razón triplicada de sus raíces 2. y 3. Porque los números cubicos son sólidos semejantes, y las raíces lados proporcionales: Luego tienen la razón triplicada de las raíces, ò lados (64), y entre ellos avrá dos medios proporcionales, que es la prop. 12. del 8. de Eucl.

643

Si de quatro números continuamente proporcionales, como 8. 12. 18. 27. el primero 8. fuere cubico, tambien lo será el último 27.

Por-

Porque siendo continuamente proporcionales, avrà dos medios: Luego los extremos 8. y 27. son sólidos semejantes (641). Y como à un cubo no aya otro sólido semejante fino otro cubo; si el primero 8. es cubo, tambien el ultimo 27. Es la prop. 23. del 8. de Eucl.

644 Los numeros sólidos semejantes tienen entre sí la misma razón que un cubo à otro; esto es, que si ay dos sólidos semejantes como 10. y 80. avrà necesariamente dos cubos como 1.

y 8. que tengan la misma razón. Porque como 10. 20. 40. 8. 10. y 80. son sólidos semejantes, avrà entre ellos

dos medios proporcionales 20. y 40. (641); y 1. 2. 4. 8. así será continuamente proporcionales 10. 20.

40. 80. Hallense quatro numeros proporcionales minimos (370), que son 1. 2. 4. 8. de los quales el primero, y ultimo son cubos (371): Luego los sólidos semejantes son como los cubos. Es la prop. 27. del 8. de Eucl.

### THEOREMA III.

**LOS NUMEROS QUADRADOS TIENEN ENTRE SI**  
*razon duplicada de sus raíces; los cubos triplicada; los quadrados quadrados, quadruplicada, &c.*

645 **E**ste Theorema, en quanto à los quadrados, y cubos, está ya demonstrado arriba (636. y 642.) Ahora lo demonstraremos universalmente, comprehendiendo todas las Potestades. A saber, que los quadrados tienen entre sí la razón duplicada de sus raíces; los cubos, triplicada; los quadrado quadrados, quadruplicada; los cubo cubos, quintuplicada, y así prosiguiendo infinitamente.

A. B.

2. 3.

AA. AB. BB.

4. 6. 9.

AAA. AAB. ABB. BBB.

8. 12. 18. 27.

AAAA. AAAB. AABB. ABBB. BBBB.

16. 24. 36. 54. 81.

Sean, pues, dos raíces A. y B. las

quales multiplicadas por sí mismas producen los quadrados AA. BB. entre los quales ay un medio proporcional AB. porque AA. à BB. tiene la razón de A. à B. (305). Así mismo, AB. à BB. tiene la

La razon de A. à B. Luego teniendo AA. à BB. la razón duplicada de AA. à AB. (292) tendrá la razon duplicada de la razon de las raíces A. à B.

Las mismas raíces A. B. multiplicando á los quadrados AA. y BB. producirán los cubos AAA. y BBB. como consta por la generacion de las potestades; y multiplicando las dichas raíces al medio AB. producirán á los numeros AAB. y ABB. los quales son medios proporcionales; porque AAA. à AAB. tienen la razon de A. á B. (305). Asimismo AAB. Item ABB. á BBB. tienen la razon de A. à B. Luego AAA. AAB. ABB. BBB. son continuamente proporcionales en la razon de las raíces A. à B. y así, los cubos AAA. y BBB. que son los extremos, tienen la razon triplicada de las raíces (292), que como está dicho, es la misma que la de AAA. à AAB.

Mas las mismas raíces A. y B. multiplicando á sus cubos AAA. y BBB. producen los quadrado quadrados AAAA. y BBBB. como consta por la formacion de las potestades; y las mismas raíces, multiplicando á los medios AAB. AB. ABB. forman á AAAB. AABB. ABBB. que son medios proporcionales entre los quadrado quadrados referidos, pues que todos guardan la razon de las raíces A. à B. (305): Luego AAAA. AAAB. AABB. ABBB. BBBB. son continuamente proporcionales en la razon de las raíces A. à B. Luego los extremos, que son los quadrado quadrados, tienen la razon quadruplicada de AAAB. à AAAB. (292) que es la misma que la de A. à B.

Por la misma razon los cubo cubos tendrán la razon quintuplicada de las raíces; los quadrado quadrado cubos, quintuplicada; y así de los demás segun fuere su exponente. De suerte, que las potestades, cuyo exponente es 2. tienen entre sí la razon duplicada de sus raíces; las potestades, cuyo exponente es 3. triplicada; las que tienen el exponente 4. quadruplicada, &c.

### Consejos.

646 Entre los quadrados ay un medio proporcional; entre los cubos, dos; entre los quadrado quadrados, tres; entre los cubo cubos, quatro; y así de los demás, uno menos siempre que el exponente. De suerte, entre las potestades que tienen 2. por exponente, cae un medio proporcional, entre las que tienen al exponente 3. ay dos medios proporcionales; entre las que tienen 4. por exponente, ay tres medios, &c.

647 Las raíces tienen la razon subduplicada de los quadrados; subtriplicada de los cubos; subquadruplicada de los quadrado quadrados, &c. Porque teniendo las potestades la razon duplicada, triplicada, &c. de las raíces, tendrán las mismas raíces la razon subduplicada, subtriplicada, &c. de las potestades (292).

648 Si ay tres numeros continuamente proporcionales, si el primero es

quadrado, tambien lo será el tercero. Si son quatro los numeros continuamente proporcionales, y el primero fuere cubo, tambien lo será el quarto. Si son cinco, y el primero fuere quadrado quadrado, tambien lo será el quinto; y así de las demás.

## THEOREMA IV.

*EN QUALQUIER SERIE DE NUMEROS CONTINUAMENTE proporcionales, que comienza de la unidad, el tercero quinto, septimo, y así alternativamente, son quadrados; el quarto, septimo, y así entredexando dos, son cubos; el quinto, nono, y así entredexando tres, son quadrado quadrados., y así de las demás potestades.*

649 **L**O primero demostraré, que el numero segundo, que aquí es el 2. es raíz de todos los demás; y así, el tercero 4. será quadrado, el quarto 8. cubo; el quinto 16. quadrado quadrado, &c. Porque como 1. 2. 4. son continuamente proporcionales, tantas veces entrará el 1. en el 2. quantas el 2. en el 4. Luego como el 1. mide el 2. por el mismo 2. esto es, dos veces, tambien el 2. medirá al 4. dos veces, que es tantas veces como unidades tiene en 2. y así será lo mismo que multiplicandose así mismo; con que el 2. es raíz quadrada respecto del 4.

Asimismo, como 1. 2. 4. 8. son continuamente proporcionales, tantas veces entrará el 1. en el 2. quantas el 4. en el 8. Luego como el 1. entra en el 2. tantas veces como tiene unidades; esto es, dos veces, tambien el 4. entrará dos veces en el 8. y así, el 2. multiplicado al 4. produce al 8. y por consiguiente es cubo, como consta por la generacion de las potestades, y su raíz es el 2.

Del mismo modo, el 8. entra en el 16. tantas veces, como 1. en 2. y así, el 2.

multiplican-	1.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
do al 8. pro-	1.	2.	4.	8.	16.	256.	512.	1024.	2048.		

duce al quadrado quadrado 16. cuya raíz es el mismo 2. Y de este modo se demostrará, que el 32. es cubo cubo, y que su raíz es el 2. Mas, que el 64. es quadrado quadrado cubo, cuya raíz es el mismo 2. y así de las demás potestades.

650 Esto supuesto digo lo primero, que contando de tres en tres numeros inclusivè desde la unidad arriba, todos son quadrados; porque el tercero 4. ya queda probado que es quadrado: Luego tambien lo será el quinto 16. porque 4. 8. 16. son continuamente proporcionales; y siendo el 4. numero quadrado, tambien lo será el 16. (637). Asimismo 16. 32. 64. son continuamente proporcionales por la suposicion: Luego si 16. es quadrado, tambien lo será el 64. y así de los demás.

Lo

Lo segundo , que contando de quatro en quatro numeros desde la unidad arriba inclusivè , todos son cubos ; que el quarto 8. lo sea , consta por la demonstracion antecedente ; que el septimo lo sea , es manifestò ; porque 8. 16. 32. 64. son continuamente proporcionales por la suposicion : Luego si el 8. es cubo , tambien lo serà el 64. (643), y asi de los demás.

Lo tercero , que contando de cinco en cinco numeros desde la unidad arriba inclusivè , todos son quadrado quadrados. Que el quinto lo sea , ya queda probado ; pero que el decimo sea quadrado quadrado , consta ; porque el 16. 32. 64. 128. 256. 512. son continuamente proporcionales por la suposicion : Luego si el 16. es quadrado quadrado , tambien lo serà el 512. Y de este modo se probarà el Theorema en todas las demás potestades. Esta proposicion es la 8. del 9. de Euclides , pero mas universal.

T H E O R E M A V.

**SI DOS POTESADES SEMEJANTES SE MULTIPLICAN,**  
ò dividen unas por otras , los productos , ò quocientes seràn potestades del mismo genero , cuyas raices seràn los productos , ò quocientes de las raices de las potestades multiplicantes , ò dividendes.

*Exposicion.*

651 **S**I dos quadrados como 4. y 36. se multiplican entre sí , el producto 144. serà numero quadrado , cuya raíz 12. es el producto de la raíz 2. de un quadrado por la raíz 6. del otro. Y si el quadrado 36. se divide por el quadrado 4. el quociente 9. será tambien numero quadrado , cuya raíz es el quociente 3. de la division de la raíz 6. del quadrado 36. por la raíz 2. del quadrado 4. Asimismo , si dos cubos como 8. y 64. se multiplican entre sí , el producto 512. serà tambien cubo , cuya raíz cubica 8. es el producto de la raíz 2. del cubo 8. por la raíz 4. del cubo 64. Y si el 64. se parte por el 8. el quociente 8. serà numero cubico , cuya raíz 2. es el quociente de la raíz 4. por la raíz 8. Y lo mismo proporcionalmente digo de todas las otras potestades.

*Demonstracion.*

Sean los quadrados multiplicantes AA. y BB. cuyas raices son A. y B. y el producto AABB. Digo lo primero , que este producto es numero quadrado. Multipliquese AA. à sí mismo , y producirà el quadrado AAAA. Y pues AA. multiplicando à sí mismo , y al quadrado BB. produce los numeros AAAA. y AABB. tendrán estos la misma razon de AA.

	1		
	A		B
	3		6
	AA	AB	BB
	9	18	36
	AAA		AABB
	81		324
	Z 2		à BB.



à BB. (71). Y como AA. BB. son quadrados por la suposicion, avrà entre ellos un medio proporcional AB. (635): Luego entre AAAA. y AABB. avrà otro medio proporcional, por la 8. del 8. de Eucl. Luego siendo AAAA. quadrado, lo será tambien AABB. (637).

Digo lo segundo, que la raíz quadrada del quadrado AABB. es el producto AB. de las raíces A. y B. porque el producto AB. à una raíz B. tiene la misma razon, que la otra raíz A. à la unidad (57). Por lo mismo, el producto AABB. al quadrado BB. tiene la misma razon, que el otro quadrado multiplicante AA. à la unidad. La razon, pues, de AABB. à BB. es duplicada de la razon de sus raíces; esto es, de la raíz de AABB. à la raíz B. por ser numeros quadrados (636). Así mismo, la razon del quadrado AA. à la unidad quadrada, es duplicada de la raíz A. à la raíz de la unidad quadrada, que es 1. Luego la raíz de AABB. à la raíz B. tiene la misma razon; que la raíz A. à la unidad, porque entrambas tienen la razon subduplicada de sus quadrados, y las subduplicadas de iguales son iguales. Pues como AB. à B. tenga la misma razon que A. à la unidad, serán las razones de la raíz de AABB. à B. y la de AB. à B. iguales: Luego AB. y la raíz de AABB. son iguales. Y así, la raíz del producto de dos quadrados, es el producto de sus raíces.

La misma demonstracion se ha de aplicar à todas las otras potestades, solo mudando lo que aqui se ha dicho, que los quadrados tienen entre sí la razon duplicada de sus raíces, y estas subduplicadas de los quadrados en razon triplicada, quadruplicada, &c. y en razon subtriplicada, subquadruplicada, &c. Y para que esté manifesta, bolveré à repetirla en los cubos.

Sean dos cubos AAA. BBB. cuyas raíces son A. y B. Multipliquese el uno por el otro. Digo lo primero, que el producto AAABBB. es tambien numero cubico; porque

multiplicandose AAA. à sí mismo, producirá el numero AAAAAA. (el qual es cubo, porque multiplicandose un cubo à sí mismo, sale cubo cubo, que es dos veces cubo por multiplicación, como consta por la generacion de las potestades): Luego AAAAAA. y AAABBB. tendrán la razon de AAA. y BBB. (71). Y como AAA. y BBB. son cubos por la suposicion, avrà entre ellos dos medios proporcionales (642); y por consiguiente entre AAAAAA. y AAABBB. avrà tambien otros dos medios proporcionales, por la 8. del 8. de Eucl. y serán

	1	
A.	2.	3. B.
AAA.	8.	216. BBB.
AAAAAA.	64.	1728. AAABBB.
	AB.	
	6.	

quatro números continuamente proporcionales ; y así , siendo el primero AAAAAA. cubo , tambien lo será el ultimo AAABBB. ( 643 ).

Digo lo segundo , que la raíz cubica del cubo AAABBB. es el producto AB. de las raíces A. B. Porque el producto AB. à una raíz B. tiene la misma razon , que la otra raíz A. à la unidad ( 37 ) ; y tambien el producto AAABBB. ( que como està dicho es cubo ) al cubo BBB. tiene la misma razon , que el otro cubo multiplicante AAA. à la unidad. La razon , pues , de AAABBB. à BBB. es triplicada de sus raíces ( 642 ). Así mismo , la razon del cubo AAA. à la unidad cubica , es triplicada de sus raíces ; esto es , de la raíz A. à la raíz de la unidad cubica , que es 1. Luego la raíz cubica de AAABBB. à la raíz B. tiene la misma razon que la raíz A. la unidad ; porque las dos tienen la razon subtriplicada de sus potestades , y las razones subtriplicadas de iguales son iguales ( 293 ). Pues como AB. à B. tenga la misma razon que A. à la unidad , serán las razones de la raíz de AAABBB. à B. y la de AB. à B. iguales : Luego AB. y la raíz de AAABBB. son iguales. Y así , la raíz cubica del producto de dos cubos , es el producto de sus raíces.

La segunda parte del Theorema , que dividiendo una potestad por otra semejante el quociente tambien es potestad semejante , y su raíz es el quociente de la division , se infiere de lo que hemos demostrado ; porque como multiplicando una potestad por otra su semejante sale una potestad semejante , cuya raíz es el producto de las raíces de las potestades multiplicantes : Luego dividiendo el producto por una de estas potestades multiplicantes , saldrà la otra potestad semejante ; y dividiendo la raíz del producto por una de las raíces de las potestades multiplicantes , saldrà la raíz de la otra potestad. Esto se funda , en que la division deshace lo que la multiplicacion hace.

## THEOREMA VI.

*EN QUALQUIER SERIE DE NUMEROS CONTINUAMENTE proporcionales , que comienza de la unidad , del mismo genero de potestad que es el segundo , serán todas los demás.*

652 **S**Ea qualquier serie de numeros continuamente proporcionales , que comienza de la unidad A.B.C.D.E. ( en la qual se comprehenden quatro diferentes series ). Digo , que si el segundo termino B. es quadrado , todos los demás serán quadrados , como en la primera ; si es cubo , como en la segunda , todos serán cubos , si quadrado quadrado , como en la tercera , todos los demás será quadrado quadrados , &c.

Porque el segundo termino B. es raíz de todos los demás (640). Luego multiplicandose à si mismo produce al tercero C. y multiplicando à este produce al quarto D. &c. Pues como por la suposicion el segundo es quadrado, cubo, &c. multi-

plicandose á si mismo producirá tambien quadrado, cubo, &c. como queda demonstrado en el Theorema antecedente; y así, el termino tercero será potestad semejante á la del segundo termino;

y multiplicando el segundo por el tercero, saldrá el quarto del mismo genero de potestad que primero; porque como primero, y tercero son potestades de un mismo genero, tambien lo será el producto, que es el quarto por el Theorema antecedente; y así de lo demás.

### THEOREMA VII.

*SI UNA POTEIDAD MIDE A OTRA, TAMBIEN SU RAIZ midirá à la raíz de la otra. Y si una raíz mide à otra, tambien la potestad midirá à la potestad.*

653 **S**Upongo que el quadrado 9. mide al quadrado 36. esto es, que multiplicado algunas veces constituye al 36. Digo lo primero, que tambien la raíz quadrada 3. del 9. midirá à la raíz quadrada 6. del 36. Porque siendo el 9. y el 36. numeros quadrados, avrà entre ellos un medio proporcional 18. y así serán continuamente proporcionales 9. 18. 36. en la razon de las raíces 3. á 6. Y como el quadrado 9. mide al 36. por la suposicion, luego el 9. tambien midirá al 18. por la prop. 7. del 8. de Eucl. Y pues 9. es à 18. como la raíz 3. à la raíz 6. si el 9. mide al 18. tambien la raíz 3. à la raíz 6. porque la misma especie de la razon submultiplique que tiene 9. à 18. dice tambien el 3. al 6.

Digo lo segundo, que si la raíz 3. mide à la raíz 6. tambien el quadrado 9. midirá al quadrado 36. Porque si la raíz 3. mide à la raíz 6. tambien el quadrado 9. midirá al medio proporcional 18. por tener la misma razon, como está dicho: Luego el 9. midirá el 36. porque 9. mide al 18. y este al 36. Hasta aqui es la prop. 14. del lib. 8. de Eucl.

Estas mismas demonstraciones se aplicarán à los cubos, quadrado quadrados, &c. solo con la advertencia, que así como se ha dicho que en-

entre los quadrados ay un medio proporcional , se ha de decir que entre los cubos ay dos medios ; entre los quadrado quadrados tres, &c. En quanto à los cubos es la prop. 15. del 8. de Eucl.

*Consejario.*

654 De aqui se infiere , que si una potestad como 4. no mide à otra como à 9. ni tampoco la raíz 2. midirá à la raíz 3. Y si una raíz no mide á la otra , tampoco la potestad midirá á la otra. Porque si una raíz midiera à la otra , tambien la una potestad midiria à la otra , lo qual es contra la suposicion. Asi mismo , si una potestad mide à la otra , tambien la raíz ha de medir á la otra , que es contra la suposicion.

# THEOREM A VIII.

*EL NUMERO ENTERO , QUE NO TIENE RAIZ EN NUMERO ENTERO , y tampoco la tendrá en entero , y quebrado , ni en quebrado solo.*

656 **S**I algun numero entero como el 30. se toma por potestad , el qual no tiene raíz quadrada , ò cubica , ò quadrado , quadrada , &c. expressada en numero entero : digo , que tampoco tendrá raíz expressada en entero , y quebrado , ni en quebrado solo ; y por consiguiente la tal potestad será irracional , y su raíz sorda.

Supongo que alguno dixera , que la raíz quadrada del 30. es 5. y un tercio. El intento , pues , es probar que no puede ser. Reduzgase el entero al quebrado , y será 16. tercios , cuyo denominador 3. no mide al numerador 16. porque si le midiera , el dicho quebrado contendria alguno , ò algunos entre justos , que es contra la suposicion que hice , de que la raíz sea entero , y quebrado. Multipliquense el 16. tercios por sí mismo , que es multiplicar el numerador , y denominador por sí mismo , y saldrá el quebrado quadrado 256. novenos , el qual ; si la suposicion es verdadera , ha de igualar al entero 30. porque como la raíz de 30. se dice que es 5. y un tercio , ò 16. tercios , multiplicandola por sí misma ha de producir un numero igual al quadrado 30. lo qual es imposible ; porque como la raíz 3. no mide á la raíz. 16. del quebrado 16. tercios ( los terminos deste quebrado son raíces de los terminos del 256. novenos , y todo el quebrado es raíz ) : Luego ni el quadrado 9. midirá al quadrado 256. (654) ; y así , partiendo el numerador 256. por el denominador , no vendrá al quociente numero entero justo , como avia de venir ; porque el dicho quebrado quadrado avia de ser igual al numero 30.

Del mismo modo se demonstrará , que la raíz quadrada del nume-

ro 30. no puede ser número entero con otro qualquier quebrado; porque reduciendo el entero al quebrado, el denominador no podrá medir al numerador; y así, quadrando el dicho quebrado, tampoco su denominador no podrá medir à su numerador; y por consiguiente el quebrado quadrado no será igual à número entero justo, que es lo que se pretende. Y esta misma demonstracion se podrá aplicar el quebrado solo, y à las otras potestades, pues que si sus raíces no se miden, tampoco ellas se medirán.

## CAPITULO SEGUNDO.

## DEL NUMERO QUADRADO, Y SU RAIZ.

**Y**A queda explicado arriba, què sea numero quadrado, y raíz quadrada. Ahora pondremos algunos Theoremas especiales de los quadrados, y despues passaremos à sacar sus raíces. El que solo gustare de la pràctica, podrá omitirlos.

## THEOREMA I.

EL NUMERO, CUYO PRIMER GUARISMO ES 2. 3. 7. 8.  
no es quadrado.

657. **P**orque el primer guarismo de un numero quadrado siempre es el mismo, que el primer guarismo del quadrado de un numero digito: v. gr. el primer guarismo 6. del quadrado 576. es el mismo que el primer guarismo del quadrado 16. del numero digito 4. Esto es, multiplicando el primer guarismo 4. de la raíz. 24 por sí mismo produce 16. cuyo primer guarismo es el mismo que el del quadrado total 576. Porque multiplicando 24. por 24. se multiplica 4. por 4. y el segundo producto parcial se escribe una casa mas adelante; y así, el primer guarismo del producto de 4. por 4. que es 16. siempre queda en primer lugar. Pues como no aya numero alguno digito, que quadrandose produzga un numero, cuyo primer guarismo sea 2. 3. 7. 8. tampoco avrà quadrado alguno, cuyo primer guarismo sea 2. 3. 7. 8.

24
24
—
96
48
—
576

## Consejos.

658. Si un numero tiene al principio zeros impares; esto es, uno, tres, cinco, &c. como estos 210. 1000. 3500000. no es quadrado. Porque si el primer guarismo de la raíz es zero, necessariamente en su quadrado

do ha de aver dos zeros ; y si tiene la raíz dos zeros al principio , ha de tener el quadrado quatro , como consta por el multiplicar. Con que los zeros que puede aver al principio de un numero quadrado han de ser pares ; esto es , dos , quatro , seis , &c.

659 El primer guarismo de un numero quadrado solo , puede ser uno destos 1. 4. 5. 6. 9. 0. porque estos solos son los primeros guarismos de los quadrados de los numeros digitos , como se verá abaxo en su tabla. Pero por tener al principio uno destos guarismos , no se sigue que el numero sea quadrado ; porque pueden provenir de la multiplicacion de dos numeros desiguales , ò ser numeros primos , como se vè en estos 11. 19. &c. Lo que digo es , que un numero para ser quadrado , necessariamente ha de tener al principio uno destos guarismos 1. 4. 5. 6. 9. 0. aunque teniendo esta circunstancia puede no ser quadrado. Pero si al principio no tiene uno de dichos guarismos , sino uno destos otros 2. 3. 7. 8 necessariamente no será quadrado.

## THEOREMA II.

*LA RAIZ QUADRADA DE UN NUMERO QUE TIENE dos guarismos : es solo un guarismo ; la de un numero de tres , ò quatro guarismos , contiene dos guarismos ; la de un numero de cinco , ò seis guarismos , tiene tres guarismos , &c.*

660 **E**ste Theorema se puede proponer de otro modo, que es el siguiente: Qualquier numero quadrado que està entre 1. y 100. tiene por la raíz un guarismo solo. El quadrado que està desde 100. hasta 9999. ò hasta 10000. exclusive, tiene dos guarismos. El quadrado que està entre 9999. y 100000. tiene tres guarismos , &c.

La razón ; esto es , porque el numero 10. es el menor de los que tienen dos guarismos , y multiplicandose à sí mismo produce al quadrado 100. que tiene tres guarismos: Luego qualquier quadrado que tenga dos guarismos , será menor que el numero 100. y por consiguiente tendrá menor raíz que 10. y así constará de un guarismo solo. Mas el numero 100. es el menor de los que tienen tres guarismos , y multiplicandose à sí mismo produce al quadrado 10000. que tiene cinco guarismos: Luego el quadrado que tuviere quatro guarismos , será menor que el dicho quadrado 10000. y por consiguiente su raíz será menor que la raíz 100. y así , necessariamente ha de tener dos guarismos , &c.

*Consejario.*

661 De aqui se infiere , que si qualquier numero se divide de dos



dos en dos guarismos , comenzando desde las unidades , en cada miembro está incluido un quadrado ; y así tendrá tantos guarismos la raíz de todo el numero , quantos miembros huviere. Como si este numero 12. 51. 29. se divide de dos en dos guarismos , comenzando por la derecha ácia la izquierda , su raíz tendrá tres guarismos ; porque ay otros tantos miembros , y en cada uno está escondido un quadrado.

### THEOREMA III.

**SI UN NUMERO SE DIVIDE EN DOS QUALESQUIERA partes , el quadrado del todo es igual à los quadrados de las , partes , y à dos rectangulos de las mismas partes.**

#### Exposicion.

662. **T**ómese qualquier numero como el 10. el qual se divida en dos qualesquiera partes como en 6. y 4. Digo , que el quadrado 100. de todo el numero es igual à los quadrados 36. y 16. de las partes , juntamente con dos numeros planos 24. y 24. ( que son los rectangulos ) de la multiplicacion de las mismas partes. Así mismo, si este numero 32. se divide en 30. y 2. digo , que el quadrado 1024. es igual à los quadrados 900. y 4. de las partes , y à dos planos 60. y 60. de las mismas partes. Y así de los demás.

36	900
16	4
24	60
24	60
<hr/>	
100	1024

#### Demonstracion.

Este Theorema es el fundamento de la regla de sacar raíz quadrada, y le demonstrò Euclides en la cantidad continua en la prop. 4. del lib. 2. y el Padre Clavio en numeros en el escolio de la prop. 14. del 9. de Eucl. Pero si atendemos à la multiplicacion de los guarismos , segun su lugar , por sí mismo es manifesto. En el ultimo exemplo, multiplicando el primer guarismo 2. del multiplicador 32. por el primer guarismo 2. del numero multiplicado 32. es evidente que nace el numero quadrado 4. Multiplicando el mismo 2. del multiplicador 32. por el segundo guarismo 3. del numero multiplicado 32. salen 6. decenas ; esto es , 60. Multiplicando el segundo guarismo 3. del multiplicador , por el primer guarismo 2. del numero multiplicado , salen tambien 6. decenas , que son 60. Multiplicando, ultimamente el segundo guarismo 3. del multiplicador, por el segundo 3. del numero multiplicado; esto es, 30. por 30. es cierto

32
32
<hr/>
4
60
60
900
<hr/>
1024



to que saltará el quadrado 900. Sumandolo todo hará el quadrado 1024. del numero 32.

En este otro numero 98. se verá lo mismo. Multiplicando las unidades 8. por las unidades 8. sale el quadrado 64. como es manifestado. Multiplicando las unidades 8. por las decenas 9. sale el plano 720. Multiplicando las decenas 9. por las unidades 8. sale otra vez el mismo plano 720. porque lo mismo es multiplicar 8. unidades por 9. decenas, que estas por aquellas (59). Ultimamente, multiplicando las decenas 9. por las decenas 9. sale el quadrado 8100. Sumandolo todo nace el quadrado 9604 de todo el numero 98. Y lo mismo se demostrará en qualquier otro numero; porque todo consiste en la multiplicacion; sin guardar decenas, sino escribiendolas en su lugar; esto es, cada producto de por sí, como se vé en los exemplos.

$$\begin{array}{r} 98 \\ 98 \\ \hline 64 \\ 720 \\ 720 \\ 8100 \\ \hline 9604 \end{array}$$

Consejos.

663 De aqui se infiere, que el quadrado 9604. de todo el numero 98. no solamente es igual á los quadrados, y planos de sus partes, como está dicho, tomando los segundos guarismos como decenas, sino tambien tomándolos sencillamente como unidades, y escribiendo los productos un lugar, ó casa mas adelante; porque si bien se advierte, multiplicando el 8. por el 9. tomado en segundo lugar, ó como á decenas, produce 720. Y como el zero solo sirve de llenar lugar, y hacer pasar al numero una casa mas adelante, será lo mismo escribir el 720. que el poner una casa mas adelante el 72. que es el producto de 8. por 9. tomados como unidades; y así de los demás, como se vé aqui figurado sin zeros.

$$\begin{array}{r} 98 \\ 98 \\ \hline 64 \\ 72 \\ 72 \\ 81 \\ \hline 9604 \end{array}$$

664 Si á un numero quadrado como al 9. se añade el duplo de su raíz, y mas la unidad, sale el quadrado 16. proximo mayor en numeros enteros; esto es, cuya raíz 4. es una unidad mayor que la raíz 3. del 9. Porque si á la raíz 3. del quadrado 9. se añade una unidad, será 4. y si el quatro se divide en dos partes 3. y 1. el quadrado del 4. que es 16. será igual al quadrado del 3. que es 9. á dos rectángulos, ó planos de las partes 3. y 1. que son 3. y 3. Y

$$\begin{array}{r} 31 \\ 31 \\ \hline 1 \\ 3 \\ 3 \\ 9 \\ \hline 16 \end{array}$$

al quadrado de la otra parte 1. que es 1. (662): Luego el quadrado 16. consta del quadrado 9. del duplo de su raíz, y de la unidad, como se vé en el exemplo; porque multiplicando 1. por 1. hace 1. multiplicando 1. por 3. salen 3. multiplicando 3. por 1. salen tambien 3. y así, los dos 3. hacen 6. que es el duplo de la raíz. Multiplicando ultimamente el 3. por el 3. hace al quadrado 9. Luego sumandolo todo sale el quadrado del 4. que es 16.

Pero advierto, que como el 4. que consta de un guarísimo, se ha dividido en dos; esto es, en 3. y 1. el 3. aunque esté en segundo lugar, no representa decenas, sino unidades, supuesto que no hace 31. sino 3. y 1. Luego tambien los productos que salieren no se han de poner en el lugar de las decenas, ò centenas, sino en las unidades, como se vé figurado.

665 Si de un numero quadrado como del 16. se quita el duplo de su raíz. 4. menos la unidad, quedará el quadrado 9. proxime menor; porque la raíz 4. excede á la raíz 3. del quadrado que queda en 1. y así, el duplo de la raíz 4. que es 8. excede al duplo de la raíz 3. que es 6. en dos unidades: Luego si añadiendo el duplo de la raíz menor 3. que es 6. mas una unidad de aquellas dos del exceso, que todo es 7. al quadrado 9. de la raíz 3. sale el quadrado proxime mayor, como queda dicho. Si del duplo 8. de la raíz 4. se quita una unidad, que es la otra de las dos del exceso, quedará el duplo de la raíz 3. y una unidad; esto es, 7. y esto, si se resta del quadrado 16. se bolverá à restituir el quadrado proxime menor 9.

666 De estos dos confectarios nace un modo facil para hacer la tabla de los numeros quadrados sin multiplicar, la qual es de sumo descargo para hallar la raíz quadrada. Contiene dos columnas, en la primera están las raíces, y en la segunda los quadrados. Primeramente escrivanse las raíces en la primera columna, hasta donde la tabla se quiere continuar; y escribiendo 1. en la segunda columna al lado de la raíz 1. doblese la raíz 1. y serán 2. añadase 1. y saldrán 3. los quales añadidos al quadrado 1. saldrá el quadrado proxime mayor 4. Despues doblando la raíz 2. y al duplo 4. añadiendo 1. son 5. los quales sumados con el quadrado 4. vendrá el quadrado proxime mayor 9. Otra vez doblese la raíz 3. y añadiendole una unidad será 7. sumense con el quadrado 9. y saldrá el quadrado 16. immediate siguiente, y así de los demás.

Raíces. Quadrados.

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256

Si la tabla se ha de comenzar del fin, como del quadrado 256. cuya raíz es 16. doblese esta raíz, y quitandose 1. quedarán 31. restense del quadrado 256. y quedará el quadrado proximo menor 225. cuya raíz es 15. una unidad menor que la raíz 16. y así de los demás.

P R O B L E M A I.

*SACAR LA RAIZ QUADRADA DE QUALQUIER NUMERO entero que conste de uno, ó dos guarismos.*

667 **S**acar raíz quadrada de un numero, es hallar un numero, que multiplicado por si mismo produzga al numero de quien es raíz. Como sacar raíz quadrada del 49. es hallar el 7. el qual multiplicandose à si mismo produce 49. Es una especie de division, pero mas dificultosa, porque el partidor, y quociente han de ser iguales; como si el mismo 49. se divide por 7. saldrá el quociente 7.

Esto supuesto, para sacar raíz quadrada de un numero que consta de uno, ó dos guarismos, la qual necessariamente ha de tener un solo guarismo (660), se buscará por la tabla antecedente, ó de memoria, qual quadrado iguala, ó es proximo menor que el numero propuesto, y restandole, si nada sobra, será la raíz del quadrado restado la que se busca; pero si sobra algo, pongase por numerador de un quebrado, cuyo denominador será la raíz doblada, y mas la unidad; y la dicha raíz, con este quebrado, será la raíz algo aproximada; pero menor que la verdadera, la qual no se puede hallar por ser forda.

*Exemplo I.*

Se ha de sacar raíz quadrada del 64. Busco en la tabla antecedente, ó de memoria, qué quadrado ay igual, ó proximo menor que el 64. y hallo que 64. cuya raíz quadrada es 8. Resto 64. de 64. y porque nada sobra, digo, que la raíz quadrada de 64 es 8.

*Exemplo II.*

Busquese la raíz quadrada de 83. En la tabla antecedente el quadrado proximo menor que el 83. es 81. cuya raíz es 9. Resto el 81. del 83. y quedan 2. que pongo por numerador de un quebrado, cuyo denominador es 19. esto es, el duplo de la raíz 9. y mas la unidad, y así digo, que la raíz quadrada proximo menor del 83. es 9, y 2. 19. avos.

*Demonstracion.*

Toda la dificultad está en dar la razon; porque quando el numero de quien se ha de sacar raíz no es quadrado, se pone lo que sobra por numerador de un quebrado, cuyo denominador, es el duplo de la raíz del quadrado.

drado proximo mayor que se incluye en tal número, y mas la unidad, porque lo demás por sí mismo es manifesto. Así lo demuestro.

El número 83. (en este segundo exemplo) está entre el quadrado 81. cuya raíz es 9. y entre el quadrado 100. cuya raíz es 10. Luego su raíz ha de estar entre las raíces 9. y 10. que solo se diferencian en la unidad. Y como la diferencia del quadrado 81. al quadrado 100. es el duplo de la raíz 9. y mas la unidad; esto es, 19. porque añadiendo 19. al 81. hacen 100. (664) el residuo 2. será parte del 19. esto es, que en el número 83. ay un quadrado 81. y sobran dos unidades de aquellas 19. que faltan para hacer al quadrado 100. Con que se forma el quebrado 2. 19. avos, el qual es número plano; porque el numerador, y denominador, son, ó por mejor decir se entienden ser números planos, supuesto que pertenecen á la composición de quadrado.

Aora falta demostrar, que el quebrado 2. 19. avos, en quanto es lineal, es lado de sí mismo, en quanto es plano, porque como el lado del plano 19. es 1. que es la diferencia de las raíces 9. y 10. la razón del plano 19. al residuo plano 2. será casi la misma, que la del lado, ó diferencia 1. al lado 2. 19. avos; esto es, haciendo regla de tres: Si 19. dan 2. luego 1. dará 2. 19. avos; porque aunque los planos no guardan la razón siempre de los lados, sino compuesta de ellos; pero como el lado del mayor plano 19. es sola unidad, que es la diferencia de las raíces de los quadrados 81. y 100. la qual en entero no puede ser menor, será muy pequeña la diferencia que avrá del lado 2. 19. avos del plano menor 2. al lado verdadero; y así, con poca diferencia guardan la misma razón los planos, y los lados, y por configuiente la raíz 9. y 2. 19. avos proxima, aunque no es la verdadera; porque los números enteros, que no tienen raíz en enteros; tampoco la tienen en entero, y quebrado (656).

Pero si en la cantidad continua se consideran dos quadrados desiguales, de tal fuerte puestos, que el uno esté dentro del otro, ajustándose los dos lados, será la diferencia una superficie al modo de escuadra, ó como dos brazos de una cruz, á la qual llaman *Gnomon*, y representa al plano 19. en nuestro exemplo. Pues si su lado menor, que representa la unidad, se divide en 19. partes, y destas se toman 2. tirando por allí líneas paralelas, que dividan al dicho *Gnomon*, es manifesto que no le dividirán en partes proporcionales á las del lado, sino que la parte de dentro será menor proporcionalmente que la de afuera, y por esta causa el quebrado 2. 19. avos es menor que lo justo; y por configuiente, tambien toda la raíz 9. y 2. 19. avos será menor.

*Examen.*

668 Multipliquense los enteros de la raíz hallada por sí mismos, y al

al producto añádase el numerador del quebrado, que es el residuo, y ha de salir el numero de quien se ha sacado raíz; pero con advertencia, que el dicho residuo ha de ser menor que la raíz duplicada, juntamente con la unidad; porque si fuere igual, ó mayor, alomenos podrá tener la raíz una unidad mas. Y así, en el exemplo segundo, multiplicando 9. por 9. salen 81. y añadiendo el residuo 2. son 83. que es el numero de quien se ha sacado raíz. Si no ay residuo, entonces el quadrado de la raíz ha de igualar al numero de quien se sacó la raíz; como en el primer exemplo, multiplicando 8. por 8. salen 64.

## PROBLEMA II.

**SACAR LA RAIZ QUADRADA DE QUALQUIER NUMERO entero, que conste de mas de dos guarismos.**

### Preceptos.

669. **P**rimero: Divídase el numero con distinciones de dos en dos guarismos, comenzando de mano derecha, ó de las unidades ácia la izquierda, aunque el ultimo miembro tenga solo un guarismo; y tantos guarismos ha de tener la raíz, quantos fueren los miembros. Tirese una linea por encima del numero, sobre la qual se escribirán los guarismos de la raíz, cada una correspondiente á su miembro.

670 Segundo: Saquese la raíz quadrada del primer miembro de la izquierda, como si fuera solo por el Problema antecedente, escribiendola sobre la linea, y su quadrado debaxo del dicho miembro para restarle. Hecha la resta escrivase el residuo debaxo del quadrado, advirtiendole, que ningun residuo puede ser mayor que la raíz duplicada; porque si fuera mayor, avria de ser la raíz tambien mayor lo menos una unidad.

671 Tercero: Abaxese el miembro siguiente, escribiendole al lado del primer residuo, para hacer el miembro total. Doblese la raíz hallada, añadiendole siempre un zero, para guardar el debido lugar de los guarismos, á la qual, así doblada con el zero, llamaremos divisor. Divídase el miembro total por este divisor, no dando al quociente todo lo que se puede dar, segun las reglas del partir, sino atendiendo á que el producto del divisor por el quociente, junto con el quadrado del mismo quociente, se pueda restar del miembro total, lo qual enseñará el exercicio; y así, multipliquese el divisor por el quociente, y al producto añádase el quadrado del mismo quociente, cuya suma escrivase debaxo del residuo total, y haciendo la resta escrivase

se el residuo debaxo. El quociente se escribirá por raíz encima de la linea sobre su miembro.

672 Quarto: Abaxese el miembro siguiente, escribiendole al lado del segundo residuo, se tendrá el tercer residuo total. Doblese la raíz hasta entonces hallada, y añadiendole en zero se hará lo mismo que antes; y así prosiguiendo, hasta que esté acabada la operación. Si despues de abaxado el miembro siguiente no se pudiere partir el miembro total, por ser menor que el divisor, se pondrá zero por raíz, y se abaxará el miembro siguiente para hacer otro total, el qual se partirá por el divisor.

673 Quinto: Si al fin de la operación sobrare algo, el numero de quien se saca raíz no tendrá raíz verdadera; y así, escrivase el residuo por numerador de un quebrado, cuyo denominador será el duplo de la raíz, y mas la unidad, como se dixo arriba (667). Esto es dificultoso, practiquemoslo.

#### Exemplo I.

Se ha de sacar raíz quadrada deste numero 1254. Dividase en miembros, como se vè en el exemplo. Saquese la raíz quadrada del primer miembro 12. de mano izquierda; buscando el quadrado mayor que se contiene en él, ó de memoria, ó por la tabla sobre escrita (666), el qual es 9. que se ha de escribir debaxo del 12. y encima la raíz 3. Restese el 9. del 12. y quedará el primer residuo 3. á cuyo lado se escribirá el miembro siguiente 54. y será miembro total 354.

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 5 \quad 29 \\
 71 \\
 \hline
 12, 54 \\
 9 \\
 \hline
 354 \\
 325 \\
 \hline
 29
 \end{array}$$

Para hallar el segundo guarismo de la raíz, doblese la raíz 3. hasta aora hallada, y serán 6. añadase un zero, y será 60. el divisor. Dividase el miembro, residuo total 354. por 60. y saldrá el quociente 5, el qual se ha de examinar si es verdadero; porque no basta la division simple, sino que se ha de atender à lo siguiente. Multipliquese el quociente 5. por el divisor 60. y serán 300. Añadase el quadrado de 5. que es 25. y la suma restese de los 354. y porque se puede restar, y el residuo 29. no es mayor que el duplo de la raíz 35. será el 5. el verdadero quociente, el qual se escribirá sobre la linea, y miembro segundo. De lo que sobra se hará un quebrado, poniendolo por numerador, cuyo denominador será el duplo de la raíz con la unidad; esto, es 71.

#### Exemplo II.

Se ha de sacar raíz quadrada deste numero 67081. Dividido de dos en dos guarismos, saquese la raíz del primer miembro 6. la qual es



El 2. que se escribirá sobre la línea, y su quadrado es 4. el qual se restará del 6. y quedarán 2. à cuyo lado se pondrá el miembro siguiente 70. y será el miembro total 270.

Para hallar el segundo guarismo doblese la raíz hallada 2. y añadiendo un zero serán 40. Dividanse los 270. por 40. y aunque siguiendo las reglas de la division se podría dar 6. al quociente; pero si se atiende à que se ha de multiplicar por el 40. y añadir su quadrado, no podrá ser 6. sino 5. el qual se escribirá sobre la línea enfrente del miembro segundo. Multipliquese el 5. por 40. y al producto 200. añadase el quadrado 25. del quociente, cuya suma 225. se restará del miembro 270. y quedará el residuo 45. menor que el duplo de la raíz 25. hallada hasta ahora.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \quad 9 \\ \hline 6,70,81 \\ 4 \\ \hline 270 \\ 225 \\ \hline 4581 \\ 4581 \\ \hline 0000 \end{array}$$

Para el tercer guarismo, abaxado el siguiente miembro 81. doblese la raíz 25. añadiendo un zero, y serán 500. Dividanse los 4581. por 500. y sale el quociente 9. que se escribirá sobre la línea. Multipliquese el 9. por los 500. y al producto 4500. añadase el quadrado 81. del mismo 9. y restando la suma 4581. del miembro 4581. no queda residuo alguno. Con que la raíz verdadera será 259. y el numero propuesto es quadrado racional; porque nada sobra.

Exemplo III.

Para sacar raíz quadrada deste numero 65768462. dividase de dos en dos guarismos, y porque tiene quatro miembros, tambien su raíz ha de tener otros tantos guarismos. Saquese la raíz del 65. buscando en la tabla el mayor quadrado que se contiene en el 65. el qual es 64. cuya raíz es 8. Escrivase el 8. sobre la línea, y el 64. debaxo del 65. Restese, y quedará el residuo 1. à cuyo lado se escribirá el segundo miembro 76. para hacer el miembro total 176.

$$\begin{array}{r} 8 \quad 1 \quad 0 \quad 9 \\ \hline 65,76,84,62 \\ 64 \\ \hline 176 \\ 161 \\ \hline 158462 \\ 145881 \\ \hline 12581 \end{array}$$

Para hallar el segundo guarismo de la raíz, doblese la raíz 8. y al duplo 16. añadase un zero, para formar el divisor 160. Dividase el miembro 176. por 160. y sale 1. por quociente. Multipliquese el divisor 160. por 1. y al producto añadase el quadrado de 1. que es tambien 1. con que será 161. Restese del miembro 176. y quedará el segundo residuo 15. à cuyo lado se escribirá el otro miembro 84. y así será el miembro total 1584.



Para hallar el tercer guarismo de la raíz, doblese la raíz 81. hallada aqui hallada, y al duplo 162. añadiendo un zero será 1820. Divídase el miembro 1584. por 1620. y porque no se puede, por ser menor el dividendo que el divisor, es señal que el quociente, ó tercer guarismo es zero, el qual se escribirá sobre la línea, y abaxando el siguiente miembro 62. será el total residuo 158462.

Para hallar el guarismo quarto, doblese la raíz 810. hallada hasta aqui, y al duplo 1620. añadiendo un zero será 16200. el divisor. Divídase el miembro 158462. por 16200. y saldrá el quociente 9. Multiplíquese por el divisor 16200. y al producto añádase el quadrado 81. del quociente 9. y serán 16281. Restense del miembro, y quedará el residuo ultimo 12481. el qual se escribirá por numerador de un quebrado, cuyo denominador será el duplo de toda la raíz, y mas la unidad.

### *Demonstracion.*

En este tercer exemplo está comprehendida qualquier dificultad que puede ocurrir en la extraccion de raíz quadrada; y así, usará del en esta demonstracion, la qual para mayor claridad dividido en partes.

Que el numero de quien se ha de sacar raíz se aya de dividir dos en dos guarismos, y que la raíz conste de tantos guarismos, quantos fueren los miembros, consta por el Theorema 2. deste capitulo. Pero que la raíz esté bien sacada, siguiendo la regla sobredicha, es el principal asunto desta demonstracion, la qual se funda en la prop. 4. del 2. de Euclides, que hemos demostrado en numeros en el Theorema 3. deste capitulo.

Consideremos al primer miembro solo 65. el qual atendiendo al lugar de los guarismos es 65000000. cuya raíz quadrada es 8000. y su quadrado es 64000000. el qual restado quedará el primer residuo 1000000. Y pues los zeros solo sirven de llenar lugar, la raíz de 65. es 8. y el residuo es 1. al qual añadiendo el segundo miembro 76. será 176. ó segun el lugar, 1760000.

En este residuo se incluyen dos rectangulos, cuyos lados son el guarismo hallado 8. de la raíz, y el que se busca; mas un quadrado del mismo guarismo que busca; porque si consideramos los dos ultimos guarismos de la raíz, que son 8. y 1. el quadrado de 81. que es el mayor que se contiene en los dos miembros 6576. es à saber 6561. es igual à los quadrados 64. y 1. de las partes 8. y 1. mas à dos rectangulos 8. y 8. de las partes, puestos en su debido lugar, como se fixo arriba (663), y aviendo sacado del numero 6576. el un quadrado 64. quedará el residuo 176. à los dos rectangulos, y mas un qua-

quadrado de la otra parte. Pues doblando la raíz hallada 8. se hace el lado de los dos rectángulos, y el añadir zero es para guardar el orden de los lugares de los guarismos; porque, como está dicho (663), los números de los dos rectángulos se ponen en segundo lugar, y por eso se añade el zero para llenar el lugar. Partiendo, pues, el residuo 176. por el lado de los dos rectángulos, que es la raíz duplicada, de suerte, que multiplicando el quociente por el divisor (que es hacer los dos rectángulos), y añadiendo el quadrado del mismo quociente (que es lo que falta para el quadrado total 6561.) pueda restarse del miembro 176. sin sobrar residuo mayor que el duplo de la raíz, saldrá el guarismo del miembro segundo.

Por la misma razón, para hallar el otro guarismo correspondiente al tercero miembro, se dobla la raíz hasta entonces hallada, añadiendo zero, y se parte, &c. porque la parte de la raíz 810. se considera dividida en dos partes 81. y 0. El quadrado de 81. que es 6561. ya se ha restado de los primeros miembros, quedando el residuo 15. y abaxando el tercer miembro 84. es 1584. en el qual se contiene así mismo dos rectángulos de las partes 81. y 0. de la raíz, y mas un quadrado del 0. y por eso se dobla la raíz, se parte, &c. Del mismo modo se demostrará lo restante de la raíz. El ultimo quebrado queda ya demostrado en la proposición antecedente.

*Examen.*

674 El examen es el mismo que el del Problema antecedente. Multiplíquese la raíz hallada por sí misma, y si ay algun residuo añádase al producto, y todo ha de ser igual al numero de quien se sacó raíz quadrada; como en el exemplo 3. multiplicando la raíz 8109. por sí misma, sale el quadrado 65755881. añádase el residuo 12581. y saldrá el numero 65768462. de quien se sacó la raíz. Pero se ha de advertir, que el residuo no ha de ser mayor que la raíz doblada, porque puede suceder, que se aya tomado una raíz menor, y haciendo el examen venga bien; pero entonces el residuo es mayor que la raíz doblada. Como si se huviera errado la raíz, tomando 8108. haciendo la multiplicacion de la raíz por sí misma, y añadiendo el residuo 28698. saldrá el mismo numero de quien se sacó raíz; pero el residuo es mayor que la raíz doblada, y por eso la raíz 8108. no es la verdadera, aunque venga bien a la multiplicacion.

## PROBLEMA III.

**HALLAR LA RAIZ QUADRADA DE ENTERO,  
y quebrado, ò de quebrado solo.**

*Preceptos.*

675. **P**rimero : Si se ha de sacar raíz de entero, y quebrado, reduzgase el entero al quebrado, ( 162 ) y será lo mismo que si fuera quebrado solo, para sacar su raíz.

676 Segundo : Saquese la raíz quadrada del numerador, y denominador, haciendo quebrado, el qual será la raíz quadrada que se busca.

677 Tercero : Si los terminos del quebrado no tuvieren raíz, examínese si el mismo quebrado en otros terminos puede tener raíz justa, multiplicando los terminos entre sí, y sacando raíz quadrada del producto, la qual si es justa sin sobrar algo, es señal que el quebrado se puede reducir à otros terminos quadrados. Lo mismo se sabrá partiendo el numerador por el denominador, y viendo si del quociente se puede sacar raíz quadrada justa. Reduzgase el quebrado à los minimos terminos ( 150 ), y estos serán quadrados.

678 Quarto : Si el quebrado no tuviera raíz justa, ni se pudiere reducir à terminos quadrados, se sacará la raíz de cada termino con su quebrado, y reducidos los enteros de la raíz al quebrado del residuo, se reducirán à un comun denominador ( 154 ), y de los numeradores se formará un quebrado, que será la raíz proxima. Dificultosos son estos preceptos, y así es preciso que los declarêmos con los exemplos.

*Exemplo I.*

Se ha de sacar raíz deste quebrado 36. 49. avos. Saquese la raíz quadrada de cada termino, haciendo quebrado, que será seis séptimos, el qual es la raíz deseada. Así mismo, si se ha de sacar raíz de este otro quebrado 4. 100. avos, sacando raíz de cada termino será dos decimos.

*Exemplo II.*

Si se ha de sacar raíz quadrada de 5. y 1. 16. avos, reducidos los enteros al quebrado serán 81. 16. avos. Saquese la raíz quadrada de cada termino, y será nueve quartos, ò 2. y un quarto. Así mismo, para sacar raíz quadrada de 72. y un quarto, reduzganse los enteros al quebrado, y serán 289. quartos. Saquese la raíz quadrada de cada termino, que será el quebrado 17. medios; esto es, 8. y un quarto.

*Exem-*

*Exemplo III.*

Para sacar la raíz quadrada de este quebrado 2. 18. avos, se examinará primero si se puede reducir á terminos quadrados, porque del modo que está exprellado no tiene los terminos quadrados. Multipliquese el numerador 2. por el denominador 18. y porque el producto 36. tiene raíz quadrada justa, es señal que el dicho quebrado se puede reducir á terminos quadrados. Reduzgase, pues, á los minimos (150), y será un noveno en terminos quadrados. Ahora saquese la raíz quadrada del numerador, y denominador, que es un tercio.

*Exemplo IV.*

Se ha de sacar raíz quadrada de 6. y dos octavos. Reduzganse los enteros al quebrado (162), y será 50. octavos, el qual no consta de terminos quadrados; pues examinefe multiplicando el numerador 50. por el denominador 8. y pues el producto 400. tiene raíz quadrada justa, es señal que el dicho quebrado se puede reducir á terminos quadrados, la qual reduccion se hará, reduciendolo á los minimos terminos (150), y será 25. quartos. Ahora, pues, ya tiene los terminos quadrados. Saquese la raíz quadrada de cada termino, y será cinco medios, ó dos y medio.

*Exemplo V.*

Se ha de sacar raíz quadrada deste quebrado seis novenos. Por que no consta de ambos terminos quadrados, examinefe si los puede tener, multiplicando 6. por 9. y pues el producto 54. no tiene raíz quadrada justa, es señal que el dicho quebrado no puede reducirse á terminos, que los dos sean quadrados; y así no tendrá raíz verdadera. Pues para hallar una raíz proxima, saquese las raíces de cada termino, por los Problemas antecedentes, y serán 2. y dos quintos la del numerador, y 3. la del denominador. Reduzganse las dos raíces á quebrados, los quales serán  $\frac{1}{5}^2$ , y  $\frac{3}{1}$ . Estos quebrados se reducirán á un comun denominador (154)  $\frac{2}{5}^1$ , y  $\frac{15}{5}$ , de cuyos numeradores 12. y 15. se ha de hacer quebrado en esta forma: El numerador del quebrado, que es raíz del numerador 6. será numerador; y el numerador del quebrado, que es raíz del denominador 9. ha de ser denominador así  $\frac{1}{5}^2$ , y esta es la raíz algo proxima.

*Exemplo VI.*

Para sacar raíz quadrada deste numero 6. y cinco septimos, se reducirán primero los enteros á su quebrado, y será el quebrado  $\frac{4}{7}$ ; y pues no consta de terminos quadrados, ni los puede tener, porque el producto 329. de los terminos 47. y 7. no tiene raíz quadrada justa, saquese la raíz proxima del numerador 47. que será 6. y 11. 13. avos.

Saque se así mismo la raíz proxima del denominador, y será 2. y tres quintos. Reduzganse los enteros de estas raíces à sus quebrados (162), y serán 89. 13. avos, y 13. quintos. Ahora reducidos à un comun denominador serán 445. 65. avos 269. 65. avos. Formese quebrado de los numeradores en la forma sobredicha en el exemplo antecedente, que será la raíz algo proxima 445. 169. avos.

*Demonstracion.*

Que el numero entero se aya de reducir à su quebrado quando se ha de sacar raíz de entero y quebrado, es manifesto; porque si no se redujera avrian de sacar dos raíces, la una del entero, y la otra del quebrado.

Que la raíz quadrada de un quebrado que consta de numeros quadrados sea quebrado, consta claramente; porque como el quebrado necessariamente se ha de expressar con dos numeros, es preciso que con otros tantos se declare la raíz. A mas, que la raíz multiplicandose à sí misma produce al quadrado: Luego si el quadrado consta de dos terminos (pues es quebrado) es preciso que prevengan de la multiplicacion de otros dos terminos, cada uno por sí mismo: Luego la raíz quadrada de un quebrado, tambien es quebrado.

Que sacando raíz de cada termino de un quebrado de terminos quadrados sea la verdadera raíz, consta por lo que acabamos de decir; porque multiplicando cada termino de la raíz por sí mismo, se produce el quebrado quadrado. Tambien porque en el quebrado, un quadrado, que es el numerador, dice respeto, ó relacion à otro quadrado, que es denominador: Luego la raíz del numerador tambien ha de decir respeto à la raíz del denominador.

Que un quebrado quadrado se pueda expressar con terminos no quadrados, es manifesto; porque qualquier quebrado se puede declarar por otros terminos, multiplicandole por qualquier numero: Luego si consta de terminos quadrados, y se multiplica por un numero no quadrado, saldrá un quebrado igual, però no tendrá los terminos quadrados.

Que el examen para conocer si se puede reducir à terminos quadrados sea legitimo, lo demuestra así: En el exemplo 3. multiplicando el 2. al 18. produce al quadrado 36. cuya raíz 6. multiplicandose à sí misma produce tambien al 36. serán continuamente proporcionales 2. 6. 18. porque el producto de los extremos es igual al quebrado del medio (300): Luego los numeros 2. y 18. son planos semejantes, puet que entre ellos ay un medio proporcional. Y como los planos semejantes tienen entre sí la razon de un quadrado à otro, avrá dos quadrados en la misma razon de 2. à 18. y así, el dicho quebrado se podrá reducir à otro quebrado igual, que conste de terminos quadrados, los quales son los minimos terminos.

Que

Que dividiendo el numerador por el denominador , y facendo raíz quadrada justa del quociente , sea señal de que los terminos son quadrados , es manifesto , si consideramos al quebrado como razon , porque el dicho quociente será el denominador de la razon , y como este sea semejante , y declare la dicha razon , si tiene raíz quadrada , tambien la podrá tener la razon , ó quebrado.

Ultimamente , que el modo de sacar raíz algo proxima de un quebrado que no tiene terminos quadrados , como en el exemplo 6. sea proximo , lo pruebo así : Las raíces del numerador , y denominador , reducidas à sus quebrados son 89. 13. avos , y 13. quintos , las quales reducidas à un comun denominador tienen entre si la razon de los numeradores (140) : Luego haciendo quebrado de los numeradores en la forma referida , saldrá un quebrado igual á los quebrados sobre escritos ; esto es , el numerador de este quebrado ultimo tendrá la misma razon à su denominador , que el quebrado 89. 13. avos á 13. quintos , y como estos expresan la raíz , tambien la declarará aquel , pero no la verdadera , porque el quebrado de quien se sacó raíz era irracional.

El examen es el mismo que en los Problemas antecedentes , y así por no alargarme en cosas superfluas no lo repito.

## C A P I T U L O T E R C E R O.

### DEL NUMERO CUBICO , Y SU RAIZ.

**N**Uméro cubico es el que proviene de la multiplicacion de un quadrado por su raíz ; como si el quadrado 9. se multiplica por su raíz sale el cubo 27. ó es el producto de un numero puesto tres veces ; como si el 4. se escribe tres veces así 4. 4. 4. y continuamente se multiplica , nace el cubo 64. Raíz cubica es aquel numero que se multiplica para producir al cubo. Ahora pondremos brevemente algunos. Theoremas , correspondientes á los del capitulo antecedente.

#### T H E O R E M A I.

**LA RAIZ CUBICA DE UN NUMERO , QUE TIENE UNO , dos , ó tres guarismos ; es solo un guarismo ; la de un numero de quatro , cinco , ó seis guarismos , tiene dos guarismos ; la de siete , ocho , ó nueve guarismos , consta de tres guarismos , &c.**



que està entre 1000. y 1000000. tiene su raíz dos guarismos. El que està entre 1000000. y 1000000000. consta su raíz de tres guarismos, y así de los demás.

Porque el 10. es la raíz menor de las que tienen dos guarismos, y su cubo es 1000. Luego si ay algun cubo menor que 1000. tendrá por raíz un numero menor que 10. que en enteros no puede ser menor que tener un guarismo solo. Así mismo, el 100. es la raíz menor de las que tienen tres guarismos, cuyo cubo es 1000000. Luego si ay un cubo menor hasta 100. inclusive, su raíz tambien será menor, y por consiguiente tendrá un guarismo menos, que son dos solos, &c.

*Consecuario.*

680 De aqui consta, que si un qualquier numero se divide de tres en tres guarismos; comenzando de mano derecha àcia la izquierda, en cada miembro estará escondido un cubo; y así, su raíz tendrá tantos guarismos, quantos fueren los miembros.

THEOREMA II.

SI UN NUMERO SE DIVIDE EN DOS PARTES, EL CUBO del todo es igual à los cubos de las partes, y à tres productos de la multiplicacion de la primer parte, por el quadrado de la segunda, mas à otros tres productos del quadrado de la primer parte, por la segunda.

*Exposicion.*

681 **S** Es el numero 24. dividiendo en 20. y en 4. Digo, que el cubo 13824. de todo el numero 24. es igual à los cubos 8000. y 64. de las partes 20. y 4. al producto 320. tresdoblado de la primera parte 20. por el quadrado 16. de la segunda, juntamente con el producto 1600. tresdoblado del quadrado 400. de la primera parte, por la segunda. Así mismo, si el numero 426. se divide en dos partes 400. y 26. el cubo 77308776. de todo el numero, es igual à los cubos 64000000. y 17576. de las partes, y à tres productos 270400. de la multiplicacion de la primera parte 400. por el quadrado 676. de la segunda 26. juntamente con otros tres productos 4160000. de la multiplicacion del quadrado 260000. de la primera parte 400. por la segunda 26.

8000	64000000
64	17576
320	270400
320	270400
320	270400
1600	4160000
1600	4160000
1600	4160000
<hr/>	
13824	77308776

De-



*Demonstracion.*

En este Theorema està fundada la regla de sacar raíz cubica, el qual demuestran algunos por Geometría, y otros por arte mayor, valiendose de los *Binomios*. Pero la demostrarè por el mismo multiplicar, atendiendo tambien al Theorema 3. del cap. 2. deste libro. Y para que la demonstracion no sea puramente abstracta, me valdrè del primer exemplo.

Multiplicando la raíz à su quadrado se engendra el cubo, como se dixo arriba. Pues multipliquese el 24. por sí mismo, para hacer su quadrado en la forma que se dixo en el dicho. Theorema 3. y saldràn los quadrados 16. y 400. de las partes, y dos rectángulos 80. y 80. de las mismas. Ahora todo esto se ha de multiplicar por el mismo 24. para hacer el cubo. Multiplicando, pues, el 4. del 24. por el quadrado 16. nace el cubo 64. de la una parte 4. Multiplicando el mismo 4. al rectángulo 80. sale el sólido ( que se llama Paralelepipedo ) 320. que provino de la multiplicacion de 4. por 20. y de su prodigio 80. otra vez por el 4. esto es, provino de la multiplicacion continua destes tres numeros 20. 4. 4. y como multiplicando 4. por 4. sale quadrado, y este se ha de multiplicar por 20. que es la otra parte de la raíz 24. es manifesto, que multiplicando la primera parte 20. del 24. por el quadrado de la segunda 4. sale el sólido 320. Asi mismo multiplicando el 4. del 24. al otro rectángulo 80. sale el mismo sólido 320. el qual por la misma razon es tambien el producto de la primer parte 20. por el quadrado de la segunda 4. Con que yá tenemos dos productos de la primera parte, por el quadrado de la segunda.

Multipliquese ultimamente el mismo 4. del 24. por el quadrado 400. y saldrá el sólido, ò Paralelepipedo 1600. el qual es el producto de la segunda parte 4. por el quadrado de la primera 20. Con que ya tenemos un producto del quadrado 400. de la primera parte 20. por la segunda 4. y con esto están multiplicados los numeros que componen al quadrado del 24. por la segunda parte 4. Passemos ahora à multiplicar los mismos por la primer parte 20. del mismo 24.

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 24 \\
 \hline
 16 \\
 80 \\
 80 \\
 400 \\
 \hline
 24 \\
 64 \\
 \hline
 320 \\
 320 \\
 1600 \\
 320 \\
 1600 \\
 1600 \\
 8000 \\
 \hline
 13824
 \end{array}$$

Mul-

Multiplicando, pues, el 20. ò el 2. en segundo lugar al quadrado 16. produce al sólido 230. el qual es el producto de la primer parte 20. por el quadrado de la segunda 4. y así yá tenemos tres productos de estos. Multiplicando agora el 20. por el rectángulo 80. sale el sólido 1600. el qual es el producto del quadrado de la primer parte 20. por la segunda 4. porque proviene de la multiplicacion continua destes tres numeros 4. 20. 20. y así es lo mismo que multiplicar 20. por 20. y el quadrado 400. (que es de la primer parte) multiplicar por la segunda 4. Con que yá tenemos dos productos destes; y si el mismo 20. se multiplica otra vez por el otro 80. saldrá el mismo sólido, y tendrèmos tres productos destes. Ultimamente, multiplicando el 20. por su quadrado 400. sale el cubo 8000. y sumandolo todo sale el cubo total 13824. del numero 24.

Aora solo falta probar, que multiplicando deste modo no se muda el producto total. La razon es, porque quadrando el 24. en la forma sobredicha, salen los dos quadrados, y rectángulos (guardando el orden numerico de los lugares de los guarismos, pues por esso se ponen los zeros) los quales son partes del quadrado total; y multiplicando los dichos quadrados, y rectángulos por el 24. es lo mismo que multiplicar el quadrado total, que es nacer cubo; porque como consta por el mismo multiplicar, un numero no se multiplica todo junto, sino por partes, guardando las decenas para sumarlas con el producto siguiente, las quales aqui no se guardan, sino que se escriven en su lugar competente: Luego lo mismo es multiplicar deste modo, por partes, que por el modo ordinario.

#### Consejos.

682 De lo dicho se infiere, que si cada parte del numero 24. se toma sencillamente, no atendiendo al lugar; esto es, no se divide en 20. y 4. sino en 2. y 4. saldrá lo mismo, mientras que los productos, ò sólidos se pongan una, ò dos casas mas adelante, dexando los lugares vacios donde ay zeros, porque estos solo sirven de llenar lugar.

683 Si à un numero cubico, como al 8. se añade el triplo 6. de su raíz 2. mas el triplo 12. del quadrado 4. de la misma raíz, y mas la unidad, sale el cubo inmediato mayor en numeros enteros; esto es, que la raíz sea una unidad mayor. Porque si à la raíz 2. del cubo 8. se añade una unidad, será 3. y si el 3. se divide en dos partes 2. y 1. el cubo de toda la raíz 3. indivisa será igual al cubo de la primer parte 2. que es 8. mas á tres sólidos dos del quadrado de la primer parte por la

8
6
12
1
—
27

Segunda (la qual por ser la unidad , no aumenta la multiplicacion , assi basta añadir los tres quadrados de la raíz 2.) mas à otros tres sólidos del quadrado de la segunda parte por la primera , (el qual quadrado por ser la unidad , no aumenta la multiplicacion , y assi basta añadir el triplo de la primera parte , que es la raíz del cubo 8.) y mas el cubo de la segunda parte 1. que es 1. Luego si à un cubo se añade el triplo del quadrado de su raíz , mas el triplo de la misma raíz , y mas la unidad , saldrá el cubo immediate mayor.

Raices	Cubos.
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000
11	1331
12	1728
13	2207
14	2744
15	3375
16	4096

684 De aquí nace un modo facil para hacer de nuevo , ò continuar la tabla de los numeros cubicos. Sumando el cubo 1. con el triplo del quadrado de su raíz , que es 3. mas con el triplo de la misma raíz , que tambien es 3. y mas con la unidad , sale el cubo 8. de la raíz cubica 2. Sumando el cubo 8. con el triplo 12. del quadrado 4. de su raíz 2. mas con el triplo 6. de la misma raíz , y con la mitad sale el cubo immediate siguiente 27. cuya raíz es 3. y así de los demás.

## P R O B L E M A I.

**SACAR LA RAIZ CUBICA DE UN NUMERO ENTERO**,  
que tenga menos , que quatro guarismos.

685 **S**acar la raíz cubica de un numero , es hallar otro , que multiplicando à su quadrado , produzga al numero de quien se saca raíz. Es mas difícil que la raíz quadrada , y por esto pide mayor atencion.

La raíz cubica de un numero , que conste de menos guarismos , que quatro ; esto es , que tenga uno , dos , ò tres , necessariamente ha de tener un guarismo solo (679). Y así busquese por la tabla antecedente , ò de memoria , el cubo proximo menor , ò igual al numero dado , del qual se restará , y si nada sobra , su raíz será la verdadera ; pero si sobrare algo , pongase por numerador de un quebrado , cuyo denominador será la suma del triplo del quadrado de la raíz , del triplo de la misma raíz , y de la unidad ; y la raíz con este quebrado , se-

serà algo próxima, pero menor que la verdadera.

*Exemplo I.*

Se ha de sacar raíz cubica de 64. Busquese en la tabla un cubo que sea igual, ó proxime menor, que el 64. y se hallará el 64. cuya raíz es 4. restese 64. de 64. y pues nada sobra, digo, que la raíz cubica verdadera de 64. es 4.

*Exemplo II.*

Para hallar la raíz cubica de 138. busquese en la tabla el cubo proxime menor, y se hallará 125. cuya raíz es 5. restese del 138. y quedan 13. que se han de poner por numerador de un quebrado; agora para hallar el denominador, tripliquese el quadrado 25. de la raíz 5. y será 75. tripliquese la misma raíz, y será 15. Sumense 75. 15. y 1. y la suma 91. será el denominador; con que la raíz algo proxima del 138. es 5. y 13.  $\frac{13}{91}$  avos.

*Demonstracion.*

El exemplo primero, por si mismo, es manifesto; solo está la dificultad en el quebrado del exemplo segundo, la qual se hará llena siguiendo proporcionalmente lo que se dixo de el quebrado de la raíz quadrada. El cubo 138. está entre los cubos 125. y 216. cuyas raíces 5. y 6. solo se diferencian en la unidad. Luego la diferencia de los cubos (que segun se dixo, es el triplo del quadrado de la raíz, mas el triplo de la misma raíz, y mas la unidad) ha de ser denominador de las partes que sobran; porque todo lo que el 138. excede al 125. es lo que se acerca al cubo 216. Luego ha de ser numerador, y su denominador la diferencia 91. de los dos cubos.

*Examen.*

686 Si la raíz es verdadera; esto es, si no ay quebrado; multipliquese por su quebrado (que es cubicarla), y el producto ha de ser igual al numero de quien se sacó raíz cubica. Y así cubicando la raíz 4. en el primer exemplo; salen 64. Pero si la raíz tiene quebrado, cubiquense los enteros de la raíz, y al cubo añadase el numerador del quebrado, ó el residuo, que es lo mismo; la suma ha de ser igual al numero de quien se sacó raíz. Y así en el exemplo segundo cubicando al 5. salen 125. añadanse los 13. que sobran, y serán 138. Pero adviértase, que el residuo, ó numerador del quebrado, no ha de ser mayor que la suma del triplo del quadrado de la raíz, y del triplo de la misma raíz; porque de otra suerte se avria de aumentar la raíz, alomenos una unidad.

P R O B L E M A II.

**SACAR RAIZ CUBICA DE UN NUMERO ENTERO, QUE  
conste de mas que tres guarismos.**

*Preceptos.*

687 **P**rimero : Dividase el numero con distinciones de tres en tres guarismos , comenzando de la derecha , ácia la izquierda , y quedará repartido en miembros ; aunque el ultimo tenga uno , ó dos guarismos solos. Y tantos guarismos ha de tener la raíz , quantos fueron los miembros. Tirese una linea por encima del numero , sobre la qual se han de escribir los guarismos de la raíz , cada uno correspondiente á su miembro.

688 Segundo : Saquese la raíz cubica del primer miembro de mano izquierda , como si fuera solo por el Problema antecedente , y escribiendo sobre la linea , y su cubo debaxo del dicho miembro , restese , escribiendo el residuo debaxo. Advirtiéndose , que ningún residuo puede ser mayor que el triplo del quadrado de la raíz , juntamente con el triplo de la misma raíz ; porque en tal caso , se avria tomado la raíz menor , que lo justo.

689 Tercero : Para hallar el segundo guarismo , se abaxará el siguiente miembro , escribiendole al lado del residuo , para hacer el miembro total. Ahora tirense á parte seis lineas perpendiculares , de suerte , que distingan cinco espacios , ó columnas : En el primero , se escribirán estos numeros 3. y 3. uno encima del otro : En el segundo , se pondrá la raíz hallada , con un zero á la derecha , correspondiente al 3. inferior , y encima colateral al otro 3. se escribirá el quadrado de la raíz con el zero. Multipliquese cada 3. por el numero que tiene al lado , y los productos , se escribirán en el tercer espacio , y su suma , será el divisor. Dividase el miembro total por este divisor , pero no dando al quociente todo lo que cabe , sino atendiendo , á que la suma de los productos de los numeros del tercer , y quarto espacio , y mas el cubo del quociente , se pueda restar del miembro total , como agora diremos , y el quociente escrivase en el espacio quarto , al lado del numero superior del espacio tercero ; debaxo pongase su quadrado , y mas abaxo su cubo. Multipliquense los numeros del tercero , y quarto espacio , excepto los dos inferiores , escribiendo los productos en el quinto , cuya suma se restará del miembro total , y el residuo , se escribirá debaxo.

Quar-

690 Quarto: Abaxese el tercer miembro, poniendole al lado del residuo, y hagase la misma operación, y de este modo continuando hasta el fin. Si sobra algo, se pondrá por numerador de un quebrado, cuyo denominador, es el triplo del quadrado de la raíz, mas el triple de la misma raíz, y mas la unidad como queda dicho en el Problema antecedente.

691 Quinto: Si el miembro que se divide, fuere menor que el divisor, ponga zero por guarismo de la raíz, y abaxando el miembro siguiente, prosigase la operación como está dicho. Practiquemos estos preceptos.

### Exemplo I.

Se ha de sacar la raíz cubica deste numero 21952. Dividase en miembros, comenzando de las unidades, ó de la derecha ácia la izquierda, y tirada la linea por encima, busquesse por la tabla antecedente (684) el mayor cubo que puede caber en 21. que es el primer miembro, el qual es 8. y su raíz 2. que se escribirá sobre la linea. Restese el 8. del 21. y quedará el residuo 13. á cuyo lado se escribirá el siguiente miembro para hacer el total 13952.

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 8 \\
 \hline
 21,952 \\
 8 \\
 \hline
 13,952 \\
 13,952 \\
 \hline
 00000
 \end{array}$$

Aora para hallar el otro guarismo de la raíz, se formarán las cinco columnas siguientes: En la primera, se escribirá dos veces el 3. En la segunda, pongase la raíz 2. hallada hasta aora con un zero, así 20. enfrente del 3. inferior, y sobre la raíz 20. estará su quadrado 400. Multipliquese cada 3. de la primera columna por su numero colateral, que es triplicar el quadrado de la raíz, y de la misma raíz, escribiendo los productos, ó triplos en la tercera columna, cuya suma 1260. es el divisor. Dividase, pues, el miembro total 13952. por dicho divisor, y aunque siguiendo las reglas del partir, el quociente avia de ser 11. pero porque un miembro no puede tener dos guarismos de raíz, y tambien porque se ha de atender á la multiplicacion siguiente,

3	400	1200	8	9600
3	20	60	64	3840
			512	512
		1260		
				13952

no podrá ser el dicho quociente, sino 8. que se pondrá en la quarta columna al lado del guarismo superior de la columna tercera.

Hecho esto, quadrese el 8. y su quadrado 64. escrivase debaxo

subíquese, y su cubo 512. escrivase mas abaxo. Aora multiplíquese el 8. y su quadrado 64. por los numeros colaterales de la tereera columna, sin multiplicar el cubo 512. y los productos escrivanse en la columna quinta debaxo los quales se pondrá el cubo 512. cuya suma 13952. restese del residuo total, y puea nada sobra, será la raíz cubica verdadera 28.

Pero adviértase, que antes de escribir sobre la linea el guarismo mismo correspondiente al segundo miembro, ó à otros fuera del primero, será conveniente concluir toda la operacion, hasta ver si la suma de los numeros de la columna quinta, se pueden restar del miembro total; porque para hallar el quociente, no ay regla, sino tentando como el partir, y aun con mucha mas dificultad; pero ay estos dos señales: El primero, que si la dicha suma no se puede restar del miembro, es señal que el quociente se ha tomado mayor, y así se avrá de repetir la operacion en los numeros de la quarta, y quinta columna, tomando al quociente menor: El segundo, que si el residuo antes de abaxar el miembro siguiente, fuere mayor que la suma de los numeros de la columna tereera; esto es, que es el divisor, se avrá tomado menor, y así se ha de bolver à hacer la operacion, aumentando dicho quociente.

*Exemplo II.*

se ha de sacar raíz cubica deste numero 68430125. divídase en miembros de tres en tres guarismos, y porque los miembros son tres, avrá otros tantos guarismos en la raíz. Saquese la raíz cubica del miembro 68. buscando en la tabla el mayor cubo que puede caber en él, y se hallará el 64. cuya raíz cubica es 4. que se ha de escribir sobre la linea enfrente del miembro, y debaxo se pondrá el 64. restese el 64. del 68. y quedará el residuo 4. à cuyo lado se pondrá el otro miembro 430. para hacer el miembro total 4430.

Formense las cinco columnas como antes, escribiendo en la primera dos veces al 3. y en la parte inferior de la segunda, pongase la raíz 4. hallada hasta aora con un zero, y encima su quadrado 1600. al lado del 3. superior. Multipliquense los numeros de la primera columna por los de la segunda, escribiendo los productos en la tercera, cuya suma 4920. será el

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 0 \quad 9 \quad \begin{array}{r} 12196 \\ 503071 \end{array} \\
 \hline
 68,430,125 \\
 64 \\
 \hline
 4430125 \\
 4417929 \\
 \hline
 12196
 \end{array}$$



divisor. Divídase, pues, el miembro 4430. por 4920. y pues no se puede por ser mayor el divisor, es señal que el guarismo radical es zero, el qual se escribirá sobre la línea.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 1600 \\ \hline 3 & 40 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 4800 \\ \hline 120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0 \\ 00 \\ 000 \end{array}$$

4920

Aora para hallar el guarismo correspondiente al otro miembro,

abaxese el dicho miembro, escribiendole al lado del miembro antecedente, y será el total miembro 4430125. y formense otras cinco columnas: En la primera se pondrá dos veces el 3. En la parte inferior de la segunda, se escribirá la raíz 40. hallada hasta aquí con un zero, y encima su quadrado; multipliquense los números de la primera, y segunda columna, escribiendo los productos en la tercera, cuya suma 481200. será el divisor. Divídase el miembro 4430125. por este divisor, dando al quociente 9. tan solamente, aunque se le podía dar mas atendiendo à las reglas del partir, pero no si se considera lo siguiente. Pongase el quociente 9. en la columna quarta, debaxo su quadrado 81. y mas abaxo su cubo 729. Multipliquense la raíz 9. y su quadrado 81. por los números colaterales de la tercera columna, escribiendo los productos en la quinta, à los quales se añadirá el cubo 729. Y sumando las tres partidas, saldrá el número 4417929. el qual se escribirá debaxo del dicho miembro, y hecha la resta, quedará el residuo 12196.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 160000 \\ \hline 3 & 400 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 480000 \\ \hline 1200 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ 81 \\ 729 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 4320000 \\ \hline 97200 \\ 729 \end{array}$$

481200      4417929

El residuo 12196. se pondrá por numerador de un que-

brado, cuyo denominador será la suma del triplo del quadrado de toda la raíz 409. mas del triplo de la misma raíz, mas una unidad; como se ve figurado.

### Exemplo III.

Para sacar la raíz cubica deste número 942056624690. se dividirá en miembros como lo enseña la formula; y buscando en la tabla (684) el mayor cubo que puede caber en el miembro 942. se hallará 729. cuya raíz es 9. que se ha de escribir sobre la línea cor-

ref-

respondiente al dicho miembro , y debaxo pongase el dicho cubo para restarle, y quedará el residuo 213. á quien se juntará al lado el otro miembro, para hacer el total 213056.

$$\begin{array}{r}
 9 \quad 8 \quad 0 \quad 5 \\
 \hline
 942,056,624,690 \\
 729 \\
 \hline
 213 \quad 056 \\
 212 \quad 192 \\
 \hline
 864 \quad 624 \quad 690 \\
 864 \quad 624 \quad 627 \\
 \hline
 63
 \end{array}$$

Aora para hallar el otro guarismo de la raíz , formense las cinco columnas , poniendo en la primera dos veces al 3. y en la segunda la raíz hallada 9. con un zero , y encima su quadrado. Multiplique

se los numeros de la primer columna por los de la segunda , escribiendo sus productos en la tercera , cuya suma 24570. será el divisor. Dividase pues el dicho miembro por este divisor , dando al quociente 8. el qual se escribirá en la columna quarta , y debaxo su quadrado 64. y cubo 512. Multiplique este quociente , y quadrado por los dos numeros de la columna tercera , escribiendo los productos en la quinta , á los quales se añadirá el cubo 512. y la suma 212192. se restará del miembro, y quedará el residuo 864. á cuyo lado se abaxará el otro miembro 624. para hacer el total 864624.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c}
 3 & 8100 & 24300 & 8 & 194400 \\
 3 & 90 & 270 & 64 & 17280 \\
 & & & 512 & 512 \\
 \hline
 & & 24570 & & 212192
 \end{array}$$

Para hallar el otro guarismo radical , formense otra vez las cinco columnas , escribiendo en la primera dos veces al 3. En la segunda la raíz hallada hasta aqui con un zero , que será 980. y encima pongase su quadrado 960400. que se multiplicarán por los dos numeros 3. escribiendo los productos en la tercer columna , cuya suma 2884140. será el divisor. Partase

$$\begin{array}{c|c|c|c|c}
 3 & 960400 & 2881200 & 0 & \\
 3 & 980 & 2940 & 00 & \\
 & & & 000 & \\
 \hline
 & & 2884140 & &
 \end{array}$$

pues el miembro sobredicho por el , y pues no se puede por ser el divisor.

valor mayor, pongase zero por guarismo radical, y abrase el otro miembro 690. para hacer al miembro total 864624690.

Ultimamente, para hallar el otro guarismo, formense otras cinco columnas, escribiendo en la primera dos veces al 3. En la segunda, la raíz hasta ahora hallada con un zero 9800. y encima su quadrado 96040000. Multipliquense por los numeros de la primera columna, escribiendo los productos en la tercera; cuya suma 288149400. es el divisor: Dividase el miembro 864624690. por este divisor, dando 3. al quociente, el qual se escribirá en la quarta columna, poniendo debaxo su quadrado, y cubo, como se ve en la formula. Multipliquense dicho quociente, y quadrado por los dos productos de la tercera columna, escribiendo los productos en la quinta, y mas el cubo 27. La suma de las tres partidas desta quinta columna, restese del miembro total,

y quedará el residuo 63. el qual se pondrá por numerador de un quebrado, cuyo denomi-

3	96040000	288120000	3	864360000
3	9800	29400	9	2646000
288149400			27	27
				864624627

nador es el triplo del quadrado de toda la raíz 9803. mas el triplo de la misma raíz, mas una unidad, como se hizo antes.

#### *Demonstracion.*

Contiene muchas partes que demonstraré de por sí, valiendome del exemplo 2. *Primo*: Que el numero se aya de dividir en miembros de tres en tres guarismos, y que la raíz aya de tener tantos guarismos, quantos fueren los miembros, consta por el Theorema 1. deste capítulo.

*Segundo*: Que la raíz esté bien sacada, siguiendo la regla sobredicha se saca en el Theorema 2. deste capítulo, deste modo: Consideremos al primer miembro solo 68. el qual atendiendo al lugar de los guarismos, es 68000000. pero no es necessario poner los zeros, porque tambien se quitan de su raíz, y así basta considerar al 68. solo. El mayor cubo que cabe en 68. es 64. cuya raíz cubica, es 4. y sobran otros 4. por primer residuo, al qual añadiendo el segundo miembro 430. será 4430. el miembro total.

En este miembro están incluidos tres sólidos comprehendidos, o que provienen de la multiplicacion del quadrado de la raíz hallada 4. y del otro guarismo que se hallará por raíz; mas otros tres sólidos, que provienen de la multiplicacion de la raíz hallada por el quadrado del

gua-

guarismo que se busca ; y mas un cubo del mismo guarismo que se busca ; porque si consideramos los dos guarismos 4. y 0. de la raíz , correspondientes à los miembros 68. , 430. El cubo 94000. de los dos considerados, como un numero 40. el qual cubo es el mayor que se contiene en los dos miembros 68., 430. (de la diferencia, ò residuo de dicho cubo à los dichos miembros , aora no se hace caso , sino en la operacion siguiente) es igual à los cubos 64000. y 0. de las partes, mas à tres sólidos de la multiplicacion del quadrado 1600. del guarismo 4. ò de la primer parte 40. (estando dividida la raíz en dos partes como se dixo en el Theorema 2. deste capitulo ) por la segunda parte zero , mas à otros tres sólidos de la multiplicacion de la primer parte , por el quadrado de la segunda , como todo consta por el Theorema 2. deste capitulo.

Esto supuesto, queda manifesta la razon, porque se pone dos veces el 3. en la primer columna de las cinco, y porque se escribe la raíz, y su quadrado en la segunda (el zero se añade à la raíz , para guardar el lugar numerico de los guarismos, por que la raíz del primer miembro, pertenece à las decenas ) la razon , como digo , es ; porque multiplicando la raíz, y su quadrado por 3. se producen el triplo del quadrado, y el triplo de la raíz , que vienen à ser los lados , y las bases de los seis sólidos ; esto es , la raíz triplicada , es el lado de la suma de los tres sólidos producidos de la multiplicacion de la primer parte de la raíz por el quadrado de la segunda, y el quadrado triplicado, es la base de la suma de los otros tres sólidos producidos de la multiplicacion del quadrado de la primer parte por la segunda que se busca ; y assi, la suma de los numeros de la tercer columna, sea à la suma de las tres bases , y lados referidos.

Pues como el miembro 4430. es igual à los seis sólidos , y mas al cubo de la segunda parte, ò guarismo que se busca, si se parte por la suma de la tercer columna , de fuerte , que la base triplicada , se multiplique por el guarismo que se busca , para hacer la suma de unos tres sólidos, y la raíz triplicada , se multiplique por el quadrado del mismo guarismo , ò parte que se busca ; y à mas desto , se añade el cubo del dicho guarismo que se busca : la suma destas tres partidas de la quinta columna , se ha de poder restar del dicho miembro ; pero como la particion no se puede hacer , es evidente , que el guarismo que se busca ha de ser zero ; porque siendo la suma de la columna tercera mayor que el miembro sobredicho, será tambien mucho mayor la suma de la columna quinta , y assi no podrá comprehenderse en dicho miembro , y por consiguiente avrá de ser zero el guarismo que se busca, y el dicho miembro, se avrá de tomar por residuo , à cuyo lado se deve escribir el otro miembro 125. para hacer al total 4430125.

Aora si consideramos à la raíz (que tiene tres guarismos) dividida en dos partes, de las quales la primera consta de dos guarismos 40. hasta aqui hallados, y la segunda, es el guarismo que se busca; será el cubo de todo igual á los cubos de las partes, y á los seis sólidos mencionados: Luego poniendo la una parte de la raíz 40. con un zero así, 400. para guardar el orden de los Lugares numericos, y encima su quadrado en la segunda columna, y multiplicando por los numeros de la primera, que es triplicar, saldrán los triplos de las bases de unos tres sólidos, y los triplos de los lados de los otros tres sólidos, cuya suma será el divisor, porque partiendo el sobredicho miembro (que incluye los seis sólidos, y un cubo del guarismo que se busca) por esta suma, saldrá el guarismo que se busca, atendiendo à que se puedan hacer las multiplicaciones de los dos numeros de la tercera columna, por los dos de la quarta, y añadir al cubo de la raíz, ó quociente que se busca; y así los tres numeros de la columna quinta, serán la suma de los tres sólidos, mas la otra suma de los otros tres sólidos, y el cubo; cuya suma se ha de poder restar del miembro; y lo que quedare, será numerador de un quebrado, cuyo denominador ha de ser la suma del triplo de la raíz de toda la raíz, mas el triplo de la misma raíz, mas la unidad, como se dixo en la demonstracion del Problema antecedente.

Este modo de sacar raíz cubica haciendo cinco columnas, es del P. Zaragoza en su Arithmetica universal, el qual es muy facil, y claro, y se puede aplicar à la raíz quadradada, como se verá en el capítulo siguiente.

### PROBLEMA III.

**SACAR LA RAIZ CUBICA DE ENTERO, Y QUEBRADO,  
ò de quebrado solo.**

#### Preceptos.

692 **P**rimero: Si se ha de sacar raíz de numero entero, y quebrado, reduzgase el entero, ó enteros à su quebrado, (162) y con esto se sacará la raíz por los preceptos siguientes, como si fuera quebrado solo.

693 Segundo: Saquese la raíz cubica del numerador, ó denominador por los Problemas antecedentes, haciendo quebrado, y será la raíz que se busca.

694 Tercero: Si los terminos del quebrado no tuvieran raíz cubica justa, (aunque alguno la tenga) examínese si el mismo que-

quebrado expresada en otros terminos , puede tener raíz cubica exacta , lo qual se sabrà multiplicando el quadrado del numerador , por el denominador , y viendo si el producto tiene raíz cubica justa , ó dividiendo el numerador , por el denominador , y examinando si el quociente tiene raíz cubica exacta. Y si la tuviere , reduzgase el quebrado à los minimos terminos , ( 150 ) los quales serán cubicos.

695 Quarto: Si el quebrado no tuviere raíz justa , ni se pudiere reducir à terminos cubicos , saquese la raíz cubica de cada termino con su quebrado , y reduciendo los enteros à sus quebrados , se reducirán à un comun denominador , ( 154 ) se formará un quebrado de los numeradores , y será la raíz cubica algo proxima.

*Exemplo I.*

Se ha de sacar raíz cubica de 8. 27. avos. Saquese su raíz de cada termino , y será dos tercios. Así mismo para sacar raíz cubica de 64. 512. avos. Sacando la raíz cubica del 64. y del 512. se hallará el quebrado quatro octavos por raíz cubica.

*Exemplo II.*

Para sacar la raíz cubica de 11. y 25. 64. avos , reduzganse los enteros à su quebrado , y serán 729. 64. avos. Ahora saquese la raíz cubica del numerador , y denominador , la qual será nueve quartos.

*Exemplo III.*

Para sacar la raíz cubica de 2. 16. avos , por quanto no consta de terminos cubicos , examinaré si se puede reducir à otro quebrado igual , pero que tenga los terminos cubicos , multiplicando el quadrado 4. del numerador 2. por el denominador 16. y sacando raíz cubica del producto 64. y porque la tiene cabal , que es 4. diré que el dicho quebrado , se puede reducir à terminos cubicos. Lo mismo puedo conocer dividiendo el numerador 2. por el denominador 16. y pues del quociente un octavo , puedo sacar raíz cubica justa , que es un medio , diré así mismo , que se puede reducir. Reduzgo , pues , el dicho quebrado à los minimos terminos , y será un octavo en terminos cubicos , cuya raíz cubica es un medio.

*Exemplo IV.*

Se ha de sacar raíz cubica de 20. y 3. 27. avos. Lo primero , se reducirán los enteros al quebrado , y será 543. 27. avos. Lo segundo examínese si se puede reducir à terminos cubicos ( es necesario que los dos sean cubicos ) multiplicando el quadrado 294849. del numerador 543. por el denominador 27. y pues del producto 7960923. no se puede sacar raíz cubica justa , es señal que no se puede reducir à

terminos cubicos. Y assi se avrá de sacar la raíz algo proxima por el precepto quarto ; sacando la raíz del numerador 543. que es 8. y 31. 217. avos. Saquese assi mismo la raíz cubica del denominador 27. la qual es 3. Ahora reduzganse los 8. de la raíz à su quebrado , y serán 1767. 27. avos, reduzganse tambien los 3. (que es raíz del denominador) à quebrado assi  $\frac{1}{3}$ . Ultimamente estos dos quebrados , se han de reducir à un comun denominador , y serán 1767. 27. avos , y 81. 27. avos , hagase quebrado de los numeradores deste modo.  $\frac{1767}{81}$ . y este será la raíz algo proxima.

#### *Demonstracion.*

La demonstracion , es la misma que la que dimos en el Problema 3.<sup>o</sup> del capitulo antecedente, solo con aplicarla à los numeros, y raíces cubicas. El examen de un quebrado que no consta de terminos cubicos, para ver si se puede reducir à otro igual, pero de terminos cubicos, depende de sacar dos medios proporcionales , como lo enseñaremos en la Parte 2. deste libro , donde demonstraremos , que multiplicando el un extremo por el quadrado del otro , y sacando raíz cubica del producto , es el un medio proporcional ; y como si entre dos numeros ay dos medios proporcionales, son sólidos semejantes , los quales son proporcionales à algunos cubos. Si entre los terminos de un quebrado pueden caer dos medios , serán sólidos semejantes , y avrá dos cubos en la misma razon , que serán los numeros mínimos en aquella razon , y por configuiente el quebrado dellos , será igual al que está propuesto, y constará de terminos cubicos.

## CAPITULO QUARTO.

### DE LAS DEMAS POTESADES, y sus raíces.

**L**As Potesades , y sus raíces del cubo arriba , bastantemente quedan explicadas al principio deste libro. Ahora daré un methodo universal para sacar raíz de qualquier potestad , reduciendolo solamente à la practica sin demonstracion ; porque facilmente se puede sacar de lo que está dicho hasta aqui ; y no he de cansar al Arithmetico en demonstraciones prolixas de cosa que no pertenece al arte menor , teniendo su lugar en el mayor , que siendo Dios servido espero sacar à luz.



P R O B L E M A. I.

**HA CAR LA R A I Z D E Q U A L Q U I E R P O T E S T A D.**

696 **P**ara sacar la raíz de qualquier Potestad , es conveniente tener hechas dos tablas , la una de las Potestades de los numeros digitos , que sirve para hallar el guarismo radical del primer miembro de mano izquierda ; y la otra de los numeros propios de cada Potestad , que se han de poner en la primera columna de las cinco , como en la extraccion de raíz cubica , para hallar los guarismos radicales de los demás miembros.

697 La primer tabla contiene las potestades, y sus raíces en numeros digitos , y aunque solamente se ponen seis Potestades , pero con facilidad podrá el Arithmetico continuar la tabla en otras muchas, multiplicando las raíces por sí mismas para los quadrados : Multipli- cando las raíces por sus quadrados , para hallar los cubos : Multipli- cando las raíces por sus cubos , para los quadrado quadrados; y así de las demás , segun se advirtió arriba en la formacion de las Potestades.

Raíces	Quadrados	Raíces	Quad.	Quad.	Raíces	Cubo	Cubos.
1	1	1	1		1	1	
2	4	2	16		2	64	
3	9	3	81		3	729	
4	16	4	256		4	4096	
5	25	5	625		5	15625	
6	36	6	1296		6	46656	
7	49	7	2401		7	117649	
8	64	8	4096		8	262144	
9	81	9	6561		9	531441	

Raíces	Cubos	Raíces	Quad.	Cubos	Raíz.	Quad.	Q.	Cub.
1	1	1	1		1	1		
2	8	2	32		2	128		
3	27	3	243		3	2187		
4	64	4	1024		4	16384		
5	125	5	3125		5	78125		
6	216	6	7776		6	279936		
7	343	7	16807		7	823543		
8	512	8	32768		8	3097152		
9	729	9	59049		9	4782969		

698 La segunda tabla, que llaman *Triangular*, por estar en forma de triangulo, enseña los numeros que se deven poner en la primera columna de las cinco, para hallar los guarismos radicales en la operacion segunda, tercera, quarta, &c. Esto es, para sacar raíz quadrada, se ha de tomar el 2. para cubica 3. y 3. para quadrado quadrado 4. 6. 4. &c. Su fabrica proviene de la multiplicacion del numero 11. dexando los extremos del producto, y tomando los medios; como si el dicho 11. se multiplica por sí mismo, saldrá el quadrado 121. Deseñse, pues, los extremos 1. y 1. y quedará el 2. por numero perteneciente al quadrado. Multipliquese el producto 121. por 11. (que es cubicar el 11.) y saldrá el producto 1331. quitando los extremos, quedan los medios 3. y 3. propios del cubo. Multipliquese el 1331. por 11. y del producto 14641. quitando los extremos, quedarán 464. para el quadrado quadrado, y así de los demás.

1	1				
1	1				
<hr/>					
1	1				
2	1				
<hr/>					
1.	2.	1.			
	1	1			
<hr/>					
1	2	1			
1	2	1			
<hr/>					
1.	3.	3.	1.		
		1	1		
<hr/>					
1	3	3	1		
1	3	3	1		
<hr/>					
1.	4.	6.	4.	1.	
			1	1	
<hr/>					
1	4	6	4	1	
1	4	6	4	1	
<hr/>					
1.	5.	10.	10.	5.	1.

## Preceptos.

699 Esto supuesto, para hallar la raíz de qualquier potencia, divídase con distinciones de tantos en tantos guarismos, como fuere el exponente de la potencia, ó primer numero de los de la tabla triangular; esto es, el quadrado de dos en dos; el cubo de tres en tres; el quadrado quadrado de quatro en quatro, &c. comen-

2.	Quadrado.
3. 3.	Cubo.
4. 6. 4.	Quadrado quadrado.
5. 10. 10. 5.	Quadrado cubo.
6. 15. 20. 15. 6.	Cubo cubo.
7. 21. 35. 35. 21. 7.	Quad. quad. cubo.

ando siempre de la derecha ácia la izquierda , aunque en el ultimo miembro no aya mas que un guarismo.

700 Para hallar la raíz correspondiente al primer miembro de mano izquierda , busquese en la tabla de las potestades (697) la mayor potestad que puede caber en el tal miembro , y escribiendola debaxo del miembro , y encima la raíz , restese para hallar el residuo , á cuyo lado se escribirá el segundo miembro , para hacer al miembro total.

701 Para hallar la raíz del segundo miembro , se formarán cinco columnas , como se hizo en la extraccion de la raíz cubica , y será conveniente tenerlas hechas en una falsa regla , de fuerte que estén bien anchas , en particular la tercera y quinta , y deste modo no será necesario formarlas cada vez. En la primer columna se pondrán los numeros de la tabla triangular , correspondientes á la potestad de quien se saca raíz. En la segunda estará la raíz hasta entonces hallada con un zero , la qual se escribirá en la parte inferior ; esto es , correspondiendo al numero inferior de la primera columna , y sobre ella se pondrán sus potestades quadrado, cubo, &c. correspondiendo á los otros numeros de la primera columna , tantos quantos numeros huviere. Multipliquense los numeros de la primera , y segunda columna , y escrivanse los productos en la columna tercera , cuya suma es el divisor , y por esto esta columna se puede llamar de los *Divisores*. En la quarta columna se pondrá el quociente , que es el guarismo radical que se busca , escribiendole en la parte superior , y debaxo se escribirán sus potestades colaterales á los numeros de la columna tercera , hasta aquella de la misma especie de la que se saca raíz. Multipliquense los numeros de la tercera , y quarta columna , exceptando el divisor y la ultima potestad , y los productos se escribirán en la quinta columna , debaxo de los quales estará la ultima potestad de la quarta columna ; cuya suma se restará del miembro de quien se saca raíz , escribiendo debaxo el residuo , y abaxando el otro miembro , si le ay , para proseguir la operacion del mismo modo.

702 Si la potestad es irracional ; esto es , si sobra algun residuo , se pondrá por numerador de un quebrado , cuyo denominador será el producto de la raíz ; y sus potestades por los numeros de la tabla triangular propios de la tal potestad , y mas una unidad , como por los exemplos quedará todo manifesto.

*Exemplo I.*

Se ha de sacar raíz quadrada deste numero 3864. Divídase en  
miem-

miembros de dos en dos guarismos, porque el exponente del quadrado es 2. comenzando por la derecha. Busquese el mayor quadrado que puede caber en el primer miembro de mano izquierda 38. y se hallará el 36. cuya raíz es 6. (597). Escrivase la raíz 6. sobre la linea correspondiente al miembro 38. y el quadrado debaxo para hacer la resta, la qual hecha quedan 2. por residuo. Abaxese el segundo miembro 64. y será el miembro total 264.

$$\begin{array}{r}
 6 \text{ } 20 \\
 \underline{125} \\
 38,64 \\
 36 \\
 2 \text{ } 64 \\
 2 \text{ } 44 \\
 \hline
 20
 \end{array}$$

Para hallar el guarismo correspondiente al miembro 264. se formarán las cinco columnas. En la primera se escribirá el 2. que es el numero correspondiente al quadrado en la tabla triangular. En la segunda estará la raíz 6. hallada hasta ahora con un zero, que son 60. y pues en la primera columna no ay mas que un numero, no se pondrán las potestades de dicha raíz. Multipliquese el 2. de la primera columna por el 60. de la segunda; escribiendo el producto 120. en la tercera; y pues en esta columna solo ay un numero, él mismo será la suma, ó divisor: Y así, divídase el miembro 264. por 120. dando al quociente 2. el qual se escribirá en la parte superior de la columna quarta, y en la inferior su quadrado, que es la potestad de la especie de la que se saca raíz. Multipliquense los numeros de la tercera, y quarta columna, exceptando el quadrado, y escribiendo el producto en la quinta; al qual se añadirá el quadrado 4. de la columna quarta, para hacer el restador 244. Restese, pues, del miembro 264. y quedará el residuo 20.

2	60	120	2	240
			4	4

244

Este residuo se escribirá por numerador de un quebrado, que tendrá por numerador al producto del numero 2. de la primera columna por la raíz quadrada 62. y mas la unidad; que será 125. como se ve en la formula.

### Exemplo II.

Para sacar raíz cubica deste numero 21952100. se dividirá en miembros de tres en tres guarismos, porque el exponente del cubo es 3. Y buscando en la tabla de las potestades el mayor cubo que puede caber en el primer miembro 21. de mano izquierda, se hallará el 8. y su raíz 2. que se escribirá sobre la linea, y el 8. debaxo.

Ref-

Restese el 8. del 21. y quedará el residuo 13. à cuyo lado se abaxará el miembro 952.

Para hallar el otro guarismo radical, formense las cinco columnas, escribiendo en la primera los numeros propios del cubo de la tabla triangular (698), los quales son 3. 3. En la segunda se pondrá la raíz hallada 2. con un zero, correspondiendo al 3. inferior, y encima estará el quadrado de 20. colateral al 3. superior. Multipliquense los numeros de la primera, y segunda columna, escribiendo los productos en la tercera, cuya suma 1260. será el divisor. Dividase, pues, el dicho miembro por este divisor, dando

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 8 \quad 0 \quad \quad \quad 100 \\
 \hline
 21,952,100 \\
 8 \\
 \hline
 13 \quad 952 \\
 13 \quad 952 \\
 \hline
 0100
 \end{array}$$

al quociente no todo lo que se puede, segun el partir ordinario, sino atendiendo à que la suma de los productos de la quarta, y quinta columna, con el cubo del quociente, se puedan restar del miembro; y así basta darle á 8. Escrivase, pues, en la parte superior de la quarta columna, y debaxo su quadrado 64. y cubo 512. Multipliquense los dos primeros numeros de la tercera, y quarta columna, escribiendo los productos en la quinta, y añadiendo el cubo 512. cuya suma se restará del miembro, y quedará el residuo zero.

Abaxese el otro miembro 100. y para hallar su guarismo radical formense las cinco columnas, escribiendo en la primera los mismos numeros 3.

y 3. En la segunda pongase la raíz hasta ahora hallada con un

zero, y sobre ella su quadrado. Multipliquense los numeros de la primera columna por los de la segunda, escribiendo los productos en la tercera, cuya suma es el divisor; dividase el miembro 100. por él, y pues no se puede, pongase zero por letra radical, y el mismo miembro 100. será el residuo, el qual ha de ser numerador de un quebrado, que tenga por denominador à la suma de los productos de toda la raíz 280. por 3. y de su quadrada por 3. y mas la unidad.

Exemplo III.

Para sacar raíz quadrada quadrada deste numero 950007863.

Divi-

Dividase de quatro en quatro guarismos, porque su exponente es 7. Busquese en la tabla de las potestades (697) el mayor quadrado quadrado que puede caber en el primer miembro 9. el qual es 1. y su raíz tambien 1. Escrivase la raíz sobre la línea, y el quadrado quadrado 1. debaxo; restese del 9. y quedarán 8. Abaxese el otro miembro 5000. à su lado, y será el miembro total 85000.

Para hallar su guarismo radical formense las cinco columnas, escribiendo en la primera los numeros 4. 6. 4. de la tabla triangular, que son propios del quadrado quadrado, y en la parte inferior de la segunda se pondrá la raíz 1. con un zero, y encima sus potestades; hasta que acompañen à los numeros de la primera columna; esto es, quadrado, y cubo. Multipliquese la columna primera por la segunda, escribiendo los productos en la tercera, cuya suma será el divisor. Dividase el miembro 85000. por la suma 4640. dando al quociente 7. y no mas, para que la suma de la quinta columna se pueda restar del dicho miembro. Escrivase el 7. en la parte superior de la columna quarta, y debaxo sus potestades hasta el quadrado quadrado, que es la potestad de

4	1000	4000	7	28000
6	100	600	49	29400
4	10	40	343	13720
			2401	2401
		4640		

73521

quien se saca raíz, las quales se hallan facilmente por la tabla de las potestades. Multipliquense todos los numeros de la quarta, y tercera columna, exceptando los inferiores, y los productos se escribirán en la quinta, añadiendo el quadrado quadrado, que es la ultima potestad de la columna quarta. La suma será el restador, la qual restada del dicho miembro quedará el residuo 11479. à quien se juntará el miembro 7893.

Aora para hallar su guarismo radical, formense otra vez las cinco columnas, escribiendo en la primera los mismos numeros 4. 6. 4. y en la parte inferior de la segunda estará la raíz 17. hasta aora hallada con un zero, sobre la qual se pondrán sus potestades, hasta que todos los numeros de la columna primera tengan su colateral. Multipli-

1	7	5
9,5000,7863		
1		
85000		
73521		
114797863		
102680625		
12117238		

Multipliquense los numeros de la primera , y segunda columna , escribiendo los productos en la tercera, cuya suma será el divisor. Dividiendo, pues , el

miembro por dicho divisor , le tocan y. al quociente , que se escribirá en la columna quarta , y debaxo sus potestades. Multipliquense los numeros de la columna tercera por los de la quarta , exceptando à los dos ultimos , cuyos productos se escribirán en la quinta columna , poniendo debaxo el quadrado quadrado 625. que es la potestad inferior de la columna quarta, porque esta potestad nunca se multiplica. La suma , pues de los numeros de la columna quinta , se restará del miembro de quien se saca raíz, quedando el residuo 1558538. el qual se pondrá por numerador de un quebrado.

4	4913000	19652000	5	98260000
6	28900	173400	25	4335000
4	170	680	125	85000
			625	625
		19826080		
				102680625

Para hallar el denominador del dicho quebrado , se formarán tres columnas. En la primera estarán los mismos numeros 4. 6. 4. y en la segunda se pondrán la raíz 175. sin zero , y encima sus potestades , como antes. Multiplicando , pues los numeros de la primera; y segunda columna, y à los productos ( que se han de poner en la tercera columna) añadiendo una unidad, será la suma de los numeros de la columna tercera el denominador que se busca. Y este methodo se guardará en todas las potestades.

Para hallar el denominador del dicho quebrado , se formarán tres columnas. En la primera estarán los mismos numeros 4. 6. 4. y en la segunda se pondrán la raíz

175. sin zero , y encima sus potestades , como antes. Multiplicando , pues los numeros de la primera; y segunda columna, y à los productos ( que se han de poner en la tercera columna) añadiendo una unidad, será la suma

4	5259375	21437500
6	30625	183750
4	175	700
		1
		21621951

de los numeros de la columna tercera el denominador que se busca. Y este methodo se guardará en todas las potestades.

Exemplo IV.

Para sacar raíz quadrado cubica deste numero 87900000. divídase en miembro de cinco en cinco guarismos , porque el exponente desta potestad es 5. Busquese en la tabla de las potestades el mayor quadrado cubo, que puede caber en el primer miembro de mano izquierda , y se hallará el 243. cuya raíz es 3. Restese , y quedará el residuo 636. à cuyo lado se abaxará el otro miembro , para hacer al total 63600000.

Para hallar su guarismo de la raíz , formense las cinco columnas, escribiendo en la primera los numeros 5. 10. 10. 5. que son propios del



del quadrado cubo, como consta por la tabla triangular. Después en la segunda columna, se escribirá la raíz 3. hallada, con un zero, de suerte, que esté colateral al 5. inferior de la primer columna, y encima se pondrán sus potestades, hasta que todos los numeros de la primer columna tengan sus colaterales. Multipliquense los numeros de la primera, y segunda columna, escribiendo los productos en la tercera, cuya suma es el divisor: Dividiendo, pues, el dicho miembro por él, se dará 8. al quociente, el qual estará en la parte superior de la quarta columna, y debaxo sus potestades, hasta el quadrado cubo. Multipliquense los numeros de la tercera, y quarta columna fuera los dos ultimos, que son el divisor, y quadrado cubo, escribiendo los

productos en la quinta, y añadiendo el quadrado cubo de la tercera

columna. La suma se

restará del miembro, y quedará el residuo que está en el exemplo, el qual se pondrá por numerador de un quebrado, cuyo denominador se hallará deste modo.

Formense tres columnas, en la primera escrivanse los mismos numeros 5. 10. 10. 5.

en la segunda se pondrá la raíz 38. y encima sus potestades como antes; multipliquense los numeros colaterales de la primera, y segunda columna, escribiendo los

productos en la tercera, y añadiendo una unidad, cuya suma será el denominador que se busca.

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 8 \\
 \hline
 879,00000. \\
 243 \\
 \hline
 636,00000. \\
 549 \ 55168. \\
 \hline
 864 \ 4832.
 \end{array}$$

5	810000	4050000	8	32400000
10	27000	270000	64	17280000
10	900	9000	512	4608000
5	30	150	4096	614400
			32768	32768
			4329150	54935168

5	2085136	10425680
10	54872	548720
10	1444	14440
5	38	190
		1
		10989031

*Examen.*

703 Multipliquese la raíz por sí misma, tantas veces como fuere la potencia; esto es, quadrese, cubiquese, &c. Y si ay algun residuo, añadese, y ha de ser todo igual al numero de quien se sacó raíz, como se dixo en el examen de la raíz quadrada, y cubica. Pero adviértase, que el ultimo residuo, ó numerador del quebrado, nunca ha de ser igual al denominador, sino menor.

*Observaciones.*

704 Ningun residuo puede ser igual, ni mayor que la suma de los productos de la raíz, y sus potestades por los numeros de la tabla triangular, peculiares de la potencia de quien se saca raíz, y mas la unidad: Esto es, formando las tres columnas antecedentes, escrivanse en la primera los numeros propios de la potencia de quien se saca raíz: En la parte inferior de la segunda columna, pongase la raíz hasta entonces hallada, y sobre ella, estarán sus potestades: hasta que llenen todos los lugares colaterales à los numeros de la segunda columna: Multipliquense la primera, y segunda columna, escribiendo los productos en la tercera, à los quales se añadirá una unidad, pues ningun residuo puede ser mayor que la suma de la columna tercera.

705 Si algun residuo fuere zero, y los miembros restantes tambien fueren zeros, se pondrán por guarismos radicales tantos zeros como miembros faltaren que correr. Y así, sacando raíz quadrada de 10000. porque restando el quadrado 1. del miembro 1. queda zero; y los otros dos miembros son tambien zeros, se pondrán dos zeros en la raíz. Lo mismo es quando el residuo es zero, y el miembro siguiente tambien es zero, se pondrá un zero por raíz, aunque el otro miembro tenga guarismos significativos.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \hline 1,00,00 \\ 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

706 Si la potencia está expresada en enteros, y quebrado, se reducirán los enteros al quebrado, y quedará quebrado solo: Ahora sacquese la raíz del numerador, y denominador, formando quebrado; y así la raíz quadrado quadrada de 16.81. avos, será dos tercios.

## CAPITULO QUINTO.

DE LA APROXIMACION DE LAS  
raíces Sordas.

707. **A** Proximar las raíces sordas, es hallar raíz de las Potestades irracionales, la qual aunque no sea la verdadera, porque esta no se puede hallar (656) pero es proxima á la verdadera; y se puede aproximar de tal suerte, que la diferencia de la raíz sacada, y de la verdadera, sea menor que qualquiera cantidad determinada por pequeña que sea. Mas claramente: Las potestades que no tienen raíz en numero entero, tampoco la tienen en entero, y quebrado (656), y son irracionales; cuyas raíces son sordas, porque como no se pueden pronunciar, pues no ay numero que las expresse, tampoco se pueden oír; y entonces son las potestades irracionales, quando sobra algo despues de la extraccion de las raíces: Pues lo que se busca en este capitulo, es hallar una raíz de potestad irracional, que se acerque á la verdad tanto quanto se quisiere, pero nunca se pueda señalar la raíz verdadera.

708. Esto supuesto, para aproximar una raíz, añádase al ultimo residuo de la potestad un miembro de zeros, ó tantos zeros como fuere el exponente de la potestad; esto es, en el quadrado, dos zeros; en el cubo, tres; en el quadrado quadrado, quatro; &c. Y continuando la operacion, el guarismo que saliere, será decimas; esto es, se pondrá por numerador de un quebrado, cuyo denominador será 10. Otra vez al residuo de esta operacion (siendo la potestad irracional, siempre quedará el residuo) añádense otros tantos zeros, y continuando la operacion, el guarismo que saliere junto con el antecedente, será centesimas; esto es, los dos guarismos, se pondrán por numerador de un quebrado, tenga 100. por denominador, y deste modo se puede continuar infinitamente.

*Exemplo. I.*

Se ha de aproximar la raíz quadrada deste numero 632. Saquese la raíz del primer miembro 6. que es 2. y restando su quadrado 4. de 6. quedan 2. por residuo, al qual se añadirá al lado del otro miembro 32. Ahora formando las cinco columnas, se pondrá en la

La primera el numero 2. peculiar del cuadrado , como consta por la tabla triangular. ( 698 ) En la segunda estará la raíz 2. con un zero. Multipliquese la primera columna por la segunda , escribiendo el producto en la tercera , el qual será divisor ; divídase , pues , el miembro 232. por 40. dando al quociente 5. el qual se escribirá en la quarta columna , y su cuadrado 25. debaxo: Multipliquese el 40. por 5. escribiendo el producto. 200. en la columna quinta , y debaxo el quadrado 25. cuya suma 225. restada del miembro 232. queda el residuo 7.

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 5 \\
 \hline
 6,3 \quad 2 \\
 4 \\
 \hline
 2 \quad 3 \quad 2 \\
 2 \quad 2 \quad 5 \\
 \hline
 7 \quad 0 \quad 0 \\
 5 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 1 \quad 9 \quad 9 \quad 0 \quad 0 \\
 1 \quad 5 \quad 0 \quad 6 \quad 9 \\
 \hline
 4 \quad 8 \quad 3 \quad 1
 \end{array}$$

A este residuo 7. añadáse un miembro de zeros ; esto es , dos zeros , porque se saca raíz quadrada , cuyo exponente , ó numero de la primer columna , es 2. y será 200. Ahora formense las cinco columnas para sacar el guarismo radical correspondiente al 700. y será 1. quedando 199. de residuo , como to- do se vé en la operacion si- guiente. Pues si nos contena- mos con esta aproximacion, se pondrá el guarismo radi- cal 1. sobre una linea , ha- ciendo quebrado , y debaxo avrá 10. Y así la raíz será 25. y 1. 10. avos.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c}
 2 & 20 & 40 & 5 & 200 \\
 & & & 25 & 25 \\
 \hline
 & & & & 225
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c}
 2 & 250 & 500 & 1 & 500 \\
 & & & 1 & 1 \\
 \hline
 & & & & 501
 \end{array}$$

Pero si se quiere aproximar mas , al residuo 199. añadáse un otro miembro de zeros , y será 19900. Formense las cinco columnas, escribiendo en la primera 2. En la segunda estará toda la raíz ha- llada hasta ahora , que es 251. con un zero. Multiplicando la prime- ra , y segunda columna , se escribirá el producto en la tercera , el qual será divisor : Divídase , pues , el miembro 19900. por el divisor 5020. dando al cociente 3. el qual se escribirá en la columna tercera , y de- baxo su quadrado 9. multiplicando los numeros de la quarta , y ter- cera columna fuera del quadrado 9. saldrán 15060. a los quales se aña- dirá

dirà el quadrado 9. y la suma restada del miembro total 19901. quedaràn 4831. con que estos dos guarismos ultimos que provienen de los zeros añadidos, seràn numerador de un quebrado que tenga por denominador 100. y así la raíz será 25. y 13. 100. avos.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 2510 & 5020 & 3 & 15060 \\ \hline & & & 9 & 9 \\ \hline & & & & 15069 \\ \hline \end{array}$$

Si se quiere aproximar mas, añádese otro miembro de zeros al residuo 4831. y prosiguiendo en sacar raíz, se tendràn ya tres guarismos originados de los tres miembros de zeros añadidos, los quales seràn milésimas; esto es, se pondrán por numerador del denominador, y deste modo prosiguiendo, se podrá aproximar la raíz, de suerte, que sea mas, y mas proxima à la verdad.

### Exemplo II.

Para aproximar la raíz cubica de este numero 36879. se sacará primero la raíz cubica, como està dicho arriba, la qual es 33. y queda el residuo 942. al qual se añadiràn tres zeros, y será el tercer miembro 942000. Profigase en sacar la raíz del mismo modo, y se hallará 2. por guarismo radical del miembro sobredicho. Si alguno se contentare con esta aproximacion, dirà que la raíz cubica algo proxima del numero 36879. es 33. y 2. 10. avos. Pero si quisiere mayor precision, añada otro miembro de zeros al residuo 284632. y profiga en sacar raíz cubica, valiendose del guarismo radical antecedente, no como à numerador de quebrado, sino como à guarismo que acompaña à la raíz 33. deste modo 332. haciendo, pues, la operacion, hallará 7. por guarismo radical, y si se contentare con esta aproximacion, dirà, que la raíz cubica del sobredicho numero, es 33. y 27. 100. avos. Del mismo modo puede proseguir aproximando infinitamente.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 3 \quad 2 \quad 7 \\ \hline 36879 \\ 27 \\ \hline 9879 \\ 8937 \\ \hline 942000 \\ 657368 \\ \hline 284632000 \\ 231958783 \\ \hline 52673217000 \end{array}$$

*Demonstracion.*

Supongo lo primero, que añadir à las potestades tantos zeros como unidades tiene su exponente, es lo mismo que multiplicarlas por las potestades que consten de zeros, y una unidad; como el añadir el quadrado dos zeros, quatro, seis, ocho, &c. es lo mismo que multiplicarle por los quadrados 100. 10000. 1000000. 100000000. &c. Asimismo el añadir al cubo tres zeros, seis, nueve, &c. es multiplicarle por los cubos 1000. 1000000. 1000000000. &c. Y así de las demás potestades, como consta por las observaciones del multiplicar. (69) Supongo lo segundo, que multiplicando una potestad por otra de la misma especie, sale el producto potestad de la misma especie, como se demostrò en la Theorica de las potestades; y así despues de añadidos los zeros, aun quedará la potestad de la misma especie que antes.

Supongo lo tercero, que si à la potestad antes de añadir los zeros, se le pone debaxo una unidad, se hace un quebrado, como consta de lo que se dixo en los quebrados. (128) Y si despues de añadidos los zeros, se pone debaxo de ella una unidad, y tantos zeros, quantos se han añadido, se formará otro quebrado igual al primero, porque multiplicando los dos terminos del primer quebrado por un mismo numero (que es añadir zeros) sale un quebrado del mismo valor, aunque en numeros mayores (152).

Esto supuesto, sea en el primer exemplo la potestad quadrada 632. (Lo mismo dirè de qualquier otra potestad) la qual expressada en forma de quebrado, será A. y añadiendole quatro zeros que es lo mismo que multiplicar por el quadrado 10000. será 6320000. à la qual poniendole debaxo el denominador 10000. formará el quebrado B igual à A. cuya raíz quadrada, será el quebrado D. la qual contiene 25. enteros, y sobra el quebrado 13. 100. avos. Y como el quebrado B. es igual à A. la dicha raíz, tambien será raíz de A. pero como la potestad B. està dividida en mas partes que A. la raíz D. será mas proxima, porque quanto mas menuda es la division, tanto mas se puede acercar à la verdad; y así añadiendo mas zeros à la potestad, se acercará la raíz mas à la verdad, hasta que se diferencie en la cantidad mas minima que se pueda señalar.

A	B	D
632	6320000	2513
<hr/>	<hr/>	<hr/>
1	10000	100

## PARTE II.

### DE LOS MEDIOS PROPORCIONALES.

709 **N**UMEROS medios proporcionales, son aquellos, que estando entre dos extremos, componen alguna proporcion; como en estos numeros 4. 8. 16. el 8. es medio proporcional, porque con los extremos, se formará la razon de 4. à 8. y de 8. à 16. Y aunque pueda aver diferentes especies de medios, segun la diversidad de las proporciones, que constituyen con sus extremos, como se puede ver en Jordano, Boecio, y otros pero comunmente los Arithmeticos les dividen en tres, es à saber en medio Arithmetico, Geometrico, y Harmonico; de los quales trataremos en los Capítulos siguientes.

#### CAPITULO PRIMERO.

##### DEL MEDIO ARITHMETICO.

710 **M**edio Arithmetico, es el que constituye con los extremos una tal proporcion, de fuerte, que la diferencia del medio à los extremos, sea igual; como en estos numeros 3. 5. 7. el 5. es medio Arithmetico, porque la diferencia de 3. à 5. es 2. y la diferencia de 5. à 7. tambien es 2. Asimismo estos tres numeros 15. 10. 5. están en proporcion Arithmetica, y el 10. es medio, porque de 15. à 10. ay 5. y de 10. al extremo 5. tambien ay 5. Y así en el medio Arithmetico, las diferencias tienen entre sí razon de igualdad.

#### PROBLEMA I.

*DADOS DOS NUMEROS, HALLAR UN MEDIO  
Arithmetico.*

711 **S**Ean 4. y 8. los numeros, entre los quales se ha de hallar un medio Arithmetico: Sumense, y toman-



Quando la mitad de la suma 12. que es 6. será el medio deseado, de fuerte, que formarán la proporcion Arithmetica de 4. 6. 8. Asimismo, si entre 16. y 9. se ha de hallar un medio Arithmetico de la suma de los terminos 25. tomese la mitad, que es 12. y medio, la qual será el medio que se busca. Pero si el medio ha de hallarse en numeros enteros, se dirá, que entre 16. y 9. no puede aver medio Arithmetico, porque la suma 25. no tiene mitad entera.

La razon desto es manifesta, porque como las diferencias son iguales, el extremo mayor 8. (en el exemplo primero) excede al menor 4. es dos diferencias 2. y 2. luego la suma 12. de los extremos, será igual á dos extremos menores, y á dos diferencias; luego la mitad 6. de la suma dicha, será igual al extremo menor, y á una diferencia, que es el medio Arithmetico, el qual es igual al menor extremo, y á su diferencia.

El mismo medio Arithmetico, se puede hallar de otro modo, restando el menor extremo 4. del mayor 8. y añadiendo la mitad 2. de la diferencia al menor extremo 4. saldrá el medio 6. como por el mismo es manifesto.

## P R O B L E M A II.

**DADOS DOS NUMEROS, HALLAR MUCHOS MEDIOS Arithmeticos.**

712 **R** Este el numero menor del mayor, y partiendo la diferencia por el numero de los medios aumentado una unidad, saldrá la diferencia de los terminos, la qual añadida continuamente al numero, ó extremo menor, dará los medios. Como si entre 3. y 15. se han de hallar tres medios Arithmeticos, restese el 3. del 15. y la resta 12. dividase por 4. que es numero de los medios 3. y una unidad mas, y el quociente 3. será la diferencia de los terminos, la qual añadida al menor extremo 3. dará un medio 6. y añadida á este medio, dará el otro 9. y añadida á este dará el tercero 12.

Otro exemplo: Se han de hallar seis medios entre 37. y 2. restese el 2. del 37. y partiendo la diferencia 35 por 7. que es el numero de los medios aumentado en una unidad, saldrá la diferencia 5. de los terminos, la qual añadida al menor extremo 2. dará el primer medio 7. y añadida á este, dará el segundo 12. y así continuamente hasta hallarlos todos; y así serán Arithmeticamente proporcionales

$2 = 12$   
 $7 = 17$   
 $12 = 22$   
 $17 = 27$   
 $22 = 32$   
 $27 = 37$

37. 32. 27. 22. 17. 12. 7. 2. la razon desto por sí misma es manifesta.

### PROBLEMA III.

**DADOS EL MEDIO, Y UN EXTREMO ARITHMETICOS,**  
*hallar el otro extremo.*

713 **S**I se busca el menor extremo, restese el medio del extremo mayor, y restando esta diferencia del medio, quedará el extremo deseado; como si son dados estos dos números 7. y 4. de los quales el 7. es el extremo mayor, y el 4. es el medio, restese 4. de 7. y quedará la diferencia 3. la qual restada del medio 4. quedará el menor extremo 1. con que serán proporcionales Arithmeticamente 7. 4. 1.

Pero si se busca el extremo mayor, restando el menor extremo del medio, y añadiendo la diferencia al mismo medio, saldrá el extremo mayor, como si dados estos números 2. 5. se busca el mayor extremo, restese el menor 2. del medio 5. y añadiendo la diferencia 3. al mismo 5. saldrá el mayor extremo 8. y serán los 3. números 2. 5. 8. como todo por sí mismo es bien claro.

*Consecuario.*

714 De aqui nace el methodo de continuar qualquier serie de números Arithmeticamente proporcionales, que es, añadiendo la diferencia al ultimo termino quando la proporcion sube: como si se han de continuar, la proporcion Arithmetica en estos dos terminos 3. 5. añadase otra vez la misma diferencia 2. al 5. y será 7. el otro termino, y así infinitamente.

Pero si la proporcion se ha de continuar baxando, se restará la dicha diferencia, aunque no se puede continuar infinitamente; como si son dados estos terminos 10. y 6. restando la diferencia 4. del 6. queda otro termino 2. y ya no se puede continuar mas, sin valerse de números defectivos.

## CAPITULO SEGUNDO.

### DEL MEDIO GEOMETRICO.

715 **M**edio Geometrico, es el que estando entre dos extremos, constituye con el uno la misma razón,

zón ; que el otro con él , y tambien las diferencias guardan la misma razon ; como en estos numeros 2. 4. 8. el 4. es medio Geometrico, porque la misma razon (que aqui es subduple) ay del 4. al 8. que del 2. al mismo 4. y las diferencias 2. y 4. tambien tienen la misma razon dupla. Asimismo en estos otros numeros 80. 20. 5. el 20. es medio Geometrico ; porque tiene la misma razon con el 5. que el 80. con el mismo 20. y las diferencias 60. y 15. tambien guardan la misma razon. Este propriamente se llama medio proporcional , porque los otros son improprios. Si ay muchos medios entre dos extremos , la razon de unos á otros , es la misma , de fuerte , que el medio , ó medios Geometricos constituyen muchos terminos continuamente proporcionales.

## P R O B L E M A - I.

**ENTRE DOS NUMEROS HALLAR UN MEDIO Geometrico.**

716 **M**ultipliquense los numeros dados entre sí , y sacando la raíz quadrada del producto , será el medio proporcional que se busca ; como si entre 8. y 32. se ha de hallar un medio proporcional , multiplicando 8. por 32. y sacando raíz quadrada del producto 256 será 16. el medio que se busca. Asimismo para hallar un medio Geometrico entre 64. y 9. multipliquense , y del producto 576. saquése la raíz quadrada , que será 24. la qual es el medio proporcional. Si del producto no se puede sacar raíz quadrada , no podrá aver medio alguno proporcional entre los numeros señalados : y para que entre dos numeros pueda aver un medio proporcional , es necesario que sean quadrados , ó planos semejantes.

### *Demonstracion.*

El medio proporcional hallado con los extremos , hace tres continuos proporcionales , como por sí mismo es manifesto : luego el producto de los extremos , es igual al quadrado del medio , ( 300 ) y así sacando la raíz quadrada del producto de los extremos , será el medio proporcional entre dichos extremos , los quales si no fueren quadrados , ó planos semejantes , no podrán admitir medio alguno proporcional , como consta de lo que se dixo arriba en la Theorica de las potestades , y raíces.

## PROBLEMA II.

**ENTRE DOS NUMEROS DADOS, HALLAR MUCHOS  
medios Geometricos.**

717

**P**ara ceñir este Problema à una regla general, será preciso escribir los numeros entre quien se han de hallar los medios bien distantes, poniendo à cada uno un señal como A. al primero, y B. al ultimo; despues pongase entre medio, tantos puntos, quantos medios se desean, debaxo los quales, escrivanse las letras A. y B. con sus exponentes en esta forma: A. la primera A. de mano derecha, se escrivirá 1. à la segunda 2. &c. y al contrario à la primera B. de mano izquierda, pongase 1. à la segunda 2. &c.

Este supuesto, para hallar qualquier medio sin dependencia de los otros, multipliquense entre si las potestades de A. y B. segun sus exponentes que están en el lugar del medio que se busca, y del producto se sacará la raíz que tenga por exponente la suma de los exponentes, la qual será el medio que se busca.

Como si entre estos dos numeros 4. y 1024. se han de hallar tres medios Geometricos continuamente proporcionales, señálense tres puntos, escriviendo à cada uno las letras con sus exponentes, como se vè en la formula: Esto supuesto, para hallar el primer medio, multipliquese el cubo de A. que es 64. (porque tiene el exponente 3. que denota cubo) por el numero B. que es 1024. (porque tiene el exponente 1. que no denota potestad, sino el mismo numero) y del producto 65536. saquese la raíz quarta, ò quadrada quadrada (que es la suma de los exponentes 3. y 1.) y será el primer medio 16.

Para hallar el medio segundo, multipliquese el quebrado de A. que es 16. (porque tiene el exponente 2.) por el quadrado de B. que es 1048576. (porque tambien tiene el exponente 2.) y sacando la raíz quarta (que es la suma de los exponentes) del producto 16777216. será 64. el medio deseado.

Ultimamente, para hallar el tercer medio, multipliquese el  
nu-

numero A. que es 4. (porque tiene por exponente 1.) por el cubo de B. (porque tiene 3. por exponente) que será 4294967296. del qual sacando la raíz quarta (por la suma de los exponentes) saldrá el tercer medio 256.

718 De aqui sale una regla facil para hallar dos medios Geométricamente proporcionales, que es lo mas ordinario que se busca. Multipliquese el extremo menor por el quadrado del extremo mayor, y sacando raíz cubica del producto, será el medio menor; multipliquese el mayor extremo por el quadrado del menor, y sacando raíz cubica del producto será el segundo medio. Tambien hallado el primer medio, si se halla un medio proporcional entre el medio primero, y mayor extremo, será el medio segundo.

La demonstracion deste Problema, está fundada en el Theorema 3. deste Libro 3. y así, quien huviere entendido bien dicho Theorema, verá manifesta la razon en que estriua el methodo de sacar los sobredichos medios. Quando los extremos propuestos no son semejantes sólidos, plano sólidos, plano planos, sólido sólidos, &c. no pueden hallarse entre ellos medios algunos proporcionales.

### PROBLEMA III.

**DADOS EL MEDIO, Y UN EXTREMO GEOMETRICAMENTE proporcionales, hallar el otro extremo.**

719 **M**ultipliquese el medio por sí mismo, y partiendo el producto por el extremo dado, saldrá el otro extremo que se busca, como si dados el medio 8. y el extremo 4. se ha de hallar el otro extremo; multiplicando 8. por 8. salen 64. los quales divididos por 4. caben à 16. que es el otro extremo, y así son tres continuos proporcionales 16. 8. 4.

#### *Demonstracion.*

El quadrado del medio, es igual al producto de los extremos (300) Luego si el quadrado del medio, se divide por un extremo, saldrá el otro; porque lo que la multiplicacion hace, la division deshace.

#### *Consejo.*

720 De aqui sale un modo de continuar qualquier proporcion, porque si el extremo hallado, se hace medio, dexando el extremo dado, se hallará otro termino, y si este se hace medio, dexando los dos

dos primeros, se hallará otro termino, así infinitamente; como si se dá el medio 6. y el extremo 3. partiendo por 3. el producto 36. dividido por 6. multiplicado por sí mismo, saldrá el extremo 12. el qual haciendo medio, y dexando el primer extremo 3. esto es, dado el extremo 6. y el medio 12. se hallará el otro termino 24. y dexando los dos primeros terminos, tomando solamente 12. y 24. se hallará el 48. y así de los demás; tomando siempre los dos ultimos terminos.

Pero se ha de advertir, que no siempre se puede hallar el otro extremo, ni continuar la proporcion en numeros enteros, sino en enteros, y quebrados, ò en estos solos; porque no siempre el quadrado del medio, se puede partir enteramente por el un extremo, como por sí se manifiesta: y como consta en la *prop. 16. del lib. 9. de Euclides*, siempre que los dos numeros dados fueren entre sí primos, no se quede hallar otro numero entero proporcional.

## PROBLEMA IV.

**DADO UN TERMINO PROPORCIONAL, Y EL DENOMINADOR de la razon, hallar los otros terminos proporcionales.**

721 **S**I el termino dado, es el menor extremo, multipliquese por el denominador, y saldrá el medio, el qual multipliquese tambien por el mismo denominador, y saldrá el otro extremo, y así infinitamente continuando la proporcion, como si se dá el menor extremo 4. y el denominador dos tercios multiplicando, salen 6. que es el medio, el qual multiplicado por dicho denominador, salen 9. que es el mayor extremo; con que serán 4. 6. 9. continuamente proporcionales.

Si el termino dado, es el medio, multipliquese por el denominador, y saldrá el mayor extremo; pero si se parte por dicho denominador, saldrá el extremo menor; como en el exemplo propuesto, si el 6. se multiplica por dos tercios, saldrá 9. y si se divide por los mismos dos tercios, saldrá 4.

Ultimamente, si el numero dado es el mayor extremo, dividase por el denominador, y el quociente será el medio, el qual dividido por el mismo denominador, dará el menor extremo.

### *Demonstracion.*

El denominador de qualquier razon multiplicado por el termino me-

menor, dá el otro termino mayor; y partiendo el termino mayor por dicho denominador, sale el termino menor, como consta de la Theorica de las razones.

*Observacion.*

722 Es digna de notar la discrepancia que tienen la Arithmetica, y Geometria en la invencion de los medios proporcionales, porque entre dos qualesquiera lineas, siempre se puede hallar una media proporcional por la *prop. 13. del lib. 6. de Euclides*; pero entre dos qualesquiera numeros, no siempre se puede hallar medio proporcional. Mas entre dos numeros se pueden algunas veces hallar dos medios proporcionales, y entre dos lineas, aun no se ha hallado arte para poner dos medios continuamente proporcionales; con que en esta materia en parte, es mas fecunda la Geometria, y en parte la Arithmetica.

C A P I T U L O T E R C E R O.

D E L M E D I O H A R M O N I C O.

723 **T**Res numeros están en proporcion Harmonica, ò Musica, quando la misma razon ay del mayor extremo al menor, que de la diferencia del mayor extremo, y medio à la diferencia del medio, y menor extremo; como en estos numeros 3. 4. 6. la razon de 6. à 4. es dupla; assi como la razon de la diferencia 2. del 6. al 4. à la diferencia 1. del 4. al 3. Asimismo estos otros tres numeros 42. 12. 7. están en proporcion Harmonica, porque la misma razon ay del 42. al 7. que de la diferencia 30. del 42. al 12. à la diferencia 5. del 12. al 7. pues entrambas razones son sextuplas. Llamase Harmonica, ò Musica, porque de ordinario en ella consisten las consonancias, y sirve para la division de los intervalos musicos.

P R O B L E M A I.

**ENTRE DOS NUMEROS DADOS, HALLAR UN MEDIO Harmonico.**

724 **M**ultipliquese la diferencia de los extremos por el extremo menor, y dividiendo el producto por la suma de



de los extremos , añádase el quociente al menor extremo , y saldrá el medio que se busca ; como si entre 15. y 60. se ha de hallar un medio Harmonico , multipliquese la diferencia 45. de entrambos extremos por el menor extremo 15. y dividiendo el producto 675. por la suma de los extremos , saldrá el quociente 9. el qual añadido al menor extremo 15. dará el medio 24. y serán Harmonicamente proporcionales 15. 24. 60.

*Demonstracion.*

En el medio Harmonico el extremo menor 60. es al menor 15. como la diferencia 36. del medio al extremo mayor , á la diferencia 9. del extremo menor al medio ; esto es , como 60. á 15. así 36. á 9. Luego componiendo como la suma 75. de los extremos al extremo menor 15. así la suma 45. de las diferencias 36. y 9. ( que es la misma diferencia de los extremos ) á la diferencia menor 9. Luego multiplicando la diferencia de los extremos por el extremo menor , y partiendo el producto por la suma de los mismos extremos , saldrá la diferencia menor ( que es hacer regla de tres ) la qual añadida al extremo menor hará el medio.

## PROBLEMA II.

**DADO EL MEDIO , Y EL EXTREMO MENOR , HALLAR el mayor extremo Harmonico.**

725 **D**ividase el producto del medio , y extremo dados por el numero que queda restando la diferencia de los numeros dados del menor extremo , y el quociente será el mayor extremo. Como si se dà el menor extremo 12. y el medio 16. multipliquense , y el producto 192. dividase por 8. que es el numero que queda restando la diferencia 4. de los numeros dados del extremo menor 12. y el quociente 24. será el mayor extremo que se busca.

*Demonstracion.*

El mayor extremo al menor , tiene la misma razon que la mayor diferencia á la menor , ó al contrario : luego restando las diferencias de los extremos ; esto es , la diferencia mayor del mayor extremo , y la menor del menor , quedarán los residuos en la misma proporcion. Luego será como 8. residuo menor á 12. extremo menor ; así el medio 16. que es tambien el mayor residuo , al extremo mayor ; y por esso se hace la multiplicacion , y division , como en la regla de tres.

*Observacion.*

726 Si la razon del menor extremo al medio es submultiplice, submultiplice superparticular, ò submultiplice superparciente, no se podrá hallar el mayor extremo, porque en todas estas razones la diferencia del menor extremo al medio, es mayor, ò à lo menos igual como en la subduple, que el menor extremo, con que no se podrá restar para que salga el residuo, ò divisor; con que este Problema solamente tiene lugar en las razones subsuperparticulares, y subsuperparcientes.

P R O B L E M A III.

**DADOS EL MAYOR EXTREMO, Y EL MEDIO, HALLAR el menor extremo Harmonico.**

727 **M**ultipliquese el mayor extremo por el medio, y partiendo el producto por la suma del mayor extremo, y de la diferencia del al medio, saldrà el menor extremo que se busca: como si son dados el mayor extremo 24. y el medio 16. cuya diferencia es 8. multipliquense 24. por 16. y el producto 384. se partirà por 32. que es la suma del mayor extremo 24. y de la diferencia 8. el quociente 12. serà el menor extremo.

*Demonstracion.*

Como el mayor extremo 24. al menor 12. así la mayor diferencia 8. à la menor 4. y alternando como 24. à 8. así 12. à 4. è invirtiendo como 8. à 24. así 4. à 12. Ultimamente componiendo como 32. que es la suma del mayor extremo, y de la diferencia al medio, à 24. que es el mayor extremo; así 16. que es la suma del menor extremo, y menor diferencia (la qual suma, es el mismo medio) à 12. que es el menor extremo.

*Observaciones.*

728 Multiplicando el medio Arithmetico por sus extremos, salen los extremos Harmonicos, y multiplicando los extremos Arithmeticos entre sí, sale el medio Harmonico, como lo demuestra Clavio en el Escolio à la propos. 17. del lib. 6. Y así si son tres numeros 3. 5. 7. Arithmeticamente proporcionales, multiplicando 5. por 3. y 7. salen 15. y 35. multiplicando 3. por 7. salen 21. y son tres numeros 15. 21. 35. Harmonicamente proporcionales.

729 Y así, si queremos tres números en proporción Harmónica, de suerte, que los extremos tengan qualquier razón, como sesquialtera, tomaremos dos números en la dicha razón, como 6. y 4. entre los quales hallaremos un medio Arithmetico 5. y de estos saldrán dos Harmónicos 30. 24. 20.

## CAPITULO QUARTO.

### DEL EXERCICIO DE LAS RAICES, *potestades, y medios proporcionales.*

730 **Q**uestion 1. Pídesse que un qualquier numero quadrado como el 36. se divida en tantos quadrados quantos quisieren. Para la solución desta dificultad se ha de suponer, que estos tres números 3. 4. 5. tienen esta propiedad, que la suma de los quadrados de los dos primeros, es igual al quadrado del 5. porque el quadrado del 3. es 9. y el quadrado del 4. 16. pues sumando 9. y 16. hacen 25. que es el quadrado del 5.

Esto supuesto, dígase por regla de tres: Si 25. vienen de 9. luego 36. vendrán de 12. y 24. 25. avos, que es un quadrado, parte del 36. Otra vez: Si 25. vienen de 16. luego 36. vendrán de 23. y 1. 25. avos, que es el otro quadrado, el qual tambien, y mas facilmente se puede saber, restando el primer quadrado 12. y 24. 25. avos del 36. Con que está dividido el 36. en dos quadrados, cuyas raíces por regla de tres tambien se pueden conocer, obrando por las raíces deste modo: Si 5. dan 3. luego la raíz 6. del 36. dará 3. y tres quintos. Otra vez: Si 5. dan 4. luego 6. darán 4. y quatro quintos.

Para dividir al dicho 36. en otras partes, divídase cada quadrado en otras dos partes por la misma regla, diciendo: Si 25. vienen de 9. luego 12. y 24. 25. avos vendrán de 4. y 416. 625. avos. Otra vez: Si 25. vienen de 16. luego el quadrado 12. y 24. 25. avos vendrá de 8. y 184. 625. avos. Asimismo se dividirá en dos quadrados la otra parte quadrada 23. y 1. 25. avos, y cada quadrado se dividirá en otros dos infinitamente.

731 **Q**uestion 2. Un Mercader dexò à otro 54. doblones por tiempo de 3. años, à razón de cierto interés por 100. cada año; pero con tal condición, que la ganancia de cada año ganasse al mismo respeto que el principal. Despues de los 3. años le bolvió entre caudal, y

ganancia 128. doblones; preguntase à razon de quanto se gana por 100. al año? Esta question se resuelve buscando medios geometricos, y despues usando de la regla de tres, deste modo: Busquense dos medios geometricos entre 54. y 128. porque fiendo el empleo por 3. años, y los 128. correspondiendo al tercer año, cierto está que faltan dos años, que son otros tantos medios. El medio, pues, menor entre 54. y 128. es 72. que es la ganancia junta con el empleo del primer año; y así, si de 72. se quita el empleo 54. quedarán 18. por la ganancia sola del primer año. Con que los 54. doblones ganan 18. doblones en el primer año.

Ahora para saber quanto se gana por 100. en un año, dirè por regla de tres: Si 54. ganan 18. en un año; luego 100. ganarán 33. y un tercio en el mismo año; y así dirè, que en el sobredicho contrato se gana à razon de 33. y un tercio por 100.

732 Question 3. Pedro pagó una deuda en 4. años en cierta proporcion geometrica; el primer año pagó 2. reales, y el quarto 128. preguntase en que razon estavan las pagas de cada año? Porque los años son 4. y se tiene la paga del primero, y del quarto, hallense dos medios geometricos entre 2. y 128. y en rigor basta hallar el medio menor, que es 8. el qual se dividirá por el primer termino 2. y saldrá 4. que es el denominador de la razon de las pagas. Con que cada paga fue quadrupla de la antecedente.

733 Question 4. Pidenfe dos numeros quadrados, que la suma de ellos sea tambien número quadrado. Para resolver esta question se ha de suponer, como se dixo en la question 1. que estos quadrados 9. 16. sumados hacen numero quadrado 25. Esto supuesto, tomese qualquier numero quadrado como 4. y digase por regla de tres: Si 9. dan 16. luego 4. darán 7. y un noveno, que es el otro quadrado; y sumando 4. con 7. y un noveno sale numero quadrado 11. y un noveno.

Esta misma question resuelven Puig, y Uentallol de otro modo. Tomefe un qualquier quadrado impar como 25. del qual quitesse una unidad, y quedarán 24. cuya mitad es 12. quadrese el 12. y será 144. el otro quadrado; y sumando 25. con 144. salen 169. tambien numero quadrado.

734 Question 5. En un aposento ay una ventana prolongada, que tiene 6. palmos de ancho, y 10. y dos tercios de alto, la qual se ha de cerrar, y hacer otra quadrada, de suerte que entre la misma luz; preguntase quantos palmos tendrá por cada lado? Hallese un medio geometrico entre los lados de la ventana prolongada, multi-

multiplicando 6. por 10. y dos tercios, y del producto 64. saquese la raíz cuadrada 8. la qual será el lado de la ventana quadrada. Por esta regla se reducirá qualquier figura rectangula prolongada à quadrado, sacando un medio geometrico entre los lados, el qual será el lado del quadrado.

735 Question 6. Pidenfe tres numeros quadrados, que la suma de ellos será tambien numero quadrado. Tomenfe dos numeros quadrados como 9. y 16. que sumados hagan numero quadrado por la question 4. y dado el numero quadrado 25. que es la suma de los dichos quadrados, hallese por la misma question 4. otro quadrado, de suerte, que la suma de los dos sea numero quadrado.

736 Question 7. Pidenfe dos numeros, que multiplicados cada uno por si mismo, y juntos los dos productos, hagan una unidad. Busquense dos numeros quadrados, que la suma de los dos sea numero quadrado como 9. y 16. cuya suma es 25. y formense dos quebrados, que tenga por denominador la raíz de la suma 25. y por numeradores las raíces de los quadrados 9. y 16. como son tres quintos, quatro quintos; y estos serán los que se piden.

Si se piden tres numeros, que multiplicados cada uno por si mismo, y sumados los productos hagan assi mismo la unidad: busquense tres numeros quadrados, cuya suma sea numero quadrado como 9. 16. 144. cuya suma es 169. Formense aora tres quebrados, cuyo denominador sea la raíz quadrada 13. de la suma 169. y los numeradores sean las raíces de los otros quadrados, assi  $\frac{3}{13}$   $\frac{4}{13}$   $\frac{12}{13}$ .

737 Question 8. Pidenfe dos numeros quadrados, cuya suma sea igual à la suma de sus raíces. Tomenfe dos qualquiera numeros, como 2. y 4. cuya suma es 6. la qual partida por 20. que es la suma de sus quadrados, salen 6. 20. avos; y multiplicando este quadrado por los numeros tomados 2. y 4. salen las raíces 12. 20. avos, 24. 20. avos, cuyos quadrados son 144. 400. avos, y 576. 400. avos. La suma de los quadrados es igual à la suma de las raíces.

Si se piden tres numeros quadrados, cuya suma sea igual à la suma de sus raíces, tomenfe qualquiera numero 1. 2. 4. cuya suma 7. se partirá por la suma 21. de sus quadrados, y saldrá el quebrado  $\frac{7}{21}$ . avos, el qual multiplicado por los dichos numeros, serán las raíces 7. 21. avos, 14. 21. avos, y 28. 21. avos, cuyos quadrados sumados igualan à la suma de dichas raíces.

738 Question 9. Pidenfe dos numeros cubicos, cuya suma sea igual à la suma de sus raíces cubicas. Tomenfe estos dos numeros 5. y 8. los quales tienen tal propiedad, que la suma de sus cubos, par-

pérdida por la suma de ellos mismos, viene al quociente numero quadrado. Sumense, pues, 5. y 8. la suma 13. se dividirá por 637. que es la suma de sus cubos, para que salga el quebrado 1. 49. avos, del qual se tomará la raíz quadrada, que será un septimo, la qual multiplicada por 5. y 8. dará las raíces cubicas cinco septimos, ocho septimos, cuya suma es igual à la suma de los cubos de dichas raíces.

739. Question 10. Dos Mercaderes van à una feria, el uno lleva 36. piezas de lienzo, y el otro lleva 900. reales de à ocho para emplear en el mismo genero de lienzo; quando estuvieron en la feria à tal precio comprò el uno como vendió el otro, y tantas piezas comprò el uno, quantos reales de à ocho se llevó el otro; pregunta-se quanto valia la pieza del lienzo, y quantas piezas se compraron con los 900. reales de à ocho.

Esta question resuelve Ventallol desta suerte. Hallase un medio Geometrico entre 36. y 900. el qual será 180. y tantas piezas de lienzo se compraron con los 900. reales de à ocho, y otros tantos reales de à ocho se llevó el que vendió las 36. piezas. Ahora para saber quanto valia cada pieza de lienzo, dividanse los 180. por 36. y saldrán 5. Con que 5. reales de à ocho valia cada una.

# LIBRO IV.

## DE LAS PROGRESSIONES, Y COMBINACIONES.

**A**UNQUE este libro sirve de poco provecho para el trato mercantil , y por tanto puede dexarle el que solo se contentare con la Arithmetica vulgar ; pero por los admirables , y recenditos usos que tiene en la Mathematica , y Filosofia , merece el primer lugar en esta obra. Porque à mas de las sutilissimas proposiciones , que nacen de las progressiones , las acreditan la *Algebra* , à quien llaman *Arte Mayor* , y la prodigiosa fabrica de los Logarithmos, pues tienen todo su fundamento en las mismas progressiones. En las combinaciones estriva la arte , que llaman *Combinatoria*, que es una principal parte de la Filosofia, de quien hacen mucho aprecio, y con razon, los Llulistas. Contiene este libro dos partes , la primera trata de las *Progressiones* , y la segunda de las *Combinaciones*.

### P A R T E I.

#### DE LAS PROGRESSIONES.

240 **P**rogression numerica es una série de numeros continuada alomenos por tres terminos , con algun exceso , ò diferencia proporcional , que es lo mismo que una razon continuada por mu-



muchos terminos ; los quales , como queda dicho , han de ser lo menos tres , para que aya dos diferencias , que son menester para hacer una *razon Mathematica*. La Progresion es en dos maneras , una Arithmetica , quando las diferencias de los terminos son iguales , ò tienen entre si razon de igualdad , como 2. 4. 6. 8. &c. ò como 8. 6. 4. 2. La otra es *Geometrica* , quando las diferencias son desiguales , ò guardan entre si alguna razon de desigualdad , como 1. 2. 4. 8. 16. &c. ò como 16. 8. 4. 2. 1.

741 Qualquiera destas Progresiones Arithmetica , ò Geometrica puede ser *Ascendente* , ò *Descendente*. En la Ascendente los terminos van creciendo como 3. 8. 13. 18. &c. ò como 1. 6. 36. 216. &c. En la Descendente van menguando como 12. 9. 6. 3. ò como 27. 9. 3. 1. Mas qualquiera de estas dos progresiones Ascendente , ò Descendente , se puede continuar por infinitos , ò por mejor decir , por indefinitos terminos ; pero con esta diferencia , que la progresion Arithmetica Ascendente se puede continuar indefinitamente por terminos positivos ; pero la Arithmetica Descendente no se puede continuar por terminos positivos , sino por negativos , de este modo 6. 4. 2. 0. — 2. — 4. — 6. &c. en la qual los numeros que tienen este señal — son negativos , que son menos que nada , como lo explican los que tratan de Algebra , y de los Logarithmos. La progresion Geometrica Ascendente , siempre se puede continuar por numeros enteros , ò por enteros y quebrados ; pero la descendente Geometrica solo se puede continuar infinitamente por numeros quebrados. La progresion Arithmetica que comienza del zero , y la diferencia de los terminos , es la unidad , como 0. 1. 2. 3. 4. &c. se dice progresion natural.

742 Denominador de una progresion Geometrica ( la progresion Arithmetica propriamente no tiene denominador , sino que la diferencia de sus terminos se llama denominador , aunque no con toda propiedad ) es el mismo denominador de la razon , que dicen entre si los terminos de la misma progresion ; pero con esta advertencia , que aunque los terminos tengan razon de menor desigualdad ; esto es , que la progresion sea Ascendente , siempre se nombra la razon de mayor desigualdad , comparando el mayor con el menor ; y asi , esta progresion 3. 9. 27. 81. no se dirá subtripla , sino tripla. Asi mismo , esta progresion 1. 4. 16. 64. será quadrupla , aunque los terminos tengan entre si razon subquadrupla ; porque de este modo de hablar usan los Autores , pues el ser la razon de mayor , ò menor desigualdad , bastantemente se explica con decir progresion Ascendente , ò Descendente.

743 En qualquier progresion finita , y terminada se devan

considerar cinco cosas. La primera es el termino menor, el qual siempre señalaremos con este señal *Me*. La segunda el termino mayor señalado *Ma*. La tercera el numero de los terminos, cuyo señal será *N*. La quarta la de la progresion; que señalaremos con *S*. La quinta el denominador de la Progresion, que se significará con una *D*.

## CAPITULO PRIMERO.

## DE LA PROGRESSION ARITHMETICA.

## PROBLEMA I.

## CONTINUAR UNA PROGRESSION ARITHMETICA.

744 **S**I la progresion es ascendente, añádase la diferencia, & denominador al ultimo termino; y si es descendente, restese, y así procediendo se continuará; como si se dá la progresion 2. 5. 8. 11. cuya diferencia es 3. añádola al 11. y salen 14. que es otro termino; añado 3. à 14. y salen 17. añado 3. à 17. y salen 20. y así infinitamente. Pero si la progresion es descendente, como 20. 17. 14. 11. resto la diferencia 3. del 11. y quedará el siguiente termino 8. asimismo, resto 3. del 8. y quedará el siguiente termino 5. resto 3. de 5. y saldrá el 2. resto 3. de 1. y saldrá el termino negativo — 1. resto el 3. y saldrá — 4. &c. con que será la progresion continuada 20. 17. 14. 11. 8. 5. 2. — 1. — 4.

*Demonstracion.*

En la Progresion Arithmetica la diferencia de los terminos siempre es igual (740): Luego añadiendo continuamente la dicha diferencia al termino mayor, & restandola del termino menor, se continuará infinitamente.

*Observacion.*

745 En qualquier Progresion Arithmetica, como 5. 7. 9. 11. 13. un termino mayor como 11. contiene à otro menor, como al 5. y mas tantas veces à la diferencia 2. quantos son los terminos desde 11. hasta 5. porque como añadiendo la diferencia 2. al 5. continuamente, se ha

producido el 11. Luego contendrà al 5. y à tantas diferencias, quantas se han añadido. Con que en la progression Arithmetica finite, el mayor termino contiene al menor, y à tantas diferencias, quantos son los terminos, menos uno.

# THEOREMA I.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA LA SUMA de los extremos es igual à la suma de qualesquiera dos terminos igualmente distantes de los extremos.**

746

**S**ea una qualquier progression Arithmetica A. B. C. D. E. F. G. cuya diferencia sea Z. Digo que la suma de los

extremos A. y G. es igual à la suma de B. y F. igualmente distantes de los mismos extremos, ò por mejor decir, inmediatos à los mismos extremos. Porque si del extremo

Z. 4.

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
3.	7.	11.	15.	19.	23.	27.

mayor C. se quita la diferencia Z. quedaràn F. y G. iguales, pues G. excede à F. en la dicha diferencia, la qual si se añade al menor extremo A. seràn A. y B. iguales; y considerando los terminos deste modo, si cada uno de los dos iguales A. y B. se añade à cada uno de los dos iguales F. y G. las sumas necessariamente han de ser iguales: Luego la suma de los extremos A. y G. es igual à la suma de dos terminos B. y F. inmediatamente distantes de dichos extremos.

Por la misma razon, la suma de B. y F. es igual à la suma de sus terminos inmediatos C. y E. Luego la suma de los extremos es tambien igual à la suma de C. y E. y asi de otros qualesquiera terminos, precediendo siempre por los inmediatos: Luego absolutamente la suma de los extremos es igual à la suma de qualesquiera dos terminos igualmente distantes.

Y generalmente la suma de dos terminos de una progression Arithmetica, es igual à la suma de qualesquiera otros dos terminos igualmente distantes, ora sea àcia al medio de la progression, ò àcia los extremos, como consta por la misma demonstracion.

\* \* \*

\* \* \*

\* \* \*

## THEOREMA II.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA** De terminos impares, la suma de los extremos es igual al duplo del termino medio.

747 **S**ea qualquier progression Arithmetica de terminos impares A. B. C. D. E. F. G. cuya diferencia es Z. Digo, que la suma de los extremos A. y G. es igual al termino medio D. doblado: Porque si se toman los terminos C. y E. inmediatos à D. la suma de ellos es igual à la suma de los extremos, por el Theorema antecedente: Luego probando que la suma de C. y E. es igual al duplo de D. quedará probado, que la suma de los extremos es igual al mismo duplo de D. lo qual pruebo así: Si del termino E. se quita la diferencia Z. quedarán D. y E. iguales; y si la diferencia quitada se añade á C. será C. y D. iguales; con que los tres C. D. E. serán iguales: Luego sumando C. y E. se toman dos terminos iguales: Luego la suma de C. y E. es igual al duplo de D. Y generalmente, el duplo de qualquier termino es igual à la suma de dos qualesquiera terminos igualmente distantes; ó qualquier termino es la mitad de la suma de dos qualesquiera terminos igualmente distantes.

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
1.	4.	7.	10.	13.	16.	19.

Z. 3.

## THEOREMA III.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, SI DE LA** suma de dos terminos se resta un qualquier otro termino, el residuo será un termino distante tanto del uno de los sumados, quanto el restado dista del otro.

743 **S**ea la progression Arithmetica A. B. C. D. E. F. G. en la qual se suman los dos terminos A. y F. Digo, que si de dicha suma se resta un qualquier termino C. que dista dos terminos de A. quedará el termino D. distante tambien dos terminos de F. Porque como las sumas de dos terminos igualmente distantes

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
20.	18.	16.	14.	12.	10.	8.

antes son iguales, si de la suma de A. y F. se resta C. quedará D. igualmente distante de F. para que la suma de C. y D. sea igual á la de A. y F.

# THEOREMA IV.

*LAS SUMAS DE LOS TERMINOS DE LAS PROGRESSIONES Arithmeticas forman Progression Arithmetica.*

749 Sean dos, ó mas progresiones Arithmeticas A. y B. Digose que la suma de sus terminos forma la progresion Arithmetica D. Porque siendo ambas progresiones ascendentes, los segundos terminos 6. y 5. exceden á los primeros 4. y 2. en las diferencias 2. y 3. Los terceros terminos 8. y 8. exceden á los segundos 6. y 5. en las mismas diferencias; y así de los demás. De suerte, que cada termino excede á su antecedente en la diferencia de la progresion: Luego cada termino de la suma tambien excede á su antecedente en la suma de las dos diferencias; y así la suma constituye progresion Arithmetica.

A.	4.	6.	8.	10.
B.	2.	5.	8.	11.
<hr/>				
D.	6.	11.	16.	21.

Quando las progresiones son descendentes, los primeros terminos exceden á los segundos en la diferencia de la progresion: Luego tambien los primeros terminos de la suma exceden á los segundos en la suma de las diferencias; y así es progresion Arithmetica.

Pero quando la una progresion es ascendente, y la otra descendente, los segundos terminos de la ascendente exceden á los primeros en la diferencia de la progresion, y los segundos terminos de la descendente son excedidos de los primeros en la diferencia de su progresion: Luego los terminos de la suma se exceden en la diferencia de las diferencias de las progresiones; y así dicha suma forma progresion Arithmetica.

A.	4.	6.	8.	10.
B.	11.	8.	5.	2.
<hr/>				
D.	15.	14.	13.	12.

## Consejo.

750 Quando ambas progresiones son ascendentes, ó descendentes, la diferencia de la progresion D. es la suma de las progresiones; pero quando la una es ascendente, y la otra descendente la diferencia de la progresion D. es la diferencia entre las diferencias de las progresiones A. y B.

## THEOREMA V.

**LAS RESTAS DE LOS TERMINOS DE LAS**  
*progresiones Arithmeticas forman progression*  
*Arithmetica.*

751 Sean dos, ó mas progresiones Arithmeticas A. y B. Digo, que restando los menores terminos de la una de los de la otra, sale la progresion Arithmetica D. Porque quando las progresiones A. y B. son ascendentes, cada termino excede à su antecedente en una diferencia; y por configuiente, los segundos terminos exceden à los primeros en una sola diferencia; los terceros exceden à los primeros en dos diferencias, &c. Y si estas diferencias se quitassen de dichos terminos, quedarian iguales à los primeros; y así la resta serian terminos iguales à la resta del primero menor del primero mayor, que aqui es 6. Pues como los segundos terminos exceden à los primeros en una diferencia, el segundo mayor excederá al segundo menor en el residuo de los primeros, que aqui es 6. y mas en el residuo de las diferencias 3. y 1. que es 4. Asimismo, el tercero mayor excederá al tercero menor en el residuo 6. y en dos residuos de las diferencias, que aqui es 4. ó excederá al menor en el numero antecedente 8. y un residuo de las diferencias, y así de los demás: Luego las diferencias de la resta son iguales, y así forman progresion Arithmetica.

8.	11.	14.	17.	A.
2.	3.	4.	5.	B.
<hr/>				
6.	8.	10.	12.	D.

Quando ambas progresiones son descendentes, los segundos terminos son excedidos de los primeros en una diferencia; y así es la misma demonstracion. Pero quando la una es ascendente, y la otra descendente, crecen, y menguan igualmente: Luego tambien las restas de los terminos han de crecer, ó menguar igualmente, y por configuiente han de formar progresion Arithmetica.

*Consecuario.*

752 Siendo ambas progresiones ascendente, ó descendentes, la diferencia de la resta D. es la diferencia entre las diferencias de las progresiones A. y B. Pero quando la una es ascendente, y la otra descendente, entonces la diferencia de D. es la suma de las diferencias de A. y B.

9.	6.	3.	0.	A.
2.	4.	6.	8.	B.
<hr/>				
7.	2.	—	3.	D.

P R O B L E M A II.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS LOS DOS extremos , y el numero de los terminos hallar la suma.**

753 **E**N este , y en los Problemas siguientes, se ha de advertir, que de las cinco cosas que en cada progression se deven considerar (743) las tres han de ser conocidas , para que se puedan saber las otras.

Esto supuesto , multipliquense la suma de los extremos por el numero de los terminos , y tomando la mitad del producto , será la suma de todos los terminos de la progression ; como si Pedro distribuye cierta cantidad de reales en los pobres en progression Arithmetica por espacio de 7. dias ; en el primero dà 3. reales , y en el ultimo 33. Pídesse quanta es toda la cantidad que dà de limosna.

Me.	Ma.	N.	S.	D.
3. 8. 13. 18. 23. 28. 33.		7.		5.

Sumando los terminos mayor , y menor 33. y 3. son 36. la qual suma , multipliquese por 7. que es el numero de los dias , ó terminos , y del producto 252. tomese la mitad 126. la qual es la suma de la progression , ó los reales que distribuyó en los pobres.

*Demonstracion.*

Las sumas de los terminos de dos en dos igualmente distantes de los extremos , son iguales entre sí ; esto es , todos los pares de terminos , hacen suma igual , y quando el numero de los terminos es impar , se toma el termino medio dos veces , como consta de los Theoremas antecedentes. Y si todos los pares de terminos , hacen la suma de la progression luego si un par de terminos , que es la suma de mayor , y menor , se multiplica por el numero de los pares de terminos ; esto es , se toma tantas veces quantos son los dichos pares , saldrá la suma de la progression ; y si se multiplica por el numero de los terminos , el qual es doblado del numero de los pares , saldrá numero doblado de la suma de la progression ; y por esso multiplicando la suma de los extremos por el numero de los terminos , y tomando la mitad del producto , sale la suma que se busca.

*Consejos.*

754 La misma suma se sabrá multiplicando la suma de los extre-



extremos por la mitad del numero de los terminos ; ò multiplicando la mitad de la suma de los extremos por el numero de los terminos , como se infiere de la demonstracion antecedente.

755 Quando el numero de los terminos es impar ; se hallará la suma de la progresion , multiplicando el termino medio por el numero de los terminos , porque el termino medio , es la mitad de la suma de los extremos ; luego lo mismo es multiplicar la mitad de la suma de los extremos por el numero de los terminos , que multiplicar el termino medio por el mismo numero de los terminos.

756 En la progresion natural como 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. Si el mayor termino 6. se multiplica por el que se avia de seguir, si proseguiera la progresion , que es el 7. y del producto se toma la mitad , será la suma de todos los terminos ; porque el dicho numero que en la progresion natural se sigue al 6. es el numero de los terminos.

757 En la progresion natural de los numeros impares , como 1. 3. 5. 7. 9. &c. La suma es igual al quadrado 25. del numero de los terminos ; porque el producto de la mitad de la suma de los extremos por el numero de los terminos , es la suma de la progresion como se dixo antes ; el numero pues de la mitad de la suma de los extremos es igual al numero de los terminos ; porque el termino mayor 9. tomese al menor 1. y tantas veces à la diferencia 2. de los terminos , quantos son los mismos terminos menos uno (745) y así si al mayor termino 9. se añade el menor 1. la suma 10. contendrá tantas veces à la diferencia 2. quantos son los terminos , y por consiguiente será doblada del numero de los mismos terminos : Luego la mitad de la suma de los extremos , será igual al numero de los terminos ; luego multiplicando la dicha mitad por el numero de los terminos , saldrá la suma de la progresion numero quadrado , cuya raíz es el numero de los terminos.

### PROBLEMA III.

*EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS LOS EXTREMOS , y el numero de los terminos , hallar la diferencia.*

758 **R** Este el extremo menor del mayor , y el residuo dividase por el numero de los terminos menos uno , el quociente será la diferencia que se busca : Como si un Mercader.

cader ha de pagar á otro una cierta cantidad en progresion Arithmetica ; esto es , que las pagas se excedan igualmente por espacio de 5. años , en el primer año paga 2. doblones, y en el ultimo

Me.	N.	S.	D.
2. 7. 12. 17. 22.	5.	60.	

22. Pídesse quanto ha de pagar cada año. Restando el menor 2. del mayor 22. quedarán 20. divididos por 4. que es el numero de los años menos uno , porque los dichos años son 5. y quitando 1. quedan 4. sale la diferencia 5. de las pagas ; la qual añadida al menor termino 2. saldrá la paga 7. del segundo año ; y añadiendo la misma diferencia 5. saldrá la paga 12. del tercer año , y así de las demás.

*Demonstracion.*

El termino mayor , contiene al menor , y tantas veces á la diferencia , quantos son los terminos menos uno , como consta por la misma naturaleza de la Progresion Arithmetica ; luego restando el menor del mayor , y dividiendo la resta por el numero de los terminos menos uno , saldrá la diferencia.

P R O B L E M A IV.

*EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS LA SUMA, y los extremos , hallar el numero de los terminos.*

749 **E**L duplo de la suma de la progresion , divídase por la suma de los extremos , y saldrá el numero de los terminos ; como si Pedro ha de pagar 70. libras en progresion Arithmetica cada año ; en el primer año paga 19. y en el ultimo paga 1. preguntase en quantos años pagará

Ma.	Me.	N.	S.	D.
19. 16. 13. 10. 7. 4. 1.			70.	3.

las dichas 70. libras. Doblese la suma 70. y el duplo 140. divídase por la suma 20. de los extremos , y saldrán 7. que es el numero de los terminos , ó años en que ha de pagar las dichas 70. libras en progresion Arithmetica.

*Demonstracion.*

Para saber la suma de la progresion , se multiplica la suma de los extremos por el numero de los terminos , y sale el duplo de la suma (749) ; luego si el duplo de la suma de la progresion , se divide por la suma de los extremos , saldrá el numero de los terminos.

## PROBLEMA V.

*EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS LOS EXTREMOS , y la suma , hallar la diferencia.*

760 **H**allado el numero de los terminos por el Problema 4. estarán conocidos los extremos , y el numero de los terminos ; por los quales se hallará la diferencia por el Problema 3.

## PROBLEMA VI.

*EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS LOS EXTREMOS , y la diferencia hallar el numero de los terminos.*

761 **R**estese el extremo menor del mayor , y dividiendo el residuo por la diferencia , saldrá un quociente , al qual si se añade una unidad , será el numero de los terminos. Como si un correo camina ciertas leguas en progresion Arithmetica cada dia , el primer dia camina 13. leguas , y el ultimo 3. pero cada dia camina dos leguas menos ; preguntase en quantos dias concluirá todo el viage. Quitese el extremo menor 3. del mayor 13. y el residuo 10. dividase por la diferencia 2. al quociente 5. añadase 1. y serán 6. los dias del viage.

Ma.	Me.	N.	S.	D.
13. 11. 9. 7. 5. 3.			48.	2.

*Demonstracion.*

El extremo mayor contiene al menor , y á tantas veces la diferencia , quantos son los terminos menos uno , como por sí mismo es manifestado. Luego si del extremo mayor se resta el menor , y el residuo se divide por la diferencia , saldrá el numero de los terminos menos uno , y añadiendo al quociente 1. será todo el numero de los terminos.

PRO-

PROBLEMA VII.

EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS LOS extremos, y la diferencia, hallar la suma.

762 **P**Or el Problema antecedente, hallese el numero de los terminos, y entonces conocidos los extremos, y dicho numero de los terminos, se hallará la suma por el Problema 2.

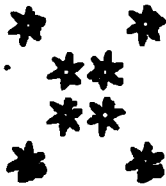
PROBLEMA VIII.

EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EN extremo menor, el numero de los terminos, y la suma de la Progreffion, hallar el extremo mayor.

763 **D**ividase el duplo de la suma de la Progreffion por el numero de los terminos, quitando el extremo menor del quociente, quedará el mayor extremo: como si un Artifice hace una estatua en 8. dias por precio de 144. reales, pero le han de pagar en Progreffion Arithmetica, dandole el primer dia 10. reales que es la menor paga; preguntase quantos reales ha de cobrar el ultimo dia. Doblenfe los 144. reales, que es toda la paga, ó suma de la Progreffion, y serán 288. los quales divididos 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. por 8. que es el numero de los dias, ó terminos, darán el quociente 36. del qual restado el menor extremo 10. quedará el mayor extremo 26. que es la paga del ultimo dia.

Demonstracion.

Para saber la suma de la Progreffion, se multiplica la suma de los extremos por el numero de los terminos, y del producto se toma la mitad (749): Luego si se dobla la suma dada, y el duplo se divide por el numero de los terminos, saldrá la suma de los extremos, de la qual quitando el extremo menor, quedará el mayor.



## PROBLEMA IX.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL menor extremo, el numero de los terminos, y la suma de la Progression, hallar la diferencia.**

764 **P**rimeraamente se hallará el mayor extremo por el Problema antecedente, y despues se hallará la diferencia por el Problema 5.

## PROBLEMA X.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL menor extremo, numero de los terminos, y la diferencia, hallar el mayor extremo.**

765 **M**ultipliquese la diferencia por el numero de los terminos menos uno, y al producto añadase el menor extremo, para que salga el mayor: Como si Pedro pagò en 6. años una cierta deuda en progression Arithmetica, cuya diferencia es 3. En el primer año pagò 5. libras, que es la menor paga; preguntase quanto pagò el ultimo año: Quitese 1. del numero de los terminos 6. y quedarán 5. Multipliquese aora la diferencia 3. por 5. y al producto 15. añadase el menor extremo, ò paga del primer año 5. y serán 20. las libras que ha de pagar el ultimo año.

*Demonstracion.*

El mayor extremo contiene al menor, y à tantas veces la diferencia, quantos son los terminos menos uno, como queda dicho antes: Luego si la diferencia se multiplica por el numero de los terminos menos uno, y al producto se añade el menor extremo, saldrá el mayor.

## PROBLEMA XI.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL menor extremo, el numero de los terminos, y la diferencia, hallar la suma.**

766 **H**allese primeraamente el extremo mayor por el Problema antecedente; despues se hallará la suma de la progression por el Problema 2.

PRO-

PROBLEMA XII.

EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL  
mayor extremo, el numero de los terminos, y la suma,  
hallar el menor extremo.

767 **E**L duplo de la suma, dividase por el numero de los ter-  
minos, y quitando el mayor extremo del quociente,  
quedará el extremo menor que se busca. La demonstracion es la misma  
que la del Problema 8.

PROBLEMA XIII.

EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL MAYOR  
extremo, el numero de los terminos, y la suma,  
hallar la diferencia.

768 **P**rimera mente se hallará el extremo menor por el Proble-  
ma antecedente, despues dados los dos extremos, y el  
numero de los terminos, se sabrá la diferencia por el Problema 3.

PROBLEMA XIV.

EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL MAYOR  
extremo, el numero de los terminos, y la diferencia,  
hallar el menor extremo.

769 **M**ultipliquese la diferencia por el numero de los terminos  
menos uno, y quitando el mayor extremo del produc-  
to, quedará el menor: La demonstracion es la misma que la del Pro-  
blema 10.

PROBLEMA XV.

EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL  
extremo mayor, el numero de los terminos, y la diferen-  
cia, hallar la suma.

770 **H**álase el extremo menor por el Problema antecedente,  
y despues hálase la suma por el Problema 2.

PRO.

## PROBLEMA XVI.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL**  
*numero de los terminos, la suma, y la diferencia, hallar*  
*los extremos.*

771 **D**ividase el duplo de la suma por el numero de los terminos, y el quociente será la suma de los extremos, como consta de la demonstracion del Problema 8. Despues multipliquese la diferencia por el numero de los terminos menos uno, y el producto será el extremo mayor menos el menor, ó la diferencia entre los extremos, como consta de la demonstracion del Problema 10. Ultimamente quítese esta diferencia entre los extremos de la suma de los mismos extremos, y quedará el duplo del extremo menor, el qual se añade á la dicha diferencia de los extremos, saldrá el mayor extremo.

Como si un correo en 6. dias caminó 75. leguas en progression Arithmetica, cuya diferencia es 3. preguntase quantas leguas caminó el primero, y ultimo dia. La suma es 75. la qual doblada son 150. leguas, que

divididas por 6.	Me.	Ma.	N.	S.	D.
dias, sale la suma de los extremos 25.	5.	8.	11.	14.	17.
					20.
					75.
					3.

Despues multipliquese la diferencia 3. por el numero de los terminos menos uno, que son 5. dias, y el producto 15. será las leguas que corrió el ultimo dia menos las del primero. Ultimamente restense estas 16. leguas de la suma de los extremos 25. y quedará 9. cuya mitad es 5. que son las leguas que corrió el primer dia; las quales si se añaden á las 15. leguas, que es la diferencia de los extremos, será el mayor extremo 20.

## PROBLEMA XVII.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL**  
*menor extremo, la suma, y la diferencia, hallar el mayor*  
*extremo, y el numero de los terminos.*

772 **E**L duplo de la suma de la Progression, multipliquese por la diferencia, y guardese el producto, def-



Despues quitesse la mitad de la diferencia del extremo menor, o este de aquella, y el quadrado del residuo, se sumará con el producto guardado de la cuya raíz quadrada restandole la mitad de la diferencia, saldrá el extremo mayor que se buscava: Y dados los dos extremos, y la suma, se hallará el numero de dos terminos por el Problema 4.

Como si Pedro pagò 45. libras en progression Arithmetica, cuya diferencia es 4. el primer año pagó la menor paga 1. libra; preguntase quanto pagó el ultimo, y en quantos años. Doblense las 45. libras, y serán 90. las quales multiplicadas por la diferencia 4. son 360. Despues restando el menor extremo 1. de la mitad de la diferencia, que es 2.

quedará 1. cuyo quadrado es 1. el qual se sumará con el produc-

1.	5.	9.	13.	17.	N.	S.	D.
Me.				Ma.		45.	4.

to 360. y serán 361. cuya raíz quadrada es 19. de la qual se restará la mitad 2. de la diferencia, y saldrá el extremo mayor, ó paga 17. libras.

Para saber los años, dividase el duplo 90. de la suma, por la suma 18. de las dos pagas extremas, y saldrá el numero de los años 5. Y así digo, que en 5. años pagará las 45. libras en progression Arithmetica, cuyo primer termino es 1. y la diferencia 4.

Este Problema, y el siguiente, son de la Algebra, y tiene su fundamento en la extraccion de raíz afecta, por lo qual no puedo poner sus demonstraciones hasta que tratemos del arte mayor.

## P R O B L E M A XVIII.

*EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL EXTREMO mayor, la suma, y la diferencia, hallar el extremo menor, y el numero de los terminos.*

773

**S**Umele el extremo mayor con la mitad de la diferencia, y quadrase la suma: Despues multipliquese la suma de la progression por la diferencia, y restando el duplo del producto del quadrado subredicho, saquese la raíz quadrada del residuo, à la qual se añadirá la mitad de la diferencia quando la raíz es mayor que dicha mitad, pero si fuere menor, se restará la raíz de la mitad de la diferencia, y saldrá el extremo menor; el

Ee

qual

qual conocido , se sabrà el numero de los terminos por el Problema 17.

Como si Pedro pagò 45. libras en progresion Arithmetica , cuya diferencia es 4. La paga mayor fue 17. libras. Preguntase quanta fue la menor , en quantos años pagó. Sumense las 17. libras de la mayor paga con la mitad 2. de la diferencia , y será la suma 19. cuyo quadrado es 361. Multipliquense aora las 45. libras por la diferencia 4. cuyo producto 180. se doblará , y será 360. el qual restado del quadrado 361. quedará 1. cuya raíz quadrada es 1. la qual restada de la mitad 2. de la diferencia , porque es menor que dicha mitad , quedará 1. que es la paga menor.

Para hallar el numero de las pagas , dividase el duplo de 45. que es 90. por 18. que es la suma de los extremos , ó pagas mayor , y menor , y saldrán 5. que es el numero de las pagas.

## PROBLEMA XIX.

**DADA LA SUMA DE DOS , O MUCHAS PROGRESSIONES**

*Arithmeticas juntas de igual numero de terminos , y dados el un extremo , y la diferencia de cada una, hallar el numero de los terminos.*

774 **C**ontinuense cada progresion dada á lo menos por dos terminos por el Problema 1. escribiendo la una debaxo la otra, y sumando los terminos correspondientes para conocer la diferencia , cuyas sumas formarán tambien progresion Arithmetica (749) en la qual dados el un extremo , la diferencia , y la suma , se conocerá el numero de los terminos por el Problema 17. ó por el 18.

### Exemplo I.

Dos Correos salen á un mismo tiempo ; el uno de Madrid para Valencia camino de 50. leguas , y camina cada dia 8. leguas ; el otro de Valencia para Madrid , y camina cada dia 10. leguas ; preguntase quando se encontrarán. Continuese las dos progresiones por algunos terminos , como se ve, los quales se sumarán , y saldrá la progresion 18. 18. 18. &c. cuya diferencia es zero , en la qual se conoce la suma 50. leguas , el un extremo 18. y la diferencia zero , y así se conocerá

8.	8.	8.
10.	10.	10.
<hr/>		
18.	18.	18.

# PARTE I.

435

el numero de los terminos por el Problema 17. que es 2. dias , y siete novenos de dia , que es el tiempo quando se encontraran despues de la partida. Pero porque esta progresion es de numeros iguales , se hallará el mismo tiempo mas facilmente. Doblese la suma 50. y serán 100. dividase por el duplo del primer termino 18. que es 36. y vendran los mismos dias.

## Exemplo II.

Una Ciudad tiene 3600. pasos de ambito , y dos hombres salen à un mismo tiempo caminando por partes encontradas para rodearla , el uno camina cada hora 1000. pasos, y el otro camina la primer hora 100. pasos , la segunda 200. la tercera 300. &c. Preguntase en quantas horas se encontraran. Escrivanse las dos progresiones , sumando los terminos correspondientes , y saldrá la progresion 1100. 1200. &c. En la qual se conoce el menor extremo 1100. la diferencia 100. y la suma 3600. y así se hallará en numero de los terminos por el Problema 17. que es 3. y así digo, que en 3. horas se encontraran.

1000.	1000.
100.	200.
<hr/>	
1100.	1200.

## Exemplo III.

En un granero ay 186. cahices de trigo , los quales han de sacar dos hombres en progresion Arithmetica , el uno saca en la primer hora 3. cahices , en la segunda 8. &c. el otro saca en la primer hora 8. cahices , en la segunda 11. &c. Preguntase en quantas horas se sacarán todo. Escrivanse algunos terminos destas dos progresiones , y sumandose , saldrá la progresion 11. 19. &c. cuya diferencia es 8. Conocidos , pues , el menor extremo 11. la diferencia 8. y la suma 186. se hallará el numero de los terminos 6. por el Problema 17. Y así digo , que en 6. horas sacarán todo el trigo.

3.	8.	13.
8.	11.	14.
<hr/>		
11.	19.	27.

## Exemplo IV.

Entre tres hombres han de llenar una cisterna , en la qual caben 550. cantaros de agua : El primero cada dia echa 50. cantaros : El segundo pone el primer dia 60. cantaros , el segundo 50. &c. El tercero echa el primer dia 20. cantaros , el segundo 35. &c. Preguntase en quantos dias llenarán dicha cisterna. Escrivanse algunos terminos de las tres

50.	50.	50.
60.	50.	40.
20.	35.	50.
<hr/>		
130.	135.	140.

progresiones, los quales sumados, hacen la progresion 120. 135. &c. cuya diferencia es 5. Dada pues la suma 550. el menor extremo 130. y la diferencia 5. se hallará el numero de los terminos por el Problema 17.

*Demonstracion.*

Entre todas las progresiones juntas de leguas, passos, cahices, cantaros, &c. se hace toda la obra; esto es, se caminan todas las leguas, ó passos se vacía el granero, ó se llena la cisterna: Luego sumando los terminos de las progresiones, saldrá una progresion tambien Arithmetica (749) que contiene toda la misma obra; en la qual progresion se conoce la suma, el un extremo, y la diferencia, y assi se podrá conocer el numero de los terminos por los Problemas 17. 18. los quales representan las horas, ó dias de camino, ó trabajo. Y que estos terminos en todas las progresiones de leguas; passos, &c. ayan de ser iguales, es manifesto; porque el trabajo, ó camino se comienza, y acaba à un mismo tiempo.

775 Si se quieren saber las leguas, passos, cahices, cantaros, que cada uno ha corrido, sacado, echado, se hallarán por el Problema 11. ó 15. pues que se conocen el numero de los terminos, la diferencia, y el un extremo; como si dos correos salen à un mismo tiempo, el uno de Madrid para Valencia caminando en progresion Arithmetica, cuya diferencia es zero en el primer dia 8. El otro sale de Valencia para Madrid tambien en progresion Arithmetica, cuya diferencia es zero caminando en el primer dia 10. leguas, los quales se encuentran en 2. dias, siete novenos de dia, preguntase quantas leguas camina cada uno, ó à quantas leguas se encontraràn. Se hallará, que el primero camina 22. leguas, y dos novenos, y el segundo 27. leguas, y siete novenos. Este exemplo por ser de progresion es de numeros iguales, se hará mas facilmente multiplicando el primer termino, ó leguas que camina cada uno por los dias.

Assi mismo, conocidas las leguas que camina cada uno, los dias, y el primer termino, se sabrá la diferencia de la progresion, y por configuiente se conocerán los terminos de la misma progresion por los Problemas 9. ó 13. Y con esto tiene el Arithmetico campo abierto, para ir combidando todos los Problemas antecedentes, e inventar innumerables questiones.

P R O B L E M A XX.

**EN DOS, O MUCHAS PROGRESSIONES ARITHMETICAS**  
de igual suma, dados el un extremo, la diferencia, y la suma  
de cada una, hallar el numero de los  
terminos.

776 **E**ste Problema no contiene otra dificultad mas que resolver el Problema 17. quando el extremo dado es el menor, o el Problema 18. quando es el mayor; pero aplicados à la practica, contiene muchas questiones curiosas, de las quales resolveré algunas en los exemplos siguientes.

*Exemplo I.*

De Barcelona à Madrid ay 100. leguas, y un Correo sale de Barcelona para Madrid caminando cada dia 10. leguas; otro Correo se atreve à caminar cada dia 16. leguas; preguntase quantos dias saldrá despues este segundo, para que entren los dos juntos en Madrid? Siguiendo la regla del Problema 17. se hallará, que el primer Correo caminará las 100. leguas que ay de Barcelona à Madrid en 10. dias; y el segundo las caminará en 6. dias y un quarto de dia, los quales se restarán de los diez dias que ha de menester el primer Correo, y quedarán 3. dias y tres quartos de dia, y tanto tiempo saldrá el segundo despues del primero, para que entren los dos juntos en Madrid. Este exemplo por contener progresiones de los terminos iguales se hará mas facilmente, dividiendo las 100. leguas por las 10. del primer Correo, y saldrán 10. dias, dividiendolas por las 16. del segundo Correo, saldrán 6. dias y un quarto, como antes.

*Exemplo II.*

Pedro ha de pagar 140. libras en progresion Arithmetica, el primer año paga 8. libras, el segundo 12. &c. Preguntase si el primer año pagara 50. libras, el segundo 40. &c. si acabaria mas presto, o mas tarde de pagar? Busquense los terminos de cada progresion, y se hallará, que la primera se acaba en 7. años, y la segunda en 4. años.

La demonstracion deste Problema por si misma, es manifesta; pero se ha de advertir, que algunas veces son tales las progresiones dadas, que no tiene lugar el Problema.

## PROBLEMA XXI.

**EN LA PROGRESSION ARITHMETICA, DADOS EL UNO extremo, y la diferencia, hallar el numero de los terminos, de suerte, que la suma de la progression sea igual al producto del numero de los terminos por un numero dado.**

**777** **D** El duplo del numero dado, restese el extremo conocido, y quedará el otro extremo; despues dados los extremos, y la diferencia, se hallará el numero de los terminos por el Problema 6.

*Exemplo I.*

Dos Navios parten á un mismo tiempo, y por un mismo rumbo; el uno camina cada dia 30. millas; el otro camina el primer dia 10. millas, el segundo 15. &c. Preguntase en quantos dias alcanzará el segundo al primero? Doblenfe las 30. millas que camina cada dia el primero, y serán 60. de las quales se restarán las 10. millas que camina el segundo en el primer dia, y quedarán 50. que es el otro extremo. Ahora dados los extremos 10. y 50. y la diferencia 5. se hallará el numero de los terminos por el Problema 6. quitando 10. de 50. y dividiendo la resta 40. por la diferencia 5. saldrán 8. á los quales añadiendo 1. serán 9. los dias que se buscan.

Si se desea saber á quantas leguas del Puerto se alcanzarán: multipliquense las 30. millas que camina el primero por los 9. dias, y saldrán 270. leguas.

*Exemplo II.*

Una Isla tiene de ambito 50. millas, y salen de un Puerto della dos Navios para rodearla caminando por una misma parte; el uno camina cada dia 20. millas, y el otro camina el primer dia 30. millas; el segundo 28. &c. Preguntase en quantos dias alcanzará el Navio primero al segundo? Del duplo de las 20. millas, que es 40. restense las 30. millas, quedarán 10. que es el ultimo extremo. Dados, pues, los extremos 30. y 10. y la diferencia 2. se sabrá el numero de los terminos, ó dias restando 10. de 30. y partiendo el residuo 20. por la diferencia 2. y al quociente 10. añadiendo 1. con que en 11. dias se encontrarán los Navios.

Si se quiere saber á quantas millas ferá el alcance: Multipliquense las 20. millas que camina el primer Navio cada dia por los

11. días y saldrán 220. millas. Para saber quantas veces avrá rodeado la Isla cada Navio , dividanse las 220. millas por el ambito 50. y saldrán 4. veces, y sobran 20. millas que denotan la distancia del alcance desde el Puerto.

*Demonstracion.*

Las 20. millas que camina el primer Navio cada dia ; multiplicadas por los 11. días hasta el alcance , hacen toda la suma de la progresion ; y la suma de los extremos en la progresion del segundo Navio , multiplicada por los mismos 11. días , hace el duplo de la misma progresion (son de igual suma las dos progresiones) : luego el duplo de las 2. millas , que son 4. es igual à la suma de los extremos en la progresion del Navio segundo ; con que si de dicho duplo se resta el un extremo , quedará el otro , y estarán conocidos los dos extremos ; à mas desto se sabe la diferencia : luego se conocerá el numero de los terminos por el Problema 6.

P R O B L E M A XXII.

**DADOS EL UNEXTREMO , Y DIFERENCIA DE CADA UNA**  
de dos progressiones Arithmeticas de iguales sumas , y numero  
de terminos , hallar el dicho numero  
de terminos.

778 **E**ste Problema, es mas universal que el antecedente, por que se extiende à qualquier progresion Arithmetica mientras sea proporcionada à la question propuesta , lo qual se conocerá por el mismo tenor de la question.

Escrivanse à lo menos dos terminos de cada progresion correspondientes unos à otros , los mayores arriba , y los menores debaxo, restense , y quedará una progresion Arithmetica , ( 751 ) en la qual se han de buscar los terminos hasta el zero , deste modo : Dividase el primer termino ( que siempre ha ser el mayor , pues esta progresion necessariamente ha de ser descendente para poderse resolver el Problema ) por la diferencia , añadiendo 1. al quociente , dará el numero de los terminos hasta el zero , el qual doblado menos uno , será el numero de todos los terminos de la progresion.

*Exemplo I.*

Dos caminantes salen à un tiempo de un mismo lugar , y van por  
Ee 4 un



un mismo camino en progresion Arithmeticas ; el uno camina en el primer dia 3. leguas ; en el segundo 7. &c. el otro camina en el primer dia 1. legua , en el segundo 6. &c. Preguntase quando se encontraran ? Escritos los terminos , y restados como se ve en la formula , saldra la progresion 2. 1. &c. cuya diferencia es 1. dividase el primer termino 2. por la diferencia 1. y al quociente 2. se añadirá 1. y serán 3. los terminos hasta el zero, doblense, y quitesse 1. y quedarán 5. los terminos de toda la progresion, por lo qual digo , que en 5. dias se alcanzaran.

$$\begin{array}{r} 3. \quad 7. \\ 1. \quad 6. \\ \hline 2. \quad 1. \end{array}$$

Si se quiere saber à quantas leguas será el alcance , figanse las reglas de los Problemas 11. ó 15. en cada progresion , y se hallarán 55 leguas.

### Exemplo II.

Entre dos Oficiales hacen una obra , ganando en progresiones Arithmeticas ; el uno gana en el primer dia 4. reales , en el segundo 8. &c. El otro gana en el primer dia 10. reales , en el segundo 12. &c. Preguntase quanto ayra ganado tanto el uno como el otro ? Escritos los terminos de las progresiones , y restados como antes, sale la progresion 6. 4. &c. cuya diferencia es 2. dividase , pues , el primer termino 6. por 2. y al quociente 3. añadase 1. serán 4. doblense , y quitesse 1. y serán 7. ó mas facilmente doblese el quociente 3. y al duplo 6. añadase 1. con que en 7. dias ayran ganado igualmente.

$$\begin{array}{r} 10. \quad 12. \\ 4. \quad 8. \\ \hline 6. \quad 4. \end{array}$$

### Demonstracion.

Para la inteligencia de la demonstracion , continuese las progresiones de un exemplo destos , y sean del primero , donde restando los terminos de una progresion de los terminos de la otra , al tercer termino se igualan , y por consiguiente el termino de la resta, es zero. Digo, pues, que donde las progresiones se igualan , es el medio de las dichas progresiones , para que en ambas las sumas , y numeros de terminos sean iguales ; porque quando la primera progresion lleva ventaja à la segunda hasta los terminos iguales , tanto de alli la segunda excede à la primera ; luego los terminos iguales estan en medio ; y assi hallado el numero de los terminos hasta el zero , se sabrà todo el numero de los terminos.

$$\begin{array}{r} 3. \quad 7. \quad 11. \quad 14. \quad 17. \\ 1. \quad 6. \quad 11. \quad 16. \quad 21. \\ \hline 2. \quad 1. \quad 0. \end{array}$$

Estos Problemas bastan para que el Arithmetico pueda resolver las questiones de Arte Menor que se le puedan ofrecer, pues discutiendo sobre ellos, y combinando unos con otro, juzgo que no avrá question de las referidas en que no halle cabal solucion. Pero advierta, que en estos ultimos Problemas, no todas las progresiones Arithmeticas tienen lugar.

## CAPITULO SEGUNDO.

### DE LA PROGRESSION GEOMETRICA.

#### THEOREMA I.

**EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, EL PRODUCTO de los extremos, es igual al producto de qualesquiera dos terminos igualmente distantes de los extremos.**

779 **S** Ea la progresion Geometrica A. B. C. D. E. F. G. Digo, que el producto A. G. 256. de los extremos A. y G. es igual al producto de B. F. y al producto de C. E. porque la progresion Geometrica, es una razon continuada, y asi son proporcionales A. à B. como B. à C. y como C. à D. y como D. à E. y como E. à F. y como F. à G. con que son proporcionales A. à B. como F. à G. luego el producto de A. por G. es igual al producto de B. por F. (298)

Asimismo son proporcionales B. à C. como E. à F. luego el producto de B. F. es igual al producto de C. E. y por configuiente igual al producto de A. por G. luego el producto de dos terminos igualmente distantes de los extremos, es igual al producto de los extremos.

#### Consejos.

780 Generalmente el producto de qualesquiera dos terminos de una progresion Geometrica, es igual al producto de otros dos terminos igualmente distantes de los primeros, ora sean extremos, o medios

En

781 En la progresion Geometrica de terminos impares, el quadrado del medio, es igual al producto de qualesquiera dos terminos igualmente distantes: porque C. D. E. son continuamente proporcionales: luego el quadrado de D. es igual al producto de C. y E. (300) y como este producto sea igual al producto de B. F. tambien el quadrado de D. será igual al producto de B. F. y así de los demás. Y no es necesario que la progresion sea de terminos impares, sino que tomando qualquier termino, su quadrado es igual al producto de qualesquiera dos terminos igualmente distantes.

## THEOREMA II.

*EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, SI EL PRODUCTO de los terminos, se divide por un qualquier termino, el quociente será un termino distante, tanto del uno de los terminos multiplicados, quanto el partidor dista del otro.*

782 **E**N la misma progresion Geometrica, multiquense los terminos A. F. y el producto dividase por el termino E. digo que el quociente será B. que dista tanto de A. como E. de F. porque el quociente multiplicando al divisor, restituye al numero dividiendo, luego el producto de B. E. es igual al producto de A. F. Y como los productos de los terminos igualmente distantes son iguales, si el producto de A. F. se divide por E. faldrá el otro termino B. igualmente distante.

## THEOREMA III.

*EN LA PROGRESSION GEOMETRICA TERMINADA, la misma razon tiene la diferencia minima al menor extremo, que la diferencia entre los extremos à la suma de la progresion menos el mayor extremo.*

783 **S**Ea una qualquier progresion Geometrica 2. 8. 32. 128. 512. cuyas diferencias sean 6. 24. 96. 384. Digo que la misma razon tiene la menor diferencia 6. al menor extremo 2. que la diferencia 510. que ay entre los extremos à la suma de la progresion menos el mayor extremo, la qual es 170. esto es, à la

2.	8.	32.	128.	512.
6.	24.	96.	384.	

la suma de los terminos 2. 8. 32. 128. Porque el mayor extremo 512. se compone de la diferencia 6. 24 96. 384. y del menor extremo, 2. de fuerte, que la diferencia 510. de los extremos, es la misma suma de dichas diferencias, como por sí es manifesto. A mas desto los terminos de la progression, son proporcionales; esto es, como 512. à 128. así 128. à 32. y así 32. à 8. y así 8. à 2. pues que la progression Geometrica es una razon continuada; luego dividiendo como la diferencia 384. à 128: así la diferencia 96. à 32. y así 24. à 8. y así 6. à 2. luego como un antecedente 6. que es la menor diferencia à un conseqente 2. que es el menor extremo; así la suma de todas las diferencias, antecedentes, que es la diferencia entre los extremos, à la suma de todos los conseqentes, (318) que es la suma de todos los terminos, ò de la progression fuera el ultimo.

Esta es la proposicion 35. del libro 9. de Euclides, de la qual deduxeron misteriosos arcanos en la progression infinita el P. Gregorio à S. Vincencio, y el P. Andrés Tacquet, ambos de la Compania de Jesus; pero los Mathematicos antiguos, no advirtieron su fecundidad.

*Consejario.*

784 En la progression Geometrica, la misma razon tiene el denominador menos la unidad à la unidad, que la diferencia de los extremos à la suma de la progression menos el mayor extremo. Porque el denominador à la unidad, tiene la misma razon que el mayor termino de una razon al menor; esto es, en el exemplo arriba supuesto el denominador 4. à la unidad, es como 8. à 2. luego dividiendo (315) como 4. menos 1. à 1. esto es, como 3. à 1. así 8. menos 2. à 2. esto es, así 6. à 2. El 6. pues es la menor diferencia, y el 2. es el menor extremo, los quales tiene la misma razon que la diferencia de los extremos à la suma de la progression menos el mayor extremo, como consta por el Theorema: luego como el denominador menos la unidad à la misma unidad; así la diferencia entre los extremos à la suma de la progression menos el menor extremo.

T H E O R E M A IV.

*DADAS DOS PROGRESSIONES GEOMETRICAS, SI EL primer termino de la una, se multiplica por el primero de la otra, el segundo, por el segundo, sale una progression Geometrica.*

785 Sean las progressiones dadas 3. 9. 27. &c. y 1. 2. 4. &c. Digo, que multiplicando 1. por 3. mas 2. por 9. mas

4. por 27. &c. sale progresion Geometrica 3. 18. 108. &c. porque si el primero, y segundo termino de cada progresion, se ponen en forma de quebrado, como se suelen poner las razones para sumarlas, restarlas, multiplicarlas, &c. serán tres novenos y medio, las quales multiplicadas, saldrán 3. 18. avos, que es multiplicar primer termino por primero, segundo por segundo.

3.	9.	27.	81.
1.	2.	4.	8.
<hr/>			
3.	18.	108.	648.

Asimismo, multiplicando los segundos, y terceros terminos en forma de quebrado, saldrá la razon de 18. à 108. y como la razon del primer termino de cada progresion al segundo, sea la misma que la del segundo al tercero, y por configuiente los quebrados, serán los mismos, tambien saldrán los productos en una misma razon, y así harán una progresion Geometrica.

### Consejaria.

786 El denominador de la progresion producida, es el producto de los denominadores de cada progresion; porque como el denominador de cada razon enseña la cantidad de las razones, multiplicando los denominadores, se hace el denominador de las razones producidas.

## THEOREMA V.

**DADAS DOS PROGRESSIONES GEOMETRICAS, SI EL primer termino de la una, se divide por el primer termino de la otra, el segundo por el segundo, &c. sale una progresion Geometrica.**

787 **D**ividanse los terminos de la progresion 3. 18. 108. &c. por los terminos de la progresion 3. 9. 27. &c. Digo que saldrá progresion Geometrica 1. 2. 3. &c. porque si de los primeros, y segundos terminos, se hacen quebrados como antes, serán 3. 18. avos, y tres novenos, y partiendo el primer quebrado por el segundo, saldrá un medio, que son los primeros terminos de la progresion de los quocientes; lo mismo será partiendo los otros terminos, porque todos guardan una misma razon.

3.	18.	108.	648.
3.	9.	27.	81.
<hr/>			
1.	2.	4.	8.

P R O B L E M A I.

CONTINUAR UNA PROGRESSION GEOMETRICA.

788

**S**I la progresion es ascendente , multipliquese el denominador de la progresion ( que es el mismo que el de la razon de los primeros dos terminos ) por el mayor termino , y saldrà el immediate figuiente ; y asi infinitamente. Pero si la progresion fuere descendente , dividasel el mismo termino por el denominador , y saldrà el menor figuiente , y asi continuamente.

Porque el denominador enseña quantas veces el antecedente contiene à su conseqüente , ó es contenido : Luego en la progresion ascendente , que es razon de menor desigualdad , multiplicando el mayor termino por el denominador , sale su conseqüente ; y en la descendente partiendo , sale el otro termino.

789 Pero se ha de advertir , que como demuestra Euclides en la prop. 17. del lib. 9. La progresion cuyos extremos son numeros entre si primos , no se puede continuar por numeros enteros.

P R O B L E M A II.

EN LA PROGRESSION GEOMETRICA , DADOS LOS EXTREMOS , y el denominador , hallar la suma , y el numero de los terminos.

790

**R**estese el extremo menor del mayor , y dividiendo el residuo por el denominador menos 1. saldrà la suma de la progresion menos el mayor extremo , el qual si se añade , se tendrá toda la suma. Como si Pedro pagó una deuda en progresion Geometrica , cayo denominador es 4. en el primer año pagó 2. libras , y en el ultimo 2048. Preguntase quanta era la deuda. Restese el menor extremo , ó paga 2. del mayor 2048. y quedaràn 2046. quitesel 1. del denominador 4. y quedaràn 3. Dividasel ahora las 2046. libras por 3. y saldrà el quociente 682. al qual se añadirà el mayor extremo 2048. y será toda la suma de la progresion , ó toda la deuda.

2730.

*Demonstracion.*

Como el denominador menos 1. à la unidad , asi la diferencia de los

los extremos á la suma de la progresion menos el mayor extremo; esto es, como 3. á 1; así 20.6. á 68. (784) que es hacer regla de tres, y como el termino segundo, es la unidad que no aumenta la multiplicacion, basta partir el tercer termino 2046. por el primero 3. y saldrá el cuarto, al qual añadiendo el mayor extremo de la progresion, saldrá toda la suma.

Para hallar el numero de los terminos, multipliquese el extremo menor por el denominador tantas veces, hasta que el producto sea igual al extremo mayor, como por si mismo es manifesto.

### Consejo.

791 Si la progresion fuere dupla, basta restar el menor extremo del mayor, y añadir al residuo el mismo mayor extremo; ó doblar el mayor extremo, y del duplo restar el menor extremo, para que salga la suma; porque entonces el denominador es 2. del qual quitando 1. queda la unidad, que no muda la division.

## PROBLEMA III.

EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, DADOS LOS EXTREMOS, y la suma, hallar el denominador, y el numero de los terminos.

792 **R**estese el menor extremo del mayor, restese tambien el mayor extremo de la suma, y partiendo el mayor residuo por el menor, añadese una unidad al quociente, y saldrá el denominador. Como si un oficial en una obra gana 242. reales en progresion geometrica, en el primer dia 2. reales, y en el ultimo 160. para saber en qué progresion geometrica procede la ganancia, restense los 2. reales de los 162. y quedarán 160. Restense tambien los 160. de los 242. y quedarán 80. Dividanse los 160. por 80. y al quociente 2. se añadirá 1. para que salga el denominador 3. Y así digo, que en progresion tripla ganó los 242. reales.

### Demonstracion.

Si la diferencia de los extremos se divide por el denominador menos 1. saldrá la suma de la progresion menos el mayor extremo (790); esto es, saldrá el residuo de la resta del mayor extremo de la suma total. Luego si la misma diferencia de los extremos se divide por dicho residuo, saldrá el denominador menos uno.

Para



793 Para hallar el numero de los terminos , hallese primero el denominador por la regla antecedente , y despues se sabrà el numero de los terminos por el Problema antecedente.

P R O B L E M A IV.

EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, DADOS EL MENOR extremo , la suma , y el denominador , hallar el mayor extremo y el numero de los terminos.

794 **Q**uitada una unidad del denominador, multipliquese el residuo por la suma de la progresion, y añadiendo el menor extremo al producto, dividase todo por el denominador, y saldrà el mayor extremo. Como si un limosnero repartió 8190. reales en los pobres en progresion geometrica quadrupla ; el primer dia dió 6. reales , que fue la menor limosna ; preguntase quanto repartió el dia ultimo. Quitese 1. de 4. que es el denominador , y quedarán 3. los quales multiplicados por los 8190. que es la suma , hacen 24570. los quales añadanse los 6. reales que dió el dia de la menor limosna , y serán 24576. dividase por el denominador 4. y saldrà la mayor limosna , mayor extremo 6144.

*Demonstracion.*

Para hallar la suma se resta el menor extremo del mayor , y el residuo se divide por el denominador menos 1. y al quociente se añade el mayor extremo (790). Luego si la suma se multiplica por el denominador menos uno , y al producto se añade el menor extremo , y todo se divide por el denominador , saldrà el mayor extremo , que resolver lo que se hizo en la suma.

795 Conocidos , pues los extremos , y la suma , se hallará el numero de los terminos por el Problema antecedente ; ò dado el denominador , y los extremos , se hallará el numero de los terminos por el Problema 2.

P R O B L E M A V.

EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, DADOS EL MAYOR extremo , la suma , y el denominador , hallar el extremo menor , y el numero de los terminos.

796 **M**ultipliquese la suma , menos el mayor extremo , por el denominador menos 1. y quitando el producto del

mayor extremo, quedará el menor. Como si un Mercader ha de cobrar 468. libras en progresion Geometrica quintupla, el primer año cobra 375. libras por mayor paga; preguntase quanta será la ultima paga. Restense las 375. libras de toda la paga 468. y quedarán 93. libras, que es la suma de los terminos de la progresion menos el mayor, restese tambien 1. del denominador 5. y quedarán 4. Multipliquese las 93. libras por 4. y el producto 372. restese de la mayor paga 375. y quedará la menor 3. libras, y tanto cobrará el ultimo año.

*Demonstracion.*

Si el mayor extremo menos el menor; esto es, la diferencia de los extremos, se divide por el denominador menos uno, sale la suma de la progresion menos el mayor extremo (790): Luego si la suma menos el mayor extremo se multiplica por el denominador menos uno, saldrá el mayor extremo menos el menor, ó la diferencia de los extremos, la qual quitada del mayor extremo, quedará el menor; porque la multiplicacion compone lo que la division resuelve.

797 El numero de los terminos, se hallará el Problema 2. conocidos los extremos, y el denominador.

PROBLEMA VI.

*EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, DADOS EL MENOR extremo el denominador, y el numero de los terminos, hallar el mayor extremo, y la suma.*

798 **E**scrivase el denominador tantas veces, quanto fuere el numero de los terminos menos una, y multiplicandose continuamente, multipliquese el ultimo producto por el menor extremo, y saldrá el mayor. Como si Pedro pagó una deuda en 6. años en progresion quadrupla, el ultimo año, que fue la menor paga, pagó 6. libras; para saber la primer paga, escrivase el denominador 4. cinco veces, que es una menos que el numero de los años, así 4. 4. 4. 4. 4. y multiplicando continuamente, saldrán 1024. los quales multiplicados por la menor paga 6. libras, saldrán 6144. por la paga mayor.

*Demonstracion.*

La progresion Geometrica ascendente, se continua multiplicando

do de un término por el denominador continuamente (788) : luego si el mismo denominador se multiplica continuamente tantas veces, quantas son las diferencias, las quales siempre son una menos, que el numero de los terminos, y el producto se multiplica por el menor extremo, saldrá el mayor; porque lo mismo es multiplicar continuamente el menor extremo por el denominador, que multiplicar muchas veces el denominador, despues por el menor extremo.

799 La suma de la progresion, se hallará por el Problema 2. conocidos los extremos, y denominador.

## PROBLEMA VII.

**EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, DADOS EL MAYOR extremo, el denominador, y el numero de los terminos, hallar el menor extremo, y la suma.**

800 **E**scrivase el denominador tantas veces, quantos fueren los terminos menos una, y multiplicando continuamente, se partirá el mayor extremo por el producto, para que salga el menor. Como si un navio camina en progresion Geométrica descendente sesquialtera; esto es, cuyo denominador es uno, y medio, viage de 5. dias, el primer dia camina 81. milla; preguntase quanto caminará el dia ultimo, que es el menor extremo. Porque los dias son 5. escrivo el denominador quatro veces así 1. y medio, 1. y medio, 1. y medio, 1. y medio, y multiplicando continuamente, salen 81. 16. avos, y partiendo las 81. milla del primer dia por dicho producto, saldrán 16. millas por el camino del dia ultimo.

### *Demonstracion.*

Si el menor extremo se multiplicara por el denominador puesto tantas veces, quantos son los terminos menos una, se produciria el mayor extremo: Luego si el mayor extremo se parte por el producto del denominador puesto las dichas veces, saldrá el menor extremo.

801 Para hallar la suma, restese el menor extremo 16. del mayor 81. y el residuo 65. dividase por medio, que es el denominador menos 1. y saldrán 130. a los quales añadiendo el mayor extremo 81. será toda la suma 211. millas

## PROBLEMA VIII.

**EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, DADOS EL denominador, suma, y numero de los terminos, hallar los extremos.**

802 **C**ontinuarse una progresion del mismo denominador, que la que es dada, que comienza de la unidad hasta tantos terminos como tiene la progresion, cuyos extremos se buscan, y dividiendo la suma dada por la suma desta progresion, saldrá el menor extremo. Como si Pedro pagó 8190. libras en 6. años en progresion quadrupla; para saber quanto pagó en la menor paga, formese una progresion quadrupla, que comience de la unidad continuada por 6. terminos por otros tantos años (788), la qual será 1. 4. 16. 64. 256. 1024. cuya suma es 1365 por la qual se partirá la suma dada 8190. y saldrá la menor paga 6. libras.

*Demonstracion.*

Supongo que la progresion dada en la pregunta es A. y la que se ha formado en la solucion es B. ambas quadruplas. Esto supuesto, el primer termino de la progresion B. es al primero de A. como el segundo de B. al segundo de A. y así de los demás: Luego como 1. que es un antecedente á

6. es su conseqüente.      6.    24.    96.    384.    1536.    6144.    A.  
 1.    4.    16.    64.    256.    1024.    B.

que es la suma de los antecedentes de B. á la suma 8190. que es la suma de los conseqüentes de A. que es lo mismo que como 1365. á 8190. así 1. á 6. y como el tercer termino desta regla de tres, es la unidad que no aumenta la multiplicacion, basta partir 8190. por 1365. y saldrá el menor extremo 6. ó primer termino de la progresion.

803 Conocido, pues, el menor extremo, el denominador, y la suma, se hallará el mayor extremo por el Problema 4.

\* \*

\* \*

\* \*

P R O B L E M A IX.

EN LA PROGRESSION GEOMETRICA, DADOS EL MAYOR extremo, y la suma, hallar el menor extremo, y el denominador.

304

**R** Este el mayor extremo de la suma, y partiendo el mayor extremo por el residuo, lo que sobra será el menor extremo, y añadiendo 1. al quociente, será el denominador. Como si un oficial en una obra ganó 1023. reales en progression Geométrica, cuya mayor paga fueron 768. reales; para saber quanta fue la menor, y en qué progression procedia la ganancia, se restará la mayor ganancia 768. de toda la ganancia 1023. y quedarán 255. Ahora divídase los 768. que es la mayor ganancia por el residuo 255. y será el quociente 3. y sobran 3. Digo, pues, que los 3. que sobran es la menor ganancia, ó extremo menor; y si al quociente 3. se añade 1. será 4. el denominador de la progression.

*Demonstracion.*

Dividiendo la diferencia de los extremos por el denominador menos uno, sale la suma menos el mayor extremo (790), que es el residuo de la resta del mayor extremo a la suma. Luego dividiendo la dicha diferencia por el dicho residuo, saldrá el denominador menos uno. Y como no se ha dividido la dicha diferencia, sino todo el mayor extremo, que incluye a la diferencia, y al menor extremo, necesariamente ha de sobrar el menor extremo, que es lo que incluye mas que la diferencia.

P R O B L E M A X.

DADO EL DENOMINADOR, Y MAYOR EXTREMO DE una progression Geométrica infinita descendente, hallar la suma de todos los terminos infinitos.

305

**N**O es el intento de este Problema dexar por asentado que ay progression actualmente infinita, ó continuada por terminos infinitos, porque es contra lo comun de la Filosofia; sino dar regla para hallar la suma de todos los terminos de una progression, continuada por toda una eternidad; esto es, que si se toma una qualquier progression geometrica descendente, como es:

ta 64. 32. 16. 8. &c. y por toda la eternidad continuamente se van añadiendo terminos, hallar la suma de todos aquellos terminos que se pueden añadir, los quales necessariamente han de ser infinitos.

El misterio, pues, de la progresion infinita todo está encerrado en el Theorema tercero, y su consectorio, que es la prop. 35. del 9. de Euclides: Porque la misma razon tiene el denominador menos uno à la unidad, que la diferencia de los extremos à la suma de la progresion, menos el mayor extremo; y así, si el menor extremo se resta del mayor, y el residuo, que es la diferencia de los extremos, se parte por el denominador menos uno, saldrà la suma de la progresion menos el mayor extremo, como se hizo, y demonstrò en el Problema 2. Pues como en la progresion infinita el menor extremo se hace tan pequeño, que se desvanece despues de continuada por infinitos terminos, no se hace caso del. Con que el mismo mayor extremo es la diferencia de los extremos; el qual partido por el denominador menos uno, y al quociente añadiendo el mayor extremo, darà la suma de la progresion.

Sea, pues, la progresion geometrica descendente A. cuyo denominador es 4. y se quiere saber la suma de todos los terminos posibles. Dividase el mayor extremo 32. por 3. que es el denominador menos uno, y saldràn

32. 8.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{4}$ . &c. A.

10. y dos tercios, à los quales añadiendo el mayor extremo 32. sale la suma 42. y dos tercios, de todos los terminos infinitos. Con que la suma de todos los terminos de la dicha progresion, aunque se continue infinitamente, es solamente 42. y dos tercios.

Otro exemplo. Supongo que un Angel comience à moverse oy, y profiga su movimiento por toda una eternidad en progresion tripla descendente, y que oy camine 30. millas; preguntase quantas millas podrá correr en la dicha progresion por toda la eternidad; ó por mejor decir, quantas serán el menor numero de millas, que no acabará de correr por toda la eternidad. Dividase el 30. por 2. que es el denominador menos uno, y al quociente 15. añadanse las mismas 30. millas, y haràn 45. millas, las quales no acabará de correr, aunque esté eternamente corriendo; esto es, siempre se acercará à aver corrido 45. millas, pero nunca llegará, lo qual parece increíble.

806 El P. Gregorio à S. Vincencio, en la prop. 80. de las progresiones geometricas, pone otra regla para hallar la misma suma.

En el denominador. El quadrado del primero, ó mayor extremo, dividase por la diferencia entre los dos primeros terminos, y el quociente será la suma de la progresion; como en el primer exemplo, quadrese el primer termino 32. y será 1024. dividase por 24. que es la diferencia de los dos primeros terminos 32. y 8. y saldrá la suma 42. y dos tercios. Porque la diferencia de los dos primeros terminos al termino mayor, tiene la misma razon, que la diferencia de los extremos á la suma de toda la progresion; y como el ultimo termino se desvanece, el mismo mayor extremo será la diferencia entre los extremos; y así, será la diferencia de los dos primeros terminos al mayor extremo, como el mayor extremo, á la suma: Luego multiplicando el mayor extremo por sí mismo, y partiendo el producto por la diferencia de los dos primeros terminos, saldrá la suma de toda la progresion.

*Consejos.*

807 Quando la progresion es dupla, basta doblar el primer termino, y saldrá la suma; porque como el primer termino se ha de dividir por el denominador menos uno, siendo el denominador 2. se avrá de dividir por uno, que no disminuye la division; y como al quociente, que aquí es el mismo mayor termino, se ha de añadir el mayor termino, basta doblarle.

808 En la progresion tripla basta añadir al mayor termino su mitad; porque siendo el denominador 3. se ha de partir por 2. que es tomar la mitad, á la qual se ha de añadir el mismo mayor extremo. En la progresion quadrupla basta añadir al mayor extremo su tercio. En la quintupla su quarto, &c. Con que la suma de la progresion dupla es dupla del primer termino; la suma de la tripla es sesquialtera del primer termino; la suma de la quadrupla es sesquitercia, &c.

809 Quando la diferencia de los dos primeros terminos es la unidad, entonces para hallar la suma basta quadrar el primer termino; porque como por el segundo modo el quadrado del primer termino se ha de dividir por la diferencia de los dos primeros terminos, si esta es 1. no disminuye la division, sino que queda el mismo quadrado por la suma de la progresion; como en esta 2. 1. <sup>2</sup>, &c. toda la suma es 4.

810 Entendiendo el fundamento de la progresion infinita, se pueden resolver algunas quæstiones de los Problemas antecedentes; como si un Angel corriò por toda una eternidad 25. millas en progres-



gresion quintupla ascendente ; preguntase quanto correrá el día de oy que es el mayor termino. Multipliquense las 25. millas por 4 que es el denominador menos 1. y el producto 100. dividase por el denominador 5. para que salga el camino de oy que son 20. millas ; porque por el Problema 4. al producto de la suma , por el denominador menos 1. se ha de añadir el menor extremo ; y como en la progresion infinita no ay menor extremo , basta dividir dicho producto por el denominador.

811 Así mismo , si un Angel moviendose por toda la eternidad corrió 25. millas , y en el día de oy corrió 20. para saber en que progresion se movia , restese el mayor extremo 20. de la suma 25. y partiendo el mayor extremo 20. por el residuo 5. saldrá 4. y añadiendo 1. es el denominador 5. Con que se movia en progresion quintupla , como consta por el Problema 9.

812 Quando dos , ó muchas progresiones infinitas son semejantes ; esto es , que tienen un mismo denominador , la misma razon ay de la suma de una progresion á otra , que del primer termino de la una al otro. Como si son dos progresiones. 64. 32. 16. &c. 8. 4. 2. &c. la suma 128. de la primera á la suma 16. de la segunda , tiene la misma razon , que el primer termino 64. al primero 8. por la razon que se dió en el Problema 8. Con que la suma de todos los infinitos terminos de la primera progresion , á la suma de los infinitos de la segunda , está en razon octupla.

## CAPITULO TERCERO.

### DE LA PROGRESSION ARITHMETICA, y Geometrica entre sí.

**E**N este capitulo comparo la progresion Arithmetica con la Geometrica , y al contrario , poniendo algunas propiedades , que de su mutua correspondencia resultan en particular , en orden á los Logarithmos ; y para que no canse al Arithmetico , reduciré esta materia á la mayor brevedad , que su dilatada extension permitiere.

813 Si los terminos de la progresion Arithmetica corresponden á los de la Geometrica , la suma , y resta de los de la Arithmetica equivale á la multiplicacion , y division en la Geometrica.

Sean la progresion Arithmetica Z. y la Geometrica X. Digo, que sumando dos terminos C. y G. de la Arithmetica, y de la suma 28, restando un qualquier termino A. de la misma Arithmetica, saldrá el termino I. distante

tanto de G. quanto A. A. B. C. D. E. F. G. H. I.  
 dista de C. Y si los Z 2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26.  
 mismos terminos C. y X 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768.  
 G. de la Geometrica se

multiplican, y el producto 2304. se parte por el mismo A. de la Geometrica, saldrá el mismo termino I. en la misma Geometrica, distante tanto de G. quanto A. dista de C. como consta del theorema 3. cap. 1. y del theorema 2. cap. 2. de este libro. Luego si las dos progresiones se correspondan, no es necessario multiplicar, y partir en la Geometrica, para hallar algun termino, sin sumar, y restar en la Arithmetica, y saldrá el termino correspondiente.

814 De aqui nace una propiedad admirable, y es, que si una progresion Arithmetica natural, que comienza del zero, acompaña otra progresion Geometrica, que comienza de la unidad, la multiplicacion de los terminos Geometricos tendrá el mismo lugar que la suma de los Arithmeticos. Como si se suman los terminos C. G. de la progresion Arithmetica, saldrá el termino I. y si se multiplican

los mismos terminos C. G. de A. B. C. D. E. F. G. H. I. K.  
 la Geometrica, 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8 9  
 saldrá el mismo 1. 1. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683.

termino I. Porque si de la suma de C. y G. se resta A. saldrá el termino I. distante tanto de G. como A. dista de C. y como A. es zero, la restará la misma suma de C. y G. asi mismo, si el producto de C. y G. en la progresion Geometrica se parte por A. saldrá I. distante tanto de G. quanto A. dista de C. y como A. es la unidad que no disminuye la particion, será I. el mismo producto de C. por G.

815 Con que en la progresion Geometrica, que comienza de la unidad, multiplicando dos terminos, el producto estará en la misma progresion, y distará tanto de uno de los multiplicantes, quanto el otro dista de la unidad; y en el exemplo propuesto, serán proporcionales como A. à C. asi G. à I. Asi mismo, si qualquier termino de la dicha progresion Geometrica se multiplica por si mismo, el quadrado estará tan distante de su raíz, como dicha raíz

distante de la unidad , y así , multiplicando 9. por 9. saldrán 81. distante tres terminos inclusive del 9. como tambien el 9. dista otros tres terminos de la unidad. Y si en la progresion Arithmetica se dobla un termino como C. el duplo 4. será E. que denota el quadrado 81. Del mismo modo , si el termino C. de la progresion Arithmetica se tresdobra , saldrá el termino G. correspondiente al cubo de C. en la progresion Geometrica.

816 Y así , si las dichas progresiones se corresponden para hallar el producto de los terminos Geometricos no ay mas que hacer que sumar los terminos correspondientes Arithmetico , y la suma enseñará al producto. Así mismo , para hallar las potestades de qualquier termino Geometrico , doblese el Arithmetico correspondiente , y al duplo enseñará al quadrado ; tresdoblese , el triplo manifestará al cubo ; quatro doblese , y el quadruplo señalará al quadrado quadrado , &c.

817 La correspondencia que hasta aora se ha observado en la suma , y multiplicacion , se ha de entender tambien la resta , y division ; porque si un termino E. se resta de otro G. en la progresion Arithmetica , el residuo C. señalará el quociente de la division de C. por E. en la progresion Geometrica. Así mismo , si de G. en la progresion Arithmetica se toma la mitad , será D. y si de G. en la Geometrica se saca la raíz quadrada , será tambien D. Tambien si de G. se toma el tercio , será C. en la Arithmetica ; y sacando la raíz cubica de G. en la Geometrica será tambien C. y así de las demás raíces. Con que todos los terminos Arithmeticos que tienen mitad , sus correspondientes Geometricos tienen raíz quadrada ; y todos los Arithmeticos que tienen tercio , sus correspondientes Geometricos tienen raíz cubica , &c. Pero esto se ha de entender en las progresiones que señalamos en el ultimo exemplo (814).

818 En estas propiedades están fundados los Logarithmos que son unos numeros artificiales en progresion Arithmetica , los quales corresponden , y acompañan à otros numeros en progresion Geometrica. Y así , los terminos de qualquier progresion Arithmetica , que corresponde à una qualquier progresion Geometrica , son Logarithmos , respeto de los terminos de la Geometrica. Pero en las tablas Logarithmicas , para mayor facilidad se suele elegir una progresion Arithmetica natural , que comienza del zero ; pero que á los guarismos significativos acompañen algunos zeros , como esta 00000000. 10000000. 20000000. &c. y una Geometrica decupla , que comience de la unidad , como 1. 10. 100. &c.

## P A R T E I.

459

Son los logarithmos una de las mayores invenciones de este siglo; facilitan sumamente las operaciones trigonometricas, porque con sumar, y restar ( y aun con sumar solo ) se escusa la multiplicacion, y division de numeros de ocho guarismos lo menos, por cuya invencion se dixo que eramos mas sabios que nuestros antecesores. Su inventor fue Don Juan Nepero Ingles; pero despues otros les han perfeccionado; aunque el mismo Nepero conoció su imperfeccion.

---

## P A R T E II.

### D E L A S C O M B I N A C I O N E S.

819 **C**ombinacion es una disposicion de una, ó muchas cosas, en orden á otra, ú otras. A tres classes se pueden reducir todas las combinaciones. La primera es, quando se mudan las cosas en orden al lugar, pero considerandolas todas juntas. La segunda es, quando se toman las cosas de dos en dos, de tres en tres, &c. sin atender al lugar. La tercera es compuesta de las dos, tomando las cosas de dos en dos, de tres en tres, &c. y juntamente atendiendo á la disposicion del lugar. En cada classe pueden ser todas las cosas semejantes, ó desemejantes, ó compuestas de unas, y otras. Todo estará manifesto en los Problemas siguientes.

#### P R O B L E M A I.

*DADO EL NUNERO DE COSAS, HALLAR LAS DISPOSICIONES, que todas juntas pueden tener en orden al lugar.*

820 **L**as cosas que se han de combinar, ó son semejantes, ó desemejantes, ó parte semejantes, y parte desemejantes, como se dixo arriba; y así tendrá tres casos cada uno de estos Problemas, advirtiendo, que usaremos de las letras del Abecedario, en lugar de las cosas.

##### *Caso I.*

821 Quando todas las cosas son semejantes, como A. A. A. no pueden combinar en orden al lugar; porque por mas que se muden, siempre quedan en la misma disposicion, como es manifesto.

##### *Caso II.*

822 Quando las cosas son desemejantes, se formará la tabla combinatoria de este modo. Escribale una progresion Arithmetica natural, que significa el numero de las cosas que se han de combinar. Al lado se pondrán los productos de todos los terminos Arithmeticos desde el primero que es la unidad, los quales denotan las combinaciones; esto es, al lado de la unidad de la progresion Arithmetica escribale 1. Al lado del segundo termino 2. pongase tambien 2. que es el producto de 1. por 2. Al lado del tercer termino 3. pongase 6. que es el producto de 1. 2. 3. ó del 2. de arriba de la columna de las combinaciones por el 3. de abaxo de la progresion. Al lado del 4. escribanse 24. que es el producto de los terminos 1. 2. 3. 4. de la progresion; ó del 6. de arriba de la columna de las combinaciones, por el 4. de la columna de la progresion. Al lado del 5. pongase 120. que es el producto de los terminos 1. 2. 3. 4. 5. de la progresion; ó el producto del 24. de arriba, por el 5. y así de los demás.

1	1
2	2
6	4
24	4
120	5
720	6
5040	7
40320	8
362880	9
3628800	10
39916800	11
479001600	12
6227020800	13
87178291200	14
1307674368000	15
20922789888000	16

823 Esto supuesto, para saber el numero de las combinaciones que en orden al lugar pueden tener muchas cosas desemejantes, busqueste el numero de ellas en la columna de la progresion Arithmetica, y al lado se encontrará el numero de las combinaciones; y así, una cosa no admite combinacion alguna, porque es una sola, y la combinacion dice correspondencia, y respecto á otras. Dos cosas se pueden mudar de dos modos, como las letras de esta diction LA, pueden combinarse así LA, AL, como por sí mismo es manifesto.

Tres cosas tienen seis combinaciones, como se vé en las letras de esta diction LAS, porque no mudandose la primera letra L. las otras dos pueden mudarse dos veces; no mudandose la segunda A. las

Restantes dos pueden tambien combinarse de dos modos, y ultimamente no mudandose la tercera S. pueden las dos restantes mudarse de otros dos modos, con que todos son seis; y por esso para hacer la tabla antecedente, se han multiplicado las combinaciones correspondientes al 2. por el numero de las cosas 3. porque quedando inmutables cada una de las tres letras, las otras dos se pueden combinar dos veces.

L A S  
L S A  
A L S  
A S L  
S A L  
S L A

Quatro cosas se pueden combinar 24. veces, como se vé en las letras deste nombre AMOR, porque quedando la primer letra A. en primer lugar, las otras tres se pueden mudar 6. veces: Estando la segunda letra

M. en primer	A M O R	M O R A	O R A M	R O M A
lugar, las otras	A M R O	M O A R	O R M A	R O A M
tres se pueden	A O M R	M R O A	O A M R	R M O A
combinar otras	A O R M	M R A O	O A R M	R M A O
6. veces, con	A R O M	M A R O	O M R A	R A M O
que son 12. mas	A R M O	M A O R	O M A R	R A O M

estando la tercera letra O. en primer lugar, las otras tres se pueden mudar otras 6. veces, y así son 18. Ultimamente, estando la ultima letra R. en primer lugar, las otras tres se pueden combinar otras 6. veces, y con esto serán 24. las combinaciones que pueden admitir quatro cosas diferentes. Porque como cada cosa pueda estar en primer lugar, y las otras combinarse de 6. modos, avrá quatro veces seis combinaciones, que son 24.

Cinco cosas pueden tener 120. combinaciones; porque estando cada una en primer lugar, las restantes quatro, pueden tener 24. combinaciones; con que todas serán 120. que es el producto de 5. por 24. Seis cosas pueden mudarse de 720. modos; porque estando cada una dellas en primer lugar, las otras quatro pueden combinarse 120. veces; y así multiplicando 6. por 120. salen 720. combinaciones. Siete cosas admiten 5040. combinaciones, y así de las demás. Y con esto queda entendido el artificio de la tabla combinatoria.

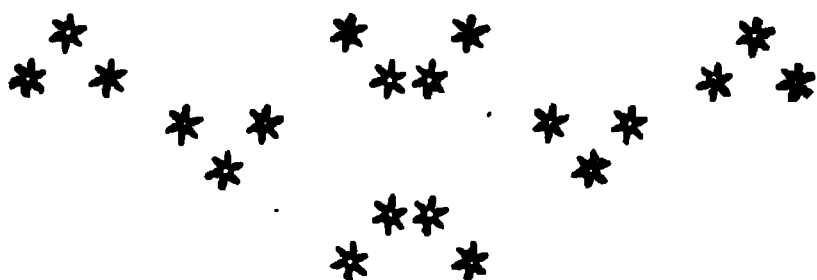
Caso III.

§ 24 Pero quando entre las cosas que se han de combinar ay algunas semejantes, como en este nombre MARIA, donde ay cinco

co letras , de las quales las dos son semejantes ; busquese primeramente el numero de las combinaciones de las cinco letras , que es 120. (822) despues busquese el numero de las combinaciones de las dos letras semejantes , que es 2. partiendo pues 120. por 2. saldrà el numero 60. de las combinaciones que se buscan. Asimismo en esta diction LAMPARA , partase el numero 5040. de las combinaciones de todas las siete letras por el numero 6. de las combinaciones de las tres letras semejantes , y el quociente 840. darà el numero de los modos en que se pueden mudar las siete letras de la diction referida.

Si huviere dos , ò mas especies semejantes como en esta diction MAÑANA , donde ay dos N. N. y tres A. A. A. dividase el numero de las combinaciones de todas las letras , que es 720. por el numero de las combinaciones de unas especies semejantes , como por 6. que son las disposiciones de tres cosas , y el quociente 120. se partirà otra vez por el numero de las combinaciones de las otras especies semejantes que es 2. y el quociente 60. señalarà las combinaciones que se descan. Asi mismo en esta otra diction MAGNANIMIDAD , donde ay 12. letras , de las quales ay cinco ordenes de semejantes , que son tres A. A. A. dos M. M. dos N. N. dos I. I. y dos D. D. Las combinaciones , pues de las 12. letras , son 47900. 600 las quales divididas por 6. que son las combinaciones de las tres A. A. A. dan 79833600. y dividiendo este numero por 2. que son las combinaciones de las dos M. M. salen 39916800. los quales partidos por 2. que son las combinaciones de las dos N. N. salen 19958400. que divididos por 2. que son las combinaciones de las dos I. I. salen 9977200. Ultimamente divididos por 2. que son las combinaciones de las dos D. D. salen las combinaciones diferentes de todas las letras de dicha diction 4989600.

Lo mismo se puede hacer con sola una particion , multiplicando primeramente entre si las combinaciones de las especies semejantes, esto es 6. por 2. y el producto 12. por 2. el producto 24. por 2. y el producto 48. otra vez por 2. y saldrán 96. partense pues las combinaciones de todas las 12. letras por 96. y saldrà el mismo numero , como por si es manifesto.





P R O B L E M A II.

**DADO EL NUMERO DE COSAS, HALLAR LAS DISPOSICIONES que pueden tener, tomadas de dos en dos, de tres en tres, &c. sin orden al lugar.**

*Caso I.*

825

**Q**Uando las cosas son semejantes como A. A. A. A. A. A. A. no se pueden tomar mas que una vez de una en una, de dos en dos, &c. esto es, si se pide que se elijan dos cosas, no se pueden tomar mas que unas dos, porque siendo todas semejantes, no ay que escoger; asi mismo, si se pide que se elijan tres cosas de las siete señaladas, no se pueden escoger mas que unas tres, porque siendo todas semejantes, no ay otra eleccion, y asi de las demás, como por si es manifesto. Pero el numero de todas las elecciones es tanto como el numero de las cosas; esto es, avrá tantas elecciones de una en una, dos en dos, tres en tres, &c. quantas fueren las cosas, como aqui se vè claramente, A. AA. AAA. AAAA. AAAAA. AAAAAA. AAAAAAA. y el numero de las conjunciones, ó veces que se podrán juntar las cosas entre si, será tanto, como el mismo numero de las cosas menos uno, que es la cosa tomada de una en una por estàr sola. Con que si ay dos cosas semejantes, avrá dos elecciones, y una conjuncion. Si ay tres cosas semejantes, avrá tres elecciones, y dos conjunciones. Si ay quatro cosas semejantes, avrá quatro elecciones, y tres conjunciones, &c.

*Caso II.*

826

Quando las cosas que se han de combinar tomadas de dos en dos, tres en tres, &c. sin atender al lugar, son todas de-  
semejantes, como las letras desta diction IOSEPH, se escribirá una progresion Arithmetica natural ascendente, que comience de la unidad, y otra descendente de tantos terminos, quantas fueren las cosas, de fuerte, que el primer termino de la una, corresponda al ultimo de la otra, el segundo al penultimo, &c.

y porque las cosas son seis, se escribirá la progresion 1. 2. 3. 4. 5. 6. y la misma se pondrá al revés, como se vé figurado. La primera progresion denota las veces que se toman las cosas; esto es, el primer termino 1. significa las cosas tomadas de una en una, el segundo termino 2. significa las cosas tomadas de dos en dos, &c.

1	6	6
2	5	15
3	4	20
4	3	15
5	2	6
6	1	1

63

Esto supuesto, para saber las combinaciones de seis cosas tomadas de una en una quantas son; esto es, si de seis cosas se ha de elegir una, quantas elecciones puede aver? Se partirá el 6. que es el numero de la segunda progresion correspondiente al 1. de la primera, porque las cosas se han de tomar de una en una, por el mismo 6. y el quociente 6. señalará las elecciones de seis cosas tomadas de una en una; esto es, en seis cosas tomadas de una en una, puede aver seis elecciones.

Para saber las mismas seis cosas tomadas de dos en dos quantas elecciones admiten; multipliquense todos los terminos, unos por otros de la primera progresion desde el primero, hasta el 2. esto es 1. por 2. y serán 2. así mismo se multiplicarán todos los terminos unos por otros de la segunda progresion desde el 6. hasta el 5. que corresponde al 2. y será el producto 30. el qual dividido por el producto 2. de la primera progresion, dará 15. elecciones, y así seis cosas diferentes tomadas de dos en dos, se pueden combinar 15. veces, ó puede aver 15. elecciones; esto es, de seis cosas desemejantes, se pueden elegir 15. pares diferentes, como IO. IS. IE. IP. IH. OS. OE. OP. SE. SP. SH. EP. EH. PH.

OH

Para saber las elecciones de las mismas seis cosas tomadas de tres en tres, se multiplicarán entre sí todos los terminos de la primera progresion hasta el 3. y será el producto 6. multipliquense así mismo los terminos de la segunda progresion, hasta el termino 4. que corresponde al 3. y partiendo el producto 120. de la segunda progresion por el producto 6. de la primera, será el quociente 20. y tantas elecciones avrà, tomando las cosas de tres en tres, como en las letras de la diction IOSEPH, serán IOS. IOE. IOP. IOH. IEP. IEH. IPH. ISE. ISP. ISH. OSE. OSP. OSH. OEP. OEH. OPH. SEP. SEH. SPS. EPH.

Para

Para saber las elecciones de las mismas seis cosas tomadas de quatro en quatro , multipliquense los terminos de la primera progression unos por otros , hasta el 4. esto es 1. por 2. y el producto 2. por 3. y el producto 6. por 4. y será el ultimo producto 24. Multipliquense así mismo los terminos de la segunda progression , hasta el termino correspondiente al 4. que es hasta al 3. esto es 6. por 3. y el producto 30. por 4. y el producto 120. por 3. y será el ultimo producto 360. el qual dividido por el producto 24. de la progression primera , dará 15. elecciones , como se vè aqui IOSE. IOSP. IOSH. IOEP. IOEH. ISEP. ISEH. ISPH. IEPH. IOPH. OSEP. OSPH. OEPH. OSEH. SEPH.

Para saber las elecciones de las mismas seis cosas tomadas de cinco en cinco , multipliquense todos los terminos de la primera progression unos por otros , hasta el 5. esto es 1. por 2. y el producto 2. por 3. y el producto 6. por 4. y el producto 24. por 5. y será el producto 120. así mismo se multiplicarán los terminos de la progression segunda , hasta el termino correspondiente al 5. y el producto 720. se partirá por 120. y el quociente 6. será el numero de las elecciones que se busca , como IOSEP. IOSEH. IOSPH. IOEPH. ISEPH. OSEPH.

Ultimamente , si todos los terminos de cada progression se multiplican unos por otros , y se parte el producto de la segunda por el producto de la primera , saldrá 1. que es el numero de las elecciones de seis cosas tomadas de seis en seis , como IOSEPH. porque no se pueden tomar mas que una vez.

Con que el numero de las combinaciones de seis cosas desemejantes sin atender al lugar tomadas de una en una , es 6. tomadas de dos en dos , es 15. de tres en tres , es 20. de quatro en quatro , es 15. de cinco en cinco es 6. y de seis en seis , es 1. y todas juntas son 63. elecciones. Si del numero 63. de las elecciones , se quita el numero de las cosas 6. quedará el numero 57. de las conjunciones ; esto es , seis cosas diferentes , se pueden juntar entre sí 57. veces.

827 El mismo numero de todas las elecciones , se hallará formando una progression dupla ascendente de tantos terminos , quantas fueren las cosas diferentes , porque en el exemplo propuesto arriba son seis , será la progression 1. 2. 4. 8. 16. 32. doblese el ultimo termino 32. y del duplo 64. se quitará 1. por regla general , y quedarán 63. elecciones como antes.

828 Pero para saber quantas veces una de las seis cosas defemejante, se juntará con las otras tomadas de dos en dos, de tres en tres, &c. dividase el numero de las elecciones, tomando las cosas de dos en dos; de tres en tres, &c. por el numero de las cosas, y multiplicando el quociente por 2. si se toman de dos en dos, ó por 3. si se toman de tres en tres, &c. saldrá el numero de las conjunciones que se busca; como si se desea saber la letra E. de la misma diction IOSEPH, en quantas conjunciones se hallará, tomando las letras de dos en dos, dividase el numero 15. de las elecciones tomadas de dos en dos por 6. que es el numero de las cosas, y el quociente 2. y medio, multipliquense por 2. porque se toman de dos en dos, y el producto 5. dará el numero de las conjunciones así IE. OE. SE. EP. EH. con que de 15. elecciones que señalamos arriba de las dichas seis letras en 5. pares, tan solamente se hallará la letra E. y lo mismo es qualquier otra letra de las 6. El mismo estilo se guarda quando ay mas, ó menos cosas que seis.

829 Para reducir estas combinaciones á la practica, se pondrá la letra que se quisiere en primer lugar, como la I. en la misma diction IOSEPH. y pasando una linea para mayor distincion, se pondrá la segunda letra O. en el segundo lugar, despues se repartirá la O. y á su lado la primer letra I. Tirando otra linea, se pondrá en tercer lugar la tercer letra S. despues se repitirá la misma letra, y á su lado todas las combinaciones hechas hasta ahora. Corrase otra linea, y se pondrá la letra E. y despues se repitirá tantas veces, quantas fuere necesario, para que á su lado estén todas las combinaciones hechas hasta ahora. Y deste modo se irá prosiguiendo como se ve en la formula.

Dispuestas de este modo las cosas, se vé claramente; que tomadas de una en una, ay 6. elecciones; tomadas de dos en dos, ay 15. elecciones, porque ay otros tantos binarios, y las conjunciones de cada letra, serán 5. Tomadas de tres en tres, se hallan 20. elecciones, pues ay otros tantos ternarios, y las conjunciones de cada letra, serán 10. Tomadas de quatro en quatro, se hallan 15. quaternarios, y 10. conjunciones de cada letra. Tomadas de cinco en cinco ay 6. elecciones, y 5. conjunciones; ultimamente tomadas de seis, ay sola una eleccion. Vase la formula en la pagina siguiente.

### Caso III.

830 Quando ay cosas semejantes, y desemejantes, se escri-

virá el número de cada una, y añadiendo à cada uno una unidad, se multiplicarán continuamente, del producto se quitará uno, y quedará el número de todas las combinaciones, ó elecciones; si deste número se quita el número de las cosas, quedará el número de las conjunciones.

Sean las letras que se han de combinar las deste nombre MARIA, donde ay dos semejantes, y las otras son desemejantes, escrivase el número 2. por las semejantes, y 1. por cada desemejante así, 2. 1. 1. 1. Añadiendo á cada uno una unidad, serán 3. 2. 2. 2. y multiplicando unos por otros, saldrá el producto 24. del qual restando 1. quedarán 23. que es el número de las combinaciones, del qual si se restan 4. que es el número de las cosas, contando las semejantes por una sola, saldrán las conjunciones 19.

Otro exemplo: Sea esta diction PARARA, donde ay tres semejantes de una especie, dos semejantes de otra especie, y una desemejante; pues escrivanse los números 3. 2. 1. á los quales añadiendo una unidad, serán 4. 3. 2. y multiplicando continuamente, saldrán 24. quitando 1. quedarán 23. que es el número de las combinaciones, del qual restando 3. que es el número de

I	H
—	HI
O	HO
OI	HOI
—	
S	HS
SI	HSI
SO	HSO
SOI	HSOI
—	
E	HE
EI	HEI
EO	HEO
EOI	HEOI
ES	HES
ESI	HESI
ESO	HESO
ESOI	HESOI
—	
P	HP
PI	HPI
PO	HPO
POI	HPOI
PS	HPS
PSI	HPSI
PSO	HPSO
PSOI	HPSOI
PE	HPE
PEI	HPEI
PEO	HPEO
PEOI	HPEOI
PES	HPES
PESI	HPESI
PESO	HPESO
PESOI	HPESOI
—	

de las cosas, contando cada especie desemejantes por una sola, restaría 20. que es el numero de las conjunciones.

831 Para reducir estas combinaciones à la practica, donde claramente se verá el numero de los binarios, terminos, &c. se hará así: Escrivase una de las letras semejantes en primer lugar; despues se pondrán dos, despues tres, &c. hasta que se pongan tantas letras semejantes, quantas huviere en la dición, que es lo mismo que poner todas las elecciones que pueden tener las cosas semejantes (825). Despues se pondrá en segundo lugar la otra letra semejaante si la huviere, y combinandola con todos los modos hasta aqui hechos, se pondrá duplicada despues, y se combinará con los primeros modos, &c.

Como en la primer dición MARIA. se escribirá en primer lugar la A. y despues duplicada, tirando una linea, se pondrá la M. y despues MA. y MAA. que es combinarla con los modos antecodentes; tirese una linea, se escribirá la otra letra R. y despues se escribirá tantas veces, hasta que à su lado estén todas las combinaciones antecodentes, y deste modo se proseguirá, como se vé en la primer formula, donde tomadas las letras de una en una, ay 4. elecciones; tomadas de dos en dos, ay 7. elecciones por otros tantos binarios, y 3. conjunciones. Tomadas de tres en tres, ay 7. elecciones, y 4. conjunciones. Tomadas de quatro en quatro, ay 4. elecciones, y 3. conjunciones; ultimamente tomadas de cinco en cinco, ay sola una eleccion.

A	A
AA	AA
—	AAA
M	—
MA	R
MAA	RA
—	RAA
R	RAAA
RA	—
RAA	RR
RM	RRA
RMA	RRAA
RMAA	RRAAA
—	—
I	P
IA	PA
IAA	PA A
IM	PA A A
IMA	PR
IMAA	PRA
IR	PRAA
IRA	PRAAA
IRAA	PRR
IRM	PRRA
IRMA	PRRAA
IRMAA	PRRAAA
—	—

En la otra dición PARARA, se escribirá primeramente la A. sencilla, despues duplicada, y despues triplicada, que son las elecciones de tres cosas semejantes, y tirando una linea, se escribirá la R. sencilla, y despues se combinará con todos los modos hasta qui hechos; tirese otra linea, y escribiendo dos veces la R. se combinará despues con solo el primer miembro de letras semejantes: Ultimamente se escribirá la P. sencilla, y se combinará con todos los modos hechos hasta agora. Y deste modo se pueden combinar otras dicciones.

P R O B L E M A III.

*DADO EL NUMERO DE COSAS, HALLAR LAS COMBINACIONES que pueden tener tomadas de dos en dos, de tres en tres, &c. atendiendo al lugar.*

*Caso I.*

832 **Q**Uando las cosas dadas, son todas semejantes como A. A. A. A. A. A. no pueden tener mas combinaciones, que las que se señalaren, quando solamente se combinavan en orden à la sustancia sin atender al lugar (825) deste modo A. AA. AAA. AAAA. AAAAA. porque siendo semejantes, lo mismo es que se pongan á la derecha, que à la izquierda, y así en orden al lugar, no admiten combinaciones alguna.

*Caso II.*

833 Quando las cosas son todas desemejantes, como las letras deste nombre IOSEPH, busquense las combinaciones sin atender al lugar tomadas de dos en dos, de tres en tres (826), y porque se han de combinar tambien en orden al lugar, busquense las combinaciones en orden al lugar (822) y multiplicando las unas por las otras, saldrá el numero que se busca. Como si se toman de una en una, tienen 6. elecciones, y una cosa no se puede mudar mas que de un modo, pues multiplicado 6. por 1. salen los mismos 6. que son las elecciones, que se buscan.

Si las letras de dicho nombre se han de tomar de dos en dos, avrà 15. elecciones, y tomadas en orden al lugar dos cosas, se pueden variar de 2. modos, pues multiplicado 15. por 2. serán 30. las elecciones que se pueden hacer de las letras del dicho nombre atendiendo al lugar.



Si se toman de tres en tres , admitirán 20. elecciones ( 826). Y porque tres cosas se pueden combinar de 6. modos , atendiendo solo al lugar (822) se multiplicará el 20. por 6. y el producto 120. enseñará las elecciones que pueden hacer de las letras del dicho nombre tomadas de tres en tres , y atendiendo al lugar.

Si las seis letras del referido nombre , se toman de quatro en quatro , admiten 15. elecciones (826) y en orden al lugar 4. cosas se pueden combinar de 24. modos (822) luego multiplicando 15. por 24. saldrán 360. elecciones atendiendo al lugar. Tomadas de cinco en cinco , tienen 6. elecciones , y cinco cosas se pueden mudar de 120. modos (822) y así multiplicando 6. por 120. salen 720. elecciones. Ultimamente las seis cosas tomadas de seis en seis , no tienen mas que una eleccion , y seis cosas se pueden combinar de 720. modos , los quales multiplicado por 1. son los mismos , con que serán 720. elecciones , que todas juntas hacen 956. elecciones en orden al lugar , y sustancia.

### Caso III.

835 Quando se han de combinar en quanto à la sustancia , y lugar cosas semejantes , y desemejantes se hará la combinacion por la practica del Problema antecedente (831) deste modo. En el nombre MARIA ay cinco letras , de las quales las dos son semejantes ; pues tomese la A. como si fuera una sola , y así avrà 4. elecciones tomadas de una en una ; y como una cosa no se puede mudar mas que un modo , serán solas 4. elecciones en orden à la sustancia , y lugar. Tomadas de dos en dos , admiten 7. elecciones , en las quales ay una de letras semejantes AA. que no puede variarfe en orden al lugar , y así se tomarán las 6. y pues dos cosas se pueden mudar de dos modos en orden al lugar (822) multiplicando 6. por 2. y el producto 12. añadiendo 1. por el binario semejante , serán 13. las combinaciones atendiendo à la sustancia , y al lugar.

Las mismas letras tomadas de tres en tres , admiten 7. elecciones (831) en las quales ay tres que tienen dos letras semejantes , y así se han de contar como si tuvieran dos letras solas , con que quedarán quatro de tres letras ; las combinaciones pues de tres cosas en orden al lugar son 6. multiplicando 6. por 4. ternarios son 24. á mas desto , las combinaciones de dos cosas en orden al lugar , son 2. multiplicando pues 2. por los tres terminos semejantes , son 6. que juntos con los 24. hacen 30. elecciones de tres en tres en orden al lugar , y sustancia.

Si se toman de quatro en quatro, tienen 4. elecciones, de las quales ay tres quaternarios que tienen dos letras semejantes, pues se han de tomar como si fueran ternarios, y sobra un quaternario, que en orden al lugar, admite 24. combinaciones; cada ternario tiene 6. combinaciones en orden al lugar, que multiplicadas por 3. por ser tres los ternarios, hacen 18. combinaciones, las quales juntas con las 24. son 42. combinaciones. Ultimamente tomadas de cinco en cinco, admiten sola una eleccion, y porque ay dos letras semejantes, se tomarán como si fuesen 4. letras, las quales en orden al lugar, tienen 24. combinaciones, y como no es mas que un quaternario, (contadas las dos letras semejantes como una) y la unidad no aumenta la multiplicacion, serán 24. las elecciones en orden al lugar. Con que las letras deste nombre MARIA, se pueden combinar de 113. modos, atendiendo á la sustancia, y lugar. Lo mismo se hará en qualquier otra diçion de letras semejantes, y desemejantes, contando las semejantes por una, atendiendo à la combinacion del lugar.

# APPENDICE.

**P**ARA que en esta obra nada falte de lo que fueren traer los Autores en sus Arithmeticas , y de que hacen algunos mucho aprecio , como son juegos por numeros , reglas Geometricas resueltas por numeros , y otras cosas curiosas , me ha parecido recogerlas en este appendice, donde hallará el que gustáre desto en que entretener su apetito.

## CAPITULO PRIMERO.

### DE ALGUNOS MODOS ARTIFICIOSOS para adivinar numeros ocultos.

**A** Estos modos de adivinar numeros que uno ha pensado , llaman comunmente *juegos de numeros* , los quales de ordinario se resuelven por alguna multiplicacion , y particion disimulada , ò exercitando alguna otra operacion Arithmetica que se hacen en las preguntas , y respuestas. Pongo aqui los mas principales de los que traen los Autores.

#### ADIVINAR EL NUMERO QUE UNO HA PENSADO.

836 Algunos fueren poner regla para adivinar los dineros que uno tiene , las horas à que ha comido , ò se ha acostado , &c. pero lo mismo es que adivinar el numero que ha pensado. Hagase pues , que el numero pensado se trespoble , y despues de trespoblado , se preguntará si el triplo es par , ò impar ; si respondieron que par , digase que tomen la mitad , pero si fuere impar , hagase que se añada 1. y que se tome la mitad : Hecho esto , digase que se triplique esta mitad , y del triplo que se quiten todos los nueves que se  
pue-

puedan , y que digan quantos nueves han quitado : Sabidos los nueves , tomese 2. por cada uno ; tomese tambien una unidad quando el primer triplo es impar , y saldrà el numero pensado.

Como si se pensaron 4. háganse tresdoblar , y serán 12. cuya mitad es 6. la qual tresdoblada , hace 18. donde ay dos nueves , pues tomando 2. por cada uno , hacen 4. que es el numero que se pensó.

Otro exemplo : Supongo que se han pensado 5. dígase que se tresdoble , y serán 15. al qual numero porque es impar , y no tiene mitad justa , se añadirà 1. y serán 16. cuya mitad 8. tresdoblada , hace 24. donde ay dos nueves , por los quales se tomaràn 4. esto es 2. por cada uno , y à mas desto , se tomarà una unidad por ser impar el primer triplo , y averse añadido 1. y así serán 5. que es el numero pensado.

Otro exemplo : Supongo que se pensaron 2. el qual tresdoblado hace 6. cuya mitad 3. tresdoblada , son 9. donde ay solo un nueve , por lo qual dirè que se pensaron 2.

Otro exemplo : Se pensó 1. cuyo triplo 3. no tiene mitad , pues añadiendo 1. serán 4. cuya mitad 2. tresdoblada , hace 6. donde no ay nueve alguno , y así tampoco se tomarà 2. alguno , pero se ha de tomar 1. por la unidad añadida , que será lo que se pensó.

### *De otro modo.*

837 Digase que el numero pensado se tresdoble , y que en el triplo se vea quantos nueves ay , tomando 3. por cada nueve , despues se preguntará si sobra algo , y si es par , ó impar ; si dixeren que par , se tomaràn 2. y si impar 1. pero si nada sobra , no se tomarà unidad alguna. Si del triplo no se puede quitar nueve alguno , preguntese si dicho triplo es par , ó impar , si fuere par , será 2. el numero pensado , y si impar 1.

Como si se pensaron 8. dígase que tresdoblen , y serán 24. donde ay dos nueves , y sobran 6. que es numero par ; pues tomando 3. por cada nueve , serán 6. y mas 2. porque sobró numero par , saldràn los 8. que se pensaron.

Otro exemplo : Se han pensado 9. su triplo es 27. donde caben tres nueves , y nada sobra , pues tomando 3. por cada nueve , serán los 9. pensados. Otro exemplo : Se pensó 1. su triplo es 3. donde no cabe el nueve , pues porque es impar , será 1. lo que se pensó. Otro exemplo : Se pensaron 2. su triplo es 6. donde no cabe el nueve , pues porque es par se tomaràn solos 2. por el numero pensado.

*De otro modo.*

**838** El numero pensado , multipliquese por 5. y en el producto vease quantas veces entra el 10. y si sobra algo , pues por cada 10. se tomaràn 2. y por lo que sobra 1. como si se han pensado 6. se multiplicaràn por 5. y seràn 30. donde ay tres dieces , y nada sobra , pues tomado 2. por cada diez , dirè que es 6. el numero pensado.

Otro exemplo : Se han pensado 7. multiplicados por 5. son 35. donde ay tres dieces , y sobra algo , pues tomando 2. por cada diez , seràn 6. y 1. por lo que sobra seràn 7. Otro exemplo : Se pensó 1. multiplicando por 5. hacen 5. donde no entra el 1. pues es señal que se pensó 1. porque el mismo 5. se ha de tomar por residuo

*De dos numeros par , è impar , adivinar quien pensó el par , y quien el impar.*

**839** Supongo que aya dos cantidades de dinero , de las quales la una es par , y la otra impar , las quales se repartieron entre Pedro , y Juan , para conocer quien tomó la que era par , y quien la impar , tomense dos qualesquiera numeros par , è impar , como 2. y 3. despues digase , que Pedro , y Juan , multipliquen su cantidad por uno destos numeros el que quisiere ; esto es , que cada uno multiplique su cantidad por el numero destos que quisiere : Hecho esto , preguntese si la suma de los productos es par , ò impar ; si dixeren que par , aquel que avrà multiplicado por 2. tendrá impar , el otro par ; pero si dicha suma fuere impar , quien avrà multiplicado por 2. tendrá par , y el otro impar.

Como si las cantidades son 5. y 8. y Pedro tomó el 5. y Juan el 8. Digase que Pedro multiplique su cantidad por 2. y Juan por 3. y seràn los productos 10. y 24. cuya suma 34. es par ; pues porque Pedro ha multiplicado por 2. que es par , tendrá la cantidad impar 5. y Juan la otra 8. Asi mismo , si se dice que Pedro multiplique su cantidad por 3. y Juan por 2. saldràn los productos 15. y 16. cuya suma 31. es impar , por lo qual conocerè , que Juan que multiplicò por 2. tendrá la cantidad par , y Pedro la impar. Ultimamente , aviendo sabido quien tiene la cantidad par , y quien la impar , se sabrà quanta es la cantidad de cada uno por las reglas antecedentes de adivinar el numero pensado.

*Adivinar los numeros que muchos han pensado, con tal, que sean menos que 10.*

840 Pongase orden entre las personas de primero-, segundo-, &c. despues digase al primero que doble el numero que pensó, y al duplo añada 5. y la suma multiplique por 5. y al producto añada 10. Despues digase al segundo que à esta ultima suma añada el numero que él pensó (el primero ha de decir ocultamente al segundo la ultima suma) y que lo multiplique todo por 10. Digase tambien al tercero, que à este ultimo producto añada el numero que pensó, y multiplique la suma por 10. y deste modo precediendo hasta 10. personas; pero la ultima no deve multiplicar por 10. fino solo añadir su numero al ultimo producto. Esto supuesto, se enseñará todo el numero producido, del qual se quitaràn 35. si las personas fueren dos, 350. si fueren tres, 3500. si quatro, 35000. si cinco, &c. y los guarismos de la resta enseñaràn los numeros que cada uno pensó; esto es, el primer guarismo de la izquierda, enseñará el numero que pensó la primera persona; el segundo el de la segunda, &c. y por esso el numero pensado no ha de exceder de 10.

Como si son seis personas, y la primera pensó 7. la segunda 6. la tercera 5. la quarta 4. la quinta 3. y la sexta 2. Digase à la primera que doble su numero, (que seràn 14.) y al duplo añada 5. y que multiplique la suma (que es 19.) por 5. y al producto que es 95.) añada 10. y seràn 105. Este numero ha de decir el primero al segundo fin que lo entienda el que ha de adivinar los numeros pensados. Aora digase al segundo que añada el numero que pensó 6. à la dicha suma del primero, (y seràn 111.) y que todo lo multiplique por 10. (que seràn 1110.) el qual numero ha de comunicar al tercero. Hecho esto, digase al tercero que añada su numero al que le han comunicado, y seràn 1115. y que le multiplique por 10. (y seràn 11150.) al qual numero comunicará al quarto.

Digase al quarto que añada su numero al que le han comunicado, y seràn 11154. el qual multiplicado por 10. saldràn 111540. que ha de manifestar ocultamente al quinto. Digase al quinto que añada su numero 3. al que le han manifestado, y la suma 111543. multiplique por 10. y seràn 1115430. que tambien ha de manifestar al sexto. Ultimamente digase al sexto que añada su numero 2. al numero que le dixo el quinto, y seràn 1115432. del qual numero se restaràn 350000. porque son seis las personas, y quedaràn 765432. y así dire que el primero pensó 7. que es el primer guarismo de mano izquierda;

quierda ; el segundo pensó 6. que es el segundo guarísimo ; el tercero pensó 5. por ser el tercer guarísimo , &c.

### *Juego de la Sortija.*

841 Si de muchas personas una toma una sortija , y la pone en la mano , dedo , y nudo que quiere , se puede saber quien la tiene , y en que mano , dedo , y nudo por la regla siguiente , la qual es casi la misma que la pasada. Primeramente pongase orden entre las personas , determinando qual sea la primera , segunda , &c. Despues se ha de suponer , que la mano derecha es la primera , y la izquierda la segunda ; pongase tambien orden en los dedos , que el pulgar sea el primero , el indice el segundo , &c. Ultimamente determinese el orden de los nudos , siendo el extremo el primero , el siguiente el segundo , &c.

Esto supuesto supongo que son 30. personas , de las quales la vigesima en orden tomó la sortija , y la puso en la mano izquierda en el dedo anular , que es el quarto en orden , y en el nudo segundo. Digase que secretamente doblen el numero de las personas hasta la que tiene la sortija , y al duplo 40. añaden 5. y que toda la suma 45. multipliquen por 5. luego que al producto 225. añadan el numero de la mano en que estuviere la sortija , que es 2. por estar en la mano izquierda , y la suma 227. multipliquen por 10. y al producto 2270. añadan el numero de los dedos que es 4. la suma 2274. multipliquen por 10. y al producto 22740. añaden el numero del nudo , que es 2. Ultimamente digase , que de la ultima suma 22742. resten este numero 2500. y que enseñen la resta 20242. en la qual los mismos guarismos manifiestan lo que se busca , porque el primero de mano derecha , que es 2. denota que la sortija está en el nudo segundo , el siguiente guarismo 4. indica que está en el dedo quarto , el siguiente 2. manifiesta la mano izquierda , que como está dicho , es la segunda en orden , y los restantes 20. señalan el numero de personas.

### *Adivinar quien de muchas personas escondió una cosa.*

842 Supongo que ay muchas personas , y que una dellas escondió una qualquier cosa , ó tomó una moneda , &c. para conocer la persona que la tomó , pongase orden entre las personas ; esto es , determinese qual sea la primera , segunda , &c. Hecho esto , supongo que la nona persona en orden tomó la tal cosa : Digase que se doble el numero de las personas hasta aquella que la tomó , y que al duplo ( que es 18. ) se añadan 5. y la suma ( que es 23. ) se multipli-



plique por 5. despues del producto 115. quítese el primer guarismo de la derecha 5. y de los 11. que quedan , quítese 2. la resta 9. dará el numero de las personas.

*Juego de los moros , y Christianos.*

843 Supongo que en un Navío pequeño ay 15. Christianos, y 15. Moros , el qual peligrando por el sobrado peso , determina el Patron echar 15. personas al mar , pero para quitar altercados , dice, que se pongan todos de una hilera , y que comenzando à contar hasta nueve , despues prosiguiendo en contar hasta nueve , aquel en quien cayere el nueve vaya á fondo ; pues para que queden salvos todos los Christianos , y solos los Moros perezcan , se pueden disponer en la forma siguiente fundada en las vocales deste verso.

*Populeam Virgam Mater Regina tenebat.*

Donde comenzando por los Christianos , y alternando con los Moros , cada vocal denota el numero de los que se han de poner , segun el lugar que la dicha vocal tuviere en las cinco vocales ; tomando la A. por primera , la E. por segunda , la I. por tercera, la O. por quarta , y la V. por quinta.

Y así la primera sílaba PO. pertenece à los Christianos, y porque tiene O. que es la quarta vocal , pongase 4. Christianos en hilera , como se vé en la formula siguiente, representados por las letras C. La segunda sílaba PV. es de los Moros , y porque tiene la vocal V. que es la quinta , se pondrán despues 5. Moros , como lo denotan las cinco M. La tercera sílaba I. E. pertenece à los Christianos , y pues tiene E. que es la segunda vocal , se pondrán dos Christianos. La quarta sílaba AM. que es de los Moros , tiene A. y así se pondrá un Moro. La quinta VIR. es de los Christianos , pues porque tiene I. que es la tercera vocal , se pondrán tres Christianos ; y así alternando las sílabas en Moros , y Christianos , y poniendo tantos , como el lugar que la vocal tuviere en las cinco vocales , como se vé en la siguiente serie.

CCCCMMMMMCCCMCCCMCCMMCCMMCCMMCCM.

Donde contando desde el principio hasta 9. y prosiguiendo siempre en contar de 9. en 9. caerán todos los nueves en Moro , como se puede probar. Pero adviértase , que esta regla solo vale quando el numero de las personas es 30. y la mitad son Christianos , y la otra Mo-

ros ; pero si fuera otro numero , ò se huvieran de contar de ocho en ocho , ò de siete , en siete , &c. entonces no ay otra regla mas que disponer tentando una serie de letras. que representen Moros , y Christianos , de suerte que cayga el 9. 8. 7. &c. siempre en Moro , y entonces disponer un verso à semejanza del que està dado.

*Juego de las tres prendas.*

844 Supongo que tres personas toman tres cosas diferentes como A. E. I. para adivinar quien tiene cada cosa , se ha de poner orden las personas , y cosas ; esto es , qual sea la primera , segunda , &c. y de las cosas sea A. la primera , E. la segunda , y I. la tercera. Hecho esto , se han de poner 24. dineros , avellanas. &c. de los quales se darán 1. à la primera persona , 2. à la segunda , y 3. à la tercera , y quedarán 18. Despues desto , cada persona tomarà ocultamente la cosa que mejor le pareciere , pero con esta advertencia , que quien tomare la primer cosa A. ha de tomar tantos dineros de los 18. restantes como tuviere ; quien tomare la segunda cosa E. ha de tomar de los dineros restantes doblado de lo que tiene ; y quien tomare la tercer cosa I. ha de tomar quatrodoblado. Y necessariamente han de quedar uno , ò dos , ó tres , ò cinco , ò seis , ò siete ; porque 4. jamàs pueden quedar.

Esto supuesto , para adivinar quien tiene cada cosa de las tres , confíderese el verso siguiente.

1                      2                      3                      4                      5                      6  
*Pallentis Evandri Siguine Feritas Immane Vigebat.*

El qual tiene seis dicciones correspondientes à los dineros , ò en- culos que pueden quedar ; esto es , la primera *Pallentis* , si queda un di- nero ; la segunda *Evandri* , si quedan 2. &c. como lo enseñan los gua- rismos que estàn sobre ellas. Cada diction tiene tres vocales , de las quales la primera correspondiente à la primer persona ; la segunda à la segunda , y la tercera à la tercera ; y assi segun el orden de las vocales , enseñarán quien tomò cada cosa.

Supongo pues , que la primer persona tomò la E. la segunda la I. y la tercera la A. Esto supuesto , el que tomò la primera cosa A. ha de tomar de los 18. dineros otros tantos como tiene , y pues es la tercera persona à quien se le han dado 3. dineros , tomará otros tres , y quedaràn 15. Assi mismo , porque la primer persona tomò la se- gunda cosa E. ha de tomar de los 15. dineros restantes doblado de lo que tiene , y pues al principio le dieron 1. dinero , ha de tomar 2.

y quedarán 13. Ultimamente, porque la segunda persona ( que tiene 2. dineros) toma la tercera cosa I. ha de tomar, quatro doblado; esto es, 8. y quedarán 5. los quales se han de manifestar á quien hace el juego, porque todo lo demás se ha de hacer ocultamente.

Sabiendo pues que sobran 5. dineros, ó calculos, se recurrirá al verso antecedente á buscar la dición que corresponde al 5. la qual es *Feritas*; donde la primer vocal E. denota, que la primera persona tomó la segunda cosa E. la segunda vocal I. significa, que la segunda persona tomó la tercera cosa I. y la tercera vocal A. declara, que la tercera persona tomó la primer cosa A.

*Adivinar numero de calculos que ay en un monton, con solo verle, y sin preguntar cosa alguna.*

845 Este juego si se hace con artificio, y diligencia, es el mas curioso de todos, porque no molesta con preguntas. Se han de formar diferentes montoncillos de dineros, avellanas, &c. que estén en progresion dupla; esto es, en el primer montoncillo avrá 1. en el segundo 2. en el tercero 4. el quarto 8. en el quinto 16. Esto supuesto, digase que ocultamente se haga un monton de quantos montoncillos quisiere, comenzando desde el primero, sin interpolar alguno; esto es, que se recojan, ó los dos montoncillos primeros, ó los tres, ó los quatro, &c. Y entre tanto el que huviere de adivinar, hará otros montoncillos en la mesma progresion de calculos iguales á los que ha de adivinar, y se harán en parte oculta, de suerte que no los puedan ver: Esto supuesto, reconocerá el monton que ha de adivinar, y formará otro igual á la vista, recogiendo tantos montoncillos, quantos fueren menester; aviendo igualado el monton (en lo qual no puede aver engaño, porque á cada montoncillo que se añade, crece doblado) doblará los calculos del ultimo montoncillo que añadió, y del duplo quitando la unidad, será el numero de los calculos que avrá en el monton que ha de adivinar.

o	1
o o	2
o o	3
o o	
ooo	
o o	4
ooo	
oooo	
oooo	
oooo	5
oooo	
ooooo	
ooooooo	
ooooooo	6
ooooooo	
oooooo	

Como si se reúnen los cinco primeros montoncillos ( los que quedan , se han de apartar ) y se hace un monton dellos , entre tanto se formará otra progresion aparte , y aviendo reconocido muy bien la magnitud del monton , recogerá quatro montoncillos , y porque no igualan con el monton , pondrá un montoncillo mas , con el qual igualará ; y porque en el ultimo montoncillo , que fue el 5. avia 16. calculos , les doblará , y del duplo 32. quitando 1. quedarán 31. y tantos calculos ay en el monton.

## CAPITULO SEGUNDO.

### DE REGLAS GEOMETRICAS RESUELTAS por numeros.

**D**Estas reglas Geometricas , las que enseñan medir superficies planas , son necessarias à los Agrimensores para medir los campos : los quales tienen diversas medidas en diferentes Reynos , como en Castilla se mide por Estadales ; en Valencia por Canas , que cada una tiene 9. palmos. Aqui las pongo por palmos , dexando al cuidado del Agrimensor , que sepa lo que se estila en su Reyno.

*Dado el diametro de un circulo , hallar la circunferencia.*

846. La razon que tiene el diametro de un circulo à su circunferencia (diametro es la linea recta que passa por el centro , y está terminada en la circunferencia) aun no está conocida , pero se han hallado algunas muy proximas à la verdad , y en la practica bastantes para no cometer hierro de consideracion , como es la de Archimedes de 7. à 22. esto es , que si el diametro se divide en 7. partes iguales , tendrá 22. destas la circunferencia , y esta razon de 7. à 22. aunque es la mas vulgar , pero no la mas precisa , porque es menor que la verdadera. Mejor , y mas conveniente es la razon de Rudolfo Cesario de 300. à 314. esto es , si el diametro tiene 100. partes iguales , tendrá la circunferencia 314.

Esto supuesto , sea un circulo cuyo diametro tenga 20. palmos , digase por regla de tres : Si 7. dan 22. luego 20. palmos de diametro , darán 62. y seis septimos de circunferencia ; ó si 100. dan 314. luego 20. darán 62. y quatro quintos.

*Dada la circunferencia, hallar el diametro.*

847 Sea la circunferencia de un circulo 44. palmos ; digase por regla de tres : Si 22. dán 7. luego 44. daràn 14. palmos de diametro; ò por la proporcion de Ceulen : Si 314. dán 100. luego 44. daràn 14. palmos , y 2. 157. avos. Pero adviértase , que como estas razones del diametro á la circunferencia , ò al contrario , no son justas , tampoco concuerdan entre sí.

*Hallar la Area , ò superficie de un circulo.*

848 Primeramente se han de conocer el diametro , y circunferencia , despues se multiplicará la mitad del diametro por la mitad de la circunferencia , y saldrá la superficie del circulo : Como si un circulo tiene 14. palmos de diametro , y 44. de circunferencia , multiplicando 7. que es la mitad del diametro por 22. que es la mitad de la circunferencia , salen 154. palmos quadrados de superficie.

*De otro modo.*

849 La superficie de un quadrado circunscrito al circulo es , hecho del diametro , tiene á la superficie del circulo la razon proxima de 14. á 11. como consta por demonstracion de Archimedes ; luego formando una regla de tres : Si 14. dán 11. luego el quadrado del diametro , dará la superficie del circulo , se sabrá la dicha superficie : Como si un circulo tiene 10. palmos de diametro ; multipliquense 10. por 10. que es quadrar el diametro , y feràn 100. digase agora : Si 14. dán 11. luego 100. daràn 78. palmos , y quatro septimos de superficie del circulo.

*Dada la superficie del circulo , hallar el diametro.*

850 Un circulo tiene 49. palmos quadrados de superficie , para saber el diametro , digase por regla de tres : Si 11. dán 14. luego 49. daràn 62. y 4. 11. avos , cuya raíz quadrada , será el diametro

*Hallar la superficie de una Elipse , ò figura oval plana.*

851 Archimedes demonstrò que la superficie de un circulo , cuyo diametro es medio proporcional entre los diametros del ovalo , es igual á la superficie de dicho ovalo : Luego si se multiplican entre sí los diametros del ovalo ; esto es , la longitud , y la latitud , y del producto se saca la raíz quadrada , será el diametro del circulo , cuya

area,

area , ò superficie , se hallará por la regla antecedente (848) y será igual á la superficie que se busca.

Como si un ovalo tiene 16. palmos por mayor diametro , ò longitud , y 4. por menor diametro , ò latitud , multiplicando 16. por 4. salen 64. cuya raíz quadrada 8. es diametro de un circulo de igual superficie con el ovalo ; busquese pues la circunferencia (846) que será 25. y un septimo , multiplicando la mitad 4. del diametro por la mitad 12. y quatro septimos , saldrán 50. palmos , y dos septimos de superficie del circulo , que es igual á la superficie del ovalo.

Pero mas facilmente se puede hacer por el segundo modo de hallar la superficie de un circulo (849) sin sacar raíz quadrada , multiplicando los diametros del ovalo entre sí , y formando regla de tres : Si 14. dan 11. luego el producto 64. dará 50. y dos septimos como antes.

### *Medir la superficie de un triangulo rectilineo.*

852 La superficie de un triangulo rectilineo , se puede medir de muchos modos segun la diversidad de los triangulos , y de lo que está conocido ; y para no multiplicar reglas , esta será general para todos , aunque se puedan medir algunos por regla mas facil. Midanse primeramente los tres lados del triangulo , y supongo que por un lado tiene 20. palmos , por el otro 17. y por el otro 21. cuya suma es 48. y su mitad 24. restese cada lado desta mitad , y quedarán las diferencias 14. 7. y 3. las quales se multiplicarán entre sí , y el ultimo producto 294. se multiplicará por dicha mitad 24. esto es , multipliquense sucesivamente las diferencias , y mitad sobredicha , y sacando la raíz quadrada del ultimo producto 7056. que es 84. será la superficie del triangulo.

Otro exemplo : Sean los lados de un triangulo 4. 6. 8. cuya suma es 18. y la mitad 9. restese cada lado desta mitad , y saldrán las diferencias 5. 3. 1. las quales multiplicadas entre sí , y el producto 15. multiplicado por la mitad 9. sobredicha , hacen 135. cuya raíz quadrada 11. y 14. 23. avos , es la superficie del triangulo.

853 Si en qualquier triangulo rectilineo está conocida la perpendicular de un angulo al lado opuesto , facilmente se hallará la superficie del dicho triangulo , multiplicando los palmos de dicha perpendicular por la mitad de los palmos que tiene el lado sobre quien cae , y el producto será la superficie que se busca.

*Medir la superficie de un quadrilatero rectangulo.*

854 El quadrilatero rectangulo (dicese así, porque tiene quatro lados en angulos rectos, ó perpendiculares unos à otros) es en dos maneras, el uno es quadrado, que tiene todos los quatro lados iguales, y el otro es prolongado, que tiene dos lados mayores que los otros dos, como es la superficie de esta llana. Multipliquese el lado del quadrado por sí mismo, ó uno de los lados mayores del prolongado por otro de los menores, y el producto será la superficie.

Como si un quadrado tiene 9. palmos por lado, multiplicando 9. por 9. saldrá la superficie 81. palmos quadrados. Ay una figura rectangular prolongada, que tiene 12. palmos por un lado mayor, y 5. palmos por un lado menor, multiplicando 12. por 5. salen 60. palmos quadrados de superficie.

*Medir la superficie de qualquier figura plana rectilinea.*

855 Refuelvase la figura rectilinea en triangulos, tirando lineas de un angulo à los otros, ó de un punto de en medio à todos los angulos, y midiendo la superficie de cada triangulo (852) sumense todas las superficies de los triangulos, y saldrá la superficie que se busca.

*Medir la superficie de qualquier figura plana irregular.*

856 Si las figuras irregulares son rectilineas, se medirán sus superficies por la regla antecedente; (855) pero si son curvilineas, ó mixtas de lineas rectas, y curvas, no tienen regla cierta que sea general para todas, aunque se puede acercar mucho à la verdad. Descrivase dentro dellas un quadrilatero, ó sea quadrado, ó prolongado, segun fuere menester, y en los vacíos que quedan à los lados, se harán otros quadrilateros, ó triangulos; y si à los lados ay otros vacíos, descrivanse otros hasta que toda la figura esté llena de quadrilateros, ó triangulos; hecho esto, midanse las superficies de todos los quadrilateros, y triangulos, y la suma de todos, será la superficie proxime de la figura irregular.

*Aumentar, ó disminuir una figura plana en qualquier razon.*

857 Por el diametro, ó lado de la figura se aumenta, ó disminuye en la razon que se quisiere, suponiendo que los quadrados de los lados, ó diametros de las figuras semejantes, son proporcion-



porcionales con los terminos de la razon dada.

Como si un circulo tiene 4. palmos de diametro, y se quiere hacer otro, de suerte, que la superficie del primero à la de este, tenga la razon de 6. à 3. Digase por regla de tres: Si 6. dàn 3. luego el quadrado 16. del diametro 4. del primer circulo, dará 8. cuya raíz quadrada 2. y quatro quintos, será diametro del circulo que se busca.

Otro exemplo: Un triangulo tiene por un lado 5. palmos, y se quiere hacer otro semejante, que el primero tenga à este la razon de 4. à 9. Digase por regla de tres: Si 4. dàn 9. luego 25. quadrado del lado, darán 56. y un quarto, cuya raíz quadrada 7. y siete quince avos, será el lado del triangulo semejante que busca.

Otro exemplo: Ay una ventana prolongada, que tiene por un lado 6. palmos, y por el otro 9. se ha de hacer otra semejante, de suerte, que entre tres veces mas luz. Digase por regla de tres: Si 1. dàn 3. (que es la razon que han de tener) luego 36. quadrado del lado menor, dará 108. cuya raíz quadrada 10. y 8. 21. avos, será el lado menor de la ventana, que se ha de hacer. Otra vez: Si 1. dàn 9. luego 81. quadrado del lado mayor, dará 243. cuya raíz quadrada 15. palmos, y 18. 31. será el lado mayor. Este mismo estilo se guardará en todas las figuras rectilíneas semejantes, para hallar todos los lados, pero con tal, que los angulos se hagan iguales.

*Dado un circulo, hacer un quadrado igual, y al contrario.*

858 No pretendo quadrar el circulo, porque aun no se ha hallado su quadratura, fino dar regla proxima à la verdad, que en la practica no induzca error sensible. Supongo que un circulo tiene 14. palmos de diametro, y 154. de superficie; saquese la raíz quadrada de 154. que será 12. palmos, y dos quintos, la qual será el lado del quadrado, igual al circulo.

859 Al contrario ay un quadrado, cuya superficie es 100. y su lado 10. para hallar un circulo igual, supongase que la superficie 100. es la del circulo, por la qual se hallará su diametro (850).

*Dado el diametro de una Esfera, ò Globo, hallar la superficie, y solidéz.*

860 Conocido el diametro, busquese la circunferencia, (846) despues multipliquese el diametro por la circunferencia, y el producto será la superficie de la esfera. Como si una esfera tiene 21. palmo de

de diametro , y 66. de diferencia , multiplicando 21. por 66. salen 1386. palmos quadrados de superficie.

*De otro modo.*

861 Sabido el diametro , hallese la superficie del circulo ( 848 ) la qual se multiplicará por 4. y saldrá la superficie de la Esfera : Como si un Globo , ó Esfera tiene 21. palmo de diametro , la superficie del circulo correspondiente al dicho diametro , es 346. palmos , y medio que multiplicados por 4. dán los mismos 1386. palmos.

862 Para hallar la solidéz de la Esfera multiplíquese la superficie por la tercera parte del semidiametro , como en los exemplos antecedentes , el diametro es 21. cuyo semidiametro es 10. y medio , y la superficie 1386. multiplicando 1386. por 3. y medio , que es la tercera parte del semidiametro , saldrán 4851. palmos cubicos de solidéz.

*Dada la superficie , ó solidéz de la Esfera , hallar el diametro.*

863 Dividase la superficie de la Esfera por 4. y el quociente será la superficie del circulo maximo , por lo qual se sabrá el diametro ( 850 ) como si la superficie de la Esfera es 1386. dividida por 4. salen 346. y medio por superficie del circulo maximo. Digase ahora por regla de tres : Si 11. dán 14. luego 346. y medio , darán 441. cuya raíz quadrada 21. es el diametro.

864 Para hallar el diametro por la solidéz ; supongo que un Globo tiene 4851. palmos cubicos de solidéz ; tomenfe estos numeros 1000. y 238. por regla general ; y digase : Si 1000. dán 238. luego la solidéz 4851. dará 1154. y 269. 500. avos , cuya raíz cubica es el semidiametro , que doblado hará el diametro que se busca.

*Medir la solidéz de los Prismas , y Cylindros.*

865 Prisma es una columna de lados , triangular , quadrangular , &c. igualmente gruesa , y que tiene las basas paralelas : Cylindro es una columna redonda , tambien igualmente gruesa , y que tiene las basas paralelas , ó equidistantes. Para conocer la solidéz de entrambas , midase primeramente la superficie de la basa , la qual multiplicada por los palmos de la altura del Prisma , ó Cylindro , dará la solidéz ; y esto tanto que sean perpendiculares , como inclinados , ú obliquos mientras la altura se mida por linea perpendicular à la basa inferior , alargada si importa.

*Medir la solidéz de los Pyramides , y Conos.*

866 Como es una Pyramide redonda ; la solidéz de todas las Pyramides se mide , multiplicando la superficie de la basa por la tercera parte de la altura , aora sean rectas , ó inclinadas mientras la altura se mida por la perpendicular del vértice à la basa , alargada si importa.

*Medir la solidéz de una Pyramide , ó Cono truncado.*

867 Pyramides , y Conos truncados , son los que les falta la cúspis por una leccion paralela à la basa ; esto es , quitando un pedazo de la parte de la punta , de suerte que queda la parte mas gruesa de la Pyramide , ó Cono , pero que las basas sean paralelas. Para saber su solidéz , se medirán primeramente las basas por las reglas de medir superficies planas , y multiplicando el numero de la una por el de la otra , se sacará raíz quadrada del producto , la qual será una basa media proporcional Geometrica entre las dos : Sumense las tres basas , y multiplicando la suma por el tercio de la altura de la Pyramide , ó Cono truncados , saldrá la solidéz ; y esto que sean rectos , ò obliquos mientras la altura se tome por linea perpendicular de la basa superior à la inferior , alargada si importa.

*Aumentar , ó disminuir una figura solida en qualquier razon.*

868 Los cubos de los lados , son proporcionales con los numeros de la razon en que se han de aumentar , ó disminuir los sólidos semejantes. Sea una esfera , cuyo diametro es 4. y se ha de hacer otra , que la primera à la segunda , tenga la razon de 2. à 5. Digase por regla de tres : Si 2. dán 5. luego 64. cubo del diametro de la primera esfera , dará 160. cubo del diametro de la esfera segunda , cuya raíz cubica 5. y 35. 91. avos , será el diametro de la esfera que se busca.

*Reducir la esfera à cylindro.*

869 Si el diametro de la basa del cylindro , ha de ser igual al diametro de la esfera , tomense los dos tercios de dicho diametro , y será la altura del cylindro : Como si un globo , ó esfera tiene 6. palmos de diametro , y se ha de hacer un cylindro igual , que su basa tenga tambien 6. palmos de diametro , se tomarán los dos tercios de 6. que son 4. palmos , y esta será la altura del cylindro.

Si el diametro de la basa del cylindro ha de ser mayor , ó menor , divídase la solidéz de la esfera por la superficie de dicha basa , y sal-

Saldrá la altura del cylindro; como si un globo tiene 21. palmo de diametro, cuya solidéz es 485. palmos cubicos, y se ha de reducir á cylindro que tenga 14 palmos de diametro su basa; busquese la superficie de circulo, cuyo diametro es 14. y será 154. (848) y dividiendo la solidéz del Globo 4851. por 154. saldrán 31. palmos, y medio de altura.

Pero si la altura del cylindro ha de ser determinada como 9. palmos, divídase la solidéz del Globo por la dicha altura, y saldrá la superficie de la basa del cylindro, por la qual se sabrá el diametro (850).

Estas reglas bastan por agora, porque no son deste lugar, sino de la Geometrica práctica, quando trataré della si Dios es servido, las daré por mas extenso, y con sus demonstraciones. Solo advierto, que las que se fundan en la proporcion del diametro del circulo á la circunferencia, ó en su quadratura, no son justas, porque hasta ahora aun no se han hallado con demonstracion, y usando de diferentes proporcionales, no convendrán entre sí, pero para la práctica son bastantes, porque no inducen hierro de consideracion.

## CAPITULO TERCERO.

## DE LOS INTERVALOS

*Musicos.*

**A**lgunos Autores han tratado en sus Arithmeticas de los Intervalos Harmonicos, ó Musicos, pues se fundan en la razon de los numeros, y porque han gustado muchos desto, he tenido por conveniente escribir algo desta materia.

870 *Intervalo Harmonico*, es la misma razon, ó distancia que tienen entre sí los sonidos. *Consonancia*, es la proporcion de los sonidos apacible, y agradable al oído. *La disonancia*, es al contrario. Las consonancias, y disonancias, que son los mismos intervalos harmonicos, se expresan, y declaran por numeros; porque si ay un sonido doblado alto que otro, se dice que concuerdan en octava; si es una vez, y media mas alto que otro, concuerda en quinta, &c. como luego lo diremos. Los practicos declaran los intervalos Harmonicos mas comunes, y cantables con estas filabas *Ut, Re, Mi, Fa, Sol, La*, que llaman *Puntos*. Los intervalos Harmonicos, unos son

simples , y otros compuestos ; los simples nacen de la división Harmónica de la octava ; y los compuestos se componen de aquellos , y en particular de la octava , y de los simples.

### *Del Diapasón.*

871 El Diapasón , á quien los prácticos llaman *Octava* , porque los sonidos distan entre si ocho puntos inclusive , es el principio , y raíz de los intervalos Harmónicos ; porque todos nacen de su división. Consiste el Diapasón en la razón dupla de los sonidos ; esto es , que quando un sonido es doblado alto que otro , entonces concuerdan en octava , ó hacen la consonancia , que se llama Diapasón , ó octava.

872 Para explicar los intervalos Harmónicos , no ay sonidos mejores que los de las cuerdas , porque siendo igualmente gruesas , representan líneas que tienen una sola dimensión. Sean pues dos cuerdas iguales en lo grueso , larga , y tenso , que no aya en ellas parte alguna falsa , las quales necesariamente han de hacer un sonido que se llama *unisonancia* , y si en la mitad de la una se pone un puentecillo , y se toca la una entera , y la mitad de la otra harán la octava , porque están las longitudes de las cuerdas en razón dupla. Pero porque en la práctica no se pueden fácilmente poner las cuerdas con las condiciones que hemos dicho , se pondrán dos cuerdas en una vihuela , que no tengan parte falsa , y templándolas en unisonancia , de suerte , que el mismo sonido haga la una , que la otra , estarán como es menester para explicar los intervalos Harmónicos , supliendo la tensión por lo grueso , ó por otros accidentes ; entonces , pues si se pone un puentecillo en la mitad de la una , y se toca la una entera , y la mitad de la otra consonarán en octava.

873 El Diapasón , es la consonancia mas perfecta , porque mientras la cuerda mayor hace una vibración , ó temblor , la cuerda menor hace dos ( las vibraciones son en razón reciproca de las longitudes de las cuerdas ) con que muy á menudo las dos cuerdas impelen el ayre , por lo qual percibe una consonancia muy apacible.

874 Divídese el Diapasón en *Diapente* , y *Diateferon* , que los prácticos llaman quinta , y quarta , hallando un medio Harmónico (724) entre 2. 1. ó entre 4. y 2. ó entre 6. y 3. ó entre qualesquiera numeros en razón dupla ; y sale el Diapente en la parte grave , y el Diateferon en la aguda , que es lo natural : Pero mas fácilmente se hace la misma división , hallando un medio Arithmetico (711) , aunque el Diapente sale en la parte aguda , y el Diateferon en la

la grave. Como si tomamos estos dos numeros 4. y 2. en razon dupla (es conveniente tomar numeros pares para evitar quebrados) que representan al Diapason, se hallará un medio Arithmetico sumandolos, y sacando la mitad de la suma que será 3. y serán Arithmeticamente porporcionales 4. 3. 2. pues la razon de 3. á 2. es la del Diapente, y la de 4. á 3. del Diateseron.

*Del Diapente, y Diateseron.*

875 El Diapente á quien los prácticos llaman quinta, porque consta de cinco puntos inclusive, consiste en la razón sesquialtera de 3. á 2. de fuerte, que si una de las cuerdas que hemos dicho, se divide en tres partes, y se pone un puenteclillo á las dos, tocando la una entera, y los dos tercios de la otra, concordarán en quinta, que es consonancia perfecta, pero menos que la octava; porque mientras la cuerda mayor hace dos vibraciones, la menor ~~compone~~ <sup>compone</sup> tres, con que algo mas tarde se impele el ayre ácia una parte que en la octava, y por esso no es tan perfecta; pero como no es mucha la distancia de tiempo con que se impele el ayre ácia una parte, el oído no advierte disonancia alguna, antes percibe gusto en esta harmonia.

876 El Diateseron, ó quarta, está en la razon de 4. á 3. esto es, que si de las cuerdas referidas (872) la una se divide en quatro partes iguales, y se pone un puenteclillo en las tres partes, tocando la que no se dividió, que por ser igual á la dividida, se imagina que tiene 4. partes, y los tres quartos de la otra, harán la quarta, la qual tambien es consonancia, pero mas imperfecta que la quinta; aunque los prácticos comunmente niegan que sea consonancia. Fundo mi dictamen en estas razones: La primera, porque toda la causa física de las consonancias, y disonancias, es la frecuente, ó tarda uniformidad de impeler al ayre ácia una parte, de fuerte, que cada cuerda con sus vibraciones, ó temblores impele el ayre, y el oído no puede hallar gusto con el diforme temblor del ayre, sino quando uniformemente tiembla, y por esso quanto mas á menudo se unen los temblores del ayre ácia una parte, tanto mayor gusto percibe el oído, y quanto mas tarde, mas disgusto tiene, como sucede en todos los intervalos que admiten consonancias, pues como en la quarta dentro de tres vibraciones de la cuerda mayor, se impela el ayre ácia una parte, no se unen muy tarde los temblores del ayre, y por configuiente no será disonancia.

La segunda, porque todos los complementos de los intervalos

al Diapason, son de la misma especie de los intervalos; cuyos son complementos; esto es, si la tercera es consonancia, su complemento que es la sexta, tambien lo es, si el tono, ò segunda, es disonancia; su complemento que es la septima; tambien es disonancia, y así de los demás; luego si la quinta es consonancia, tambien lo será su complemento que es la quarta. A mas desto, si atendemos à la practica sin passion que perturbe los sentidos, hallarèmos que la quarta no disuena tanto como les parece à algunos, antes forma una consonancia apacible.

877 El Diateseron, ò quarta, no se divide harmonicamente en otros intervalos, aunque podia dividirse sacando un medio entre 4. y 3. ò entre 8. y 6. que sería 7. siendo el un intervalo de 7. à 6. y el otro de 8. à 7. pero no està puesto en uso.

878 El Diapente, ò quinta, se divide en Ditono, ò tercera mayor, y en Semiditono, ò tercera menor, hallando un medio harmonico entre 6. y 4. que es la razon del Diapentes pero mas facil es sacar medio Arithmetico entre 6. y 4. que son numeros pares, aunque salen los intervalos trocados: Sumando pues 6. con 4. salen 10. cuya mitad 5. es el medio Arithmetico, así 6. 5. 4. y la razon de 5. à 4. es de la tercera mayor, y la de 6. à 5. es de la tercera menor.

### *Del Ditono, y Semiditono.*

879 El Ditono, ò tercera mayor, consiste en la razon de 5. à 4. como acabamos de decir, que tambien es consonancia; porque dentro de 4. vibraciones, se impele el ayre àcia una parte, aunque no es tan perfecta como la quinta por ser mas tarde el concurso de las vibraciones, y por esta misma razon el Semiditono, ò tercera menor, es tambien consonancia, pero mas imperfecta que la tercera mayor.

880 El Semiditono no se divide harmonicamente hallando un medio, aunque tiene otra division: Pero si entre 5. y 4. ó entre 10. y 8. por ser numeros pares, que son los terminos que constituyen la tercera mayor, se halla un medio Harmonico, ó Arithmetico, el qual es mas facil, aunque salgan trocados los intervalos, sumando 10. y 8. y tomando la mitad de la suma desta suerte, 10. 9. 8. saldràn dos intervalos de 9. à 8. que se llama Tono mayor, y de 10. à 9. que se dice Tono menor; de suerte, que la tercera mayor, se divide en Tono mayor, y en Tono menor.



*Del Tono mayor, y menor.*

881 El Tono mayor à quien llaman segunda mayor, consiste en la razon de 9. à 8. como hemos visto antes, y es disonancia, porque à cada ocho vibraciones de la cuerda mayor, se une el ayre àcia una parte, que es muy tarde, y el oído puede facilmente perceber la diformidad de los temblores del ayre.

882 El Tono menor, ò segunda menor, està en la razon de 10. à 9. y tambien es disonancia por la misma razon, y aun peor que la del tono mayor.

*De la Coma.*

883 Si se resta el tono menor del mayor, sale un intervalo à quien llaman Coma, de la qual se componen todos los demás intervalos, como los numeros de la unidad. El modo de restar intervalos Harmonicos, es el mismo que partir quebrados, (191) ò razones (353). Y así, si de la razon de 9. à 8. que es el tono mayor, se resta la razon de 10. à 9. que es el tono menor, multiplicando en cruz, saldrà la razon de 81. à 80. en la qual consiste la coma, que es la diferencia del tono menor al mayor.

$$\frac{9}{8} \times \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$$

*Del Hexachordo mayor, y menor.*

884 Hexachordo es lo mismo que Sexta, la qual es complemento de la tercera hasta la octava; y como ay dos terceras mayor, y menor, tambien ay dos sextas mayor, y menor, las quales son muy parecidas à las terceras. La sexta mayor, se halla restando la tercera menor de la octava; esto es, la razon de 6. à 5. de la razon de 2. à 1. multiplicando en cruz como en el partir quebrados, y sale la razon de 10. à 6. ò de 5. à 3. que es la sexta mayor, la qual es consonancia, porque no tardan mucho las vibraciones en juntarse.

$$\frac{2}{1} \times \frac{6}{5} = \frac{10}{6}$$

885 La sexta menor, es el complemento de la tercera mayor, y se halla restando la dicha tercera mayor de la octava; esto es, quitando la razon de 5. à 4. en que consiste la tercera mayor de la razon de 2. à 1. que es la octava, y sale la razon de 8. à 5. que constituye à la sexta menor.

$$\frac{2}{1} \times \frac{5}{4} = \frac{8}{5}$$

De

*De la septima mayor, y menor.*

886 La septima es complemento de la segunda, ò tono à la octava, y como ay tono mayor, y menor, tambien ay septima mayor, y menor, las quales son disonancias. Restando pues el tono mayor de la octava, que es la razon de 9. à 8. de la rozon de 2. à 1. sale la razon de 16. à 9. que es la septima menor. Y restando el tono menor de la octava, que es la razon de 10. à 9. de la razon de 2. à 1. sale la razon de 18. à 10. que abreviada es de 9. à 5. la qual constituye à la septima mayor.

$$\frac{2}{1} \times \frac{9}{8} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{2}{1} \times \frac{10}{9} = \frac{18}{10}$$

*Del semitono mayor, y menor.*

887 Restando la tercera mayor de la quarta; esto es, la razon de 5. à 4. la razon de 4. à 3. sale la razon de 16. à 15. que es la del semitono mayor. Y si se resta la tercera menor de la tercera mayor; esto es, la razon de 6. à 5. de la de 5. à 4. sale la razon de 25. à 24. que constituye al semitono menor, que es lo que excede la tercera mayor à la menor.

$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{16}{15}$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$$

*De la Diesis.*

888 Diesis, es la diferencia del semitono mayor al menor; así restando el semitono menor del mayor; esto es, la razon de 25. à 24. de la razon de 16. à 15. sale la razon de 384 à 375. ò mas abreviada de 128. à 125. que es la Diesis, ò diferencia entre los semitonos, la qual sirve para el genero Enarmónico.

$$\frac{16}{15} \times \frac{25}{24} = \frac{384}{375}$$

*De los intervalos compuestos.*

889 Sumando cada uno destos intervalos con la octava, salen otros intervalos compuestos; y aun sumando algunos dellos entre sí, forman otros intervalos de los referidos. El sumar aqui, es lo mismo que multiplicar quebrados, (180) ò multiplicar razones (352) multiplicando antecedente por antecedente, y con-

se-

Sequente por conseqüente. Y así sumando una quinta con la octava; esto, es la razón de 3. à 2. con la razón de 2. à 1. sale la razón de 6. à 3. que abreviada es de 3. à 1. la qual constituye à la duodecima.

$$\begin{array}{c} 2 \text{ --- } 2 \text{ --- } 6 \\ 2 \text{ --- } 1 \text{ --- } 1 \end{array}$$

890 Así mismo, sumando una octava con otra; esto, es la razón de 2. à 1. con la razón de 2. à 1. sale la razón de 4. à 1. que es la decima quinta. Del mismo modo sumando una tercera mayor de 5. à 4. con la quarta de 4. à 3. sale la sexta menor de 8. à 5. y sumando la tercera menor con la misma quarta, sale la sexta mayor. Y así de los demás.

$$\begin{array}{c} 2 \text{ --- } 2 \quad 4 \\ 1 \text{ --- } 1 \quad 1 \end{array}$$

## Tabla de los intervalos Harmonicos.

Octava	de	2	à	1	Dupla
Quinta	de	3	à	2	Sesquialtera
Quarta	de	4	à	3	Sesquitercia
Tercera mayor	de	5	à	4	Sesquiquarta
Tercera menor	de	6	à	5	Sesquiquinta
Sexta mayor	de	5	à	3	Superbiparciente tercias
Sexta menor	de	8	à	5	Supertriparciente quintas
Tono mayor	de	9	à	8	Sesquioctava
Tono menor	de	10	à	9	Sesquinona
Septima mayor	de	9	à	5	Seperquadruparciente quintas
Septima menor	de	16	à	9	Superseptuparciente nonas
Semitono mayor	de	16	à	15	Sesquinquindecima
Semitono menor	de	25	à	24	Sesquivigessima quarta
Coma	de	81	à	80	Sequioctuagesima
Dicfis	de	128	à	125	Supertrip. ciento viges. quintas
Novena mayor	de	9	à	4	Dupla sesquiquarta
Novena menor	de	20	à	9	Dupla superbiparciente nonas
Decena mayor	de	5	à	2	Dupla sesquialtera
Decena menor	de	12	à	5	Dupla superbiparciente quintas
Undecima	de	8	à	3	Dupla superbiparciente tercias
Duodecima	de	3	à	1	Tripla
Decim. tercia may.	de	10	à	3	Tripla sesquitercia
Decim. tercia men.	de	16	à	5	Tripla sesquiquinta
Decim. quar. may.	de	18	à	5	Tripla supertriparciente quintas
Decim. quar. men.	de	32	à	9	Tripla superquintu pare nonas

De-

Decima quinta	de 4 á	1	Quadrupla
Decima sexta may.	de 9 á	2	Quadrupla sesquialtera
Decima sexta men.	de 40 á	9	Quadrup. superquadruparc. nonas
Decima sept. may.	de 5 á	1	Quintupla
Decima sept. men.	de 24 á	5	Quadrup. superquadrup. quintas.
Decima octava	de 16 á	3	Quintupla sesquitercia
Decima nona	de 6 á	1	Sextupla
Vigésima mayor	de 20 á	3	Sextupla superbiparcient. tercias
Vigésima menor	de 32 á	5	Sextupla superbiparcient. quintas
Vigés. prima may.	de 36 á	5	Septupla sesquiquinta
Vigés. prima men.	de 64 á	9	Septupla sesquinona
Vigésima segunda	de 8 á	1	Octupla

891 En esta tabla están todos los intervalos del genero diatónico hasta tres octavas: Quien quisiere proseguirla, sume los intervalos simples ~~partes~~ de la division de la octava, que son los primeros de la tabla ~~la~~ la razon de 8. á 1. que son tres octavas, y tendrá todos los intervalos hasta quatro octavas, que es la razon de 16. á 1. con la qual si buelve á sumar los mismos intervalos simples, tendrá los compuestos hasta cinco octavas, que es la razon de 32. á 1. y así continuamente.

### Observaciones.

892 Los intervalos compuestos, son de la misma especie que los simples; porque si los simples son consonancia, tambien los compuestos dellos, y si aquellos son disonancia, tambien estos; como porque la quinta es consonancia, tambien lo será la duodecima que es compuesta de octava, y quinta, y si la septima es disonancia, tambien lo es la decima quarta, y así de los demás.

893 Pero es digno de observacion, que todos los intervalos que consisten en razon multiplique, como dupla, tripla, quadrupla, quintupla, &c. son consonancias cantables, y comunes, y solo el que consiste en razon septupla de 7. á 1. que está entre la vigésima primera, y vigésima segunda, no es cantable de los comunes, ni se puede expresar facilmente por voces, è instrumentos, fino por el Tetrachordo, ò del modo que hemos dicho por las cuerdas de la vihuela; aunque tengo por cierto que es consonancia.

894 La mas perfecta consonancia de todas , es la octava ; porque dista menos que en ninguna otra el impelarse el ayre àcia una parte, pues que à cada vibracion de la cuerda mayor se juntan los temblores del ayre. Y la disonancia mayor que puede aver , es , quando las cuerdas igualmente tirantes gruesas , &c. tienen entre si la razon de la diagonal al lado del quadrado , porque esta razon no se puede expresar por numeros , y así jamás se juntarán àcia à una parte las vibraciones del ayre.

895 La coma en los intervalos Harmonicos , es como la unidad respecto de los numeros , porque todos se componen della. Y así quien quisiere entretenerse en sumar comas ; esto es , sumar la razon de 81. à 80. con la misma razon de 81. à 80. multiplicando 81. por 81. y 80. por 80. tendrá dos comas , que en la razon de 6561. à 6400. las quales si sumare con otra coma , saldrán la razon de 531441. à 212000. que son tres comas , y así continuamente hallará que la razon que tiene ocho comas , aun no es como 10. à 9. y la razon de nueve comas , passa de 10. à 9. con que el tono menor tiene mas de ocho comas , y menos que nueve. Verà tambien como nueve comas no hacen aun la razon de 9. à 8. y diez comas pasan , y así el tono mayor tiene mas que nueve comas , y menos que diez ; y deste modo hallará las comas de todos los demás intervalos hasta que llegue à 55. comas , que aun su razon no es dupla , y à 56. comas ya passa de dupla con que la octava consta de mas que 55. comas , y menos que 56.

FIN.

¶ Con esto ya es tiempo de poner fin à esta corta navegacion que hemos emprendido en el immenso piélaggo de los numeros , recogiendo las velas del discurso, y fixando la ancora de la pluma en el tintero. Quicn quisiere descubrir mas senos , podrá tomar otro navio mejor de los muchos que nos dexaron los Autores , ò dellos formarse uno à su intento , porque nosotros descansamos en este puerto , hasta que despleguemos las velas para caminar por otro rumbo. Feliz avrà sido nuestra navegacion , y con incorporable ganancia , si de esta suerte aplicamos nuestros discursos à escudriñar los arcanos de los numeros , que pensando siempre en aquel numero sin numero de innumerables siglos de siglos , que necessariamente hemos de passar sin jamás llegar al termino , ò de vida bienaventurada , ò de infelice muerte , ajustemos tan bien nuestras cuentas , que gocemos de aquella vida interminable de immensos gozos , que es ver à Dios por una eternidad. Aquel será perfeto , y dichoso Arithmetico que resolviere este Problemá.

# INDICE

DE LO QUE SE CONTIENE EN ESTE LIBRO.

## PROEMIALES.

### PARTE I.

*Expliquense algunos terminos.*

- D**E la Arithmetica, pag. 1.  
De la Unidad, pag. 2.  
Del numero, pag. 3.  
De los Guarismos, pag. 4.  
De la Numeracion, pag. 5.  
De la Notacion, pag. 11.  
De la cuenta Latina, ò Romana, pag. 12.  
De la medida, y partes del numero, pag. 13.  
De la razon, y proporcion de los numeros, pag. 15.  
Del numero par, è impar, pag. 16.  
Del numero primo, y compuesto, pag. 17.  
Del numero Dígito, Artículo, y Mixto, pag. 17.  
Del numero perfecto, diminuto, y abundante, pag. 18.

### PARTE II.

*De las Monedas, Pesos, y Medidas.*

- M**onedas, pesos, y medidas de los Romanos antiguos, pag. 19.  
Monedas, pesos, y medidas Atticas, ò de los Griegos, pag. 24.  
Monedas, pesos, y medidas de los Hebreos, pag. 27.  
Monedas, pesos, y medidas de Castilla, pag. 29.  
Monedas, pesos, y medidas de Valencia, pag. 30.  
Monedas, pesos, y medidas de Aragon, pag. 32.  
Monedas, pesos, y medidas de Cataluña, pag. 33.



*Indice de lo contenido*

# LIBRO I.

De la logistica de los numeros.

## P A R T E I.

*De la logistica de los Enteros.*

**C**apitulo 1. Del Sumar, pag. 36.

Cap. 2. Del Restar, pag. 39.

Cap. 3. Del multiplicar, pag. 42.

Problema 1. Multiplicar un numero digito por otro digito, pag. 43.

2. Multiplicar un numero de muchos guarismos por numero digito, pag. 44.

3. Multiplicar un numero de muchos guarismos por otro tambien de muchos guarismos, pag. 46.

Aplicacion del multiplicar, pag. 50.

Cap. 4. Del Partir, pag. 51.

Problema 1. Partir por numero digito, ò medio partir, pag. 52.

2. Partir por numero de muchos guarismos, ò entero partir, pag. 57.

Aplicacion del partir, pag. 65.

Cap. 5. Del examen de las quatro operaciones de la logistica de los enteros, pag. 67.

Prueba del sumar, pag. 67.

Prueba del restar, pag. 67.

Prueba del multiplicar, pag. 68.

Prueba del partir, pag. 68.

Cap. 6. Del exercicio de la logistica de los enteros, pag. 69.

## P A R T E II.

*De la logistica de los Quebrados.*

**C**apitulo 1. De la theorica de los quebrados, pag. 77.

Theorema 1. Qualquier quebrado tiene la misma razon à su todo,  
à

*en este Libro*

1. Reducir á la unidad, que el numerador al denominador, p. 78.
2. Los quebrados, cuyos numeradores tienen una misma razon á sus denominadores, son iguales, p. 79.
3. Aquel quebrado es mayor cuyo numerador tiene mayor razon á su denominador, p. 79.
4. Los quebrados que tienen igual, ó un mismo denominador, tienen entre sí la razon de los numeradores, p. 80.
5. Los quebrados tienen entre sí la misma razon que los productos de la multiplicacion en cruz de los numeradores por los denominadores, p. 81.
6. Los quebrados que tienen iguales numeradores, tienen entre sí la razon reciproca de los denominadores, p. 82.
- Cap. 2. De la reduccion de los quebrados, p. 83.**
- Problema 1. Reducir un quebrado á los minimos terminos, p. 83.**
- Propuestos dos, ó mas numeros, conocer, si son entre sí primos, ó compuestos, hallar la maxima medida comun, p. 84.
2. Reducir los quebrados á un comun denominador, p. 87.
3. Reducir un quebrado á un denominador determinado quando se puede hacer, p. 89.
- Hallar el valor de un quebrado, p. 90.
4. Reducir los enteros á quebrados, p. 91.
5. Reducir los quebrados á enteros, p. 93.
6. Reducir el quebrado compuesto á simple, p. 93.
7. Incorporar los quebrados compuestos, p. 95.
- Cap. 3. Del sumar quebrados, p. 97.**
- Problema 1. Sumar quebrados, p. 97.**
1. Sumar entero con quebrado, p. 98.
3. Sumar enteros, y quebrados, con enteros, y quebrados, p. 98.
- Cap. 4. Del restar quebrados, p. 99.**
- Problema 1. Restar quebrado de otro p. 99.**
2. Restar quebrado de entero, p. 100.
3. Restar entero, y quebrado, de entero solo, p. 101.
4. Restar entero de entero; y quebrado, p. 101.
5. Restar enteros, y quebrado de enteros, y quebrado, p. 102.
- Cap. 5. Del multiplicar quebrados, p. 103.**
- Problema 1. Multiplicar quebrado por quebrado, p. 103.**
2. Multiplicar entero por quebrado, p. 104.
3. Multiplicar por entero, y quebrado, p. 104.
4. Multiplicar entero, y quebrado, por entero, y quebrado, p. 104.
- Cap. 6. Del partir quebrados, p. 109.**

## *Indice de lo contenido*

- Problema 1.** Partir quebrado, pag. 109.  
2. Partir entero por quebrado, ò al contrario, pag. 110.  
3. Partir entero, y quebrado, por entero solo, ò al contrario, pag. 110.  
4. Partir entero, y quebrado, por entero, y quebrado, pag. 111.  
**Cap. 7.** Del examen de la logistica de los quebrados, pag. 114.  
**Cap. 8.** Del ejercicio de la logistica de los quebrados, pag. 114.

### P A R T E III.

#### *De la logistica de los numeros denominados.*

- C**apitulo 1. Del sumar numeros denominados, pag. 118.  
**Cap. 2.** Del restar numeros denominados, pag. 123.  
**Cap. 3.** Del multiplicar numeros denominados, pag. 126.  
**Problema 1.** Multiplicar una especie por otra, pag. 127.  
2. Multiplicar una especie por otra especie, y quebrado, pag. 127.  
3. Multiplicar una especie por dos especies, pag. 127.  
4. Multiplicar una especie por otras dos, y quebrado, pag. 133.  
5. Multiplicar una especie por otras muchas, pag. 136.  
6. Multiplicar muchas especies por otras muchas, pag. 141.  
**Cap. 4.** Del partir numeros denominados, pag. 151.  
**Cap. 5.** Del examen de la logistica de los numeros denominados, p. 155.  
**Cap. 6.** Del ejercicio de la logistica de los numeros denominados, p. 155.

### P A R T E IV.

#### *De la logistica de las partes decimas.*

- C**ap. 1. De la reduccion de las decimas, p. 152.  
**Problema 1.** Reducir un quebrado comun à decimas, p. 152.  
2. Reducir las decimas à un quebrado comun, p. 163.  
3. Reducir unas decimas à otras p. 163.  
4. Reducir los enteros à decimas, y al contrario, p. 164.  
5. Reducir los numeros denominados à decimas, p. 164.  
6. Hallar el valor de las decimas, p. 166.  
**Cap. 2.** Del sumar, y restar decimas, p. 167.  
**Cap. 3.** Del multiplicar, y partir decimas, p. 168.

### L I B R O II.

#### *De la analogia de los numeros.*

### P A R T E I.

#### *De los numeros proporcionales, ò regla de Tres.*

- D**E la razon de los numeros, y su division, p. 173.  
De la proporcion, y proporcionalidad, p. 179.

Del

**Del denominador de la razon, proporcion, y proporcionalidad, p. 180.**

**De los terminos proporcionales, p. 182.**

**De la razon compuesta, p. 185.**

**Cap. 1. De la theorica de las razones, y proporcionales, p. 188.**

**Proposicion 1. Los numeros iguales tienen la misma razon à un qualquier numero, y al contrario, p. 188.**

**2. El numero mayor tiene mayor razon à otro tercero, que el menor; y el tercero al menor tiene mayor razon que al mayor, y al contrario, p. 189.**

**3. Si dos razones son iguales, ò semejantes à una tercera, tambien son iguales, ò semejantes entre sí, p. 190.**

**4. Si quatro numeros son proporcionales, el producto de los medios es igual al producto de los extremos, y al contrario, pag. 190.**

**5. Si de quatro numeros fuere mayor la razon del primero al segundo, que del tercero al quarto, tambien el producto de los extremos, será mayor que el producto de los medios, y al contrario. Pero si fuere menor, será tambien el producto menor, y al contrario p. 191.**

**6. Si quatro numeros A. B. C. D. fueren proporcionales, tambien lo serán alternando, p. 193.**

**7. Si quatro numeros A. B. C. D. son proporcionales, tambien lo serán invirtiendo, p. 193.**

**8. Las partes semejantes tienen entre sí la misma razon que sus todos, p. 194.**

**9. Si quatro numeros A. B. C. D. son proporcionales, tambien lo serán componiendo, p. 196.**

**10. Si quatro numeros A. B. C. D. son proporcionales, tambien lo serán dividiendo, p. 196.**

**11. Si quatro numeros A. B. C. D. son proporcionales, tambien lo serán convirtiendo, p. 196.**

**12. Si fueren muchos numeros A. B. C. y otros tantos E. D. F. de fuerte que cada dos sean proporcionales, tambien los extremos A. E. C. F. serán por igualdad de razon proporcionales, p. 197.**

**13. En los numeros proporcionales, la suma, ò diferencia de los antecedentes, à la suma, ò diferencia de los consequentes, tiene la misma razon que un antecedente à su consequente, p. 197.**

**14. Si quatro numeros son proporcionales, la suma del mayor, y menor será mayor que la suma de los otros dos, p. 198.**

**15. Las raíces de qualquier especie de razon son numeros entre sí primos, y al contrario, p. 199.**

## *Indice de lo contenido*

16. Hallar el denominador de qualquier razon , p. 199.
  17. Conocer la razon que dos numeros tienen entre si , p. 200.
  18. Hallar los numeros de qualquier razon , p. 201.
  19. Dado el denominador , hallar la razon de quien es denominador , p. 203.
  20. La razon de igualdad es principio , y raiz de las demás razones , pag. 204.
  21. Qualquier razon es lo mismo que un quebrado, cuyo numerador es el antecedente , y el denominador el conseqüente , p. 206.
  22. Reducir qualquier razon entre quebrados á razon entre numeros enteros , p. 211.
  23. Multiplicando el denominador de qualquier razon por el conseqüente , produce el antecedente , p. 212.
  24. Dado el antecedente hallar el conseqüente en qualquier razon , p. 213.
  25. Dado el conseqüente hallar al antecedente en qualquier razon , p. 213.
  26. Si de quatro numeros proporcionales A. B. C. D. los extremos A. D. son entre si primos , todos los quatro serán los minimos en su proporcion , p. 214.
  27. Hallar los numeros que uno quisiere continuamente proporcionales , minimos en una razon dada , p. 215.
  28. Los numeros minimos , ó las raizes de una razon , miden igualmente á otros sus proporcionales , p. 216.
  29. Si tres numeros son proporcionales á otros tres , tambien sus diferencias son proporcionales , p. 217.
  30. Si á dos numeros se añade un numero , ó de los mismos se resta el mismo numero , las diferencias de las sumas , ó restas serán las mismas que antes de sumar , ó restar , p. 218.
  31. Si tres numeros se multiplican , ó dividen por un mismo numero las diferencias de los productos , ó quocientes son proporcionales á las diferencias de los dichos tres numeros , p. 218.
  32. Si quatro numeros se exceden igualmente , la suma de los extremos es igual á la suma de los medios , y al contrario p. 219.
  33. Si dos numeros multiplican á uno , la diferencia de los productos es igual al producto de la diferencia de los multiplicadores , por el numero multiplicado , p. 219.
- Cap. 2. De la regla de tres ó de proporcion p. 220.
- Problema 1. Disponer los terminos de la regla de tres simple , y conocer si es directa , inversa , p. 221.

*en este Libro.*

2. Resolver qualquier question de regla de tres siemple directa,  
p. 224.
  3. Resolver qualquier question de regla de tres siemple inversa,  
p. 226.
  4. Disponer los terminos de la regla de tres compuesta, y conocer  
si ay indireccion, p. 227.
  5. Resolver qualquier question de la regla de tres compuesta, y di-  
recta, p. 231.
  6. Resolver la question de regla de tres compuesta, quando ay  
inversion, p. 235.
- Modo facil para resolver qualquier regla de tres compuesta, p. 238.
- Cap. 3. Del exercicio de la regla de tres, p. 241
- Reduccion de monedas, pesos, y medias p. 241.
- Cambios, p. 245.
- Trueques, p. 250.
- Ganancias, intereses, pensiones, arrendamientos &c. p. 254.
- Questiones miscellaneas, p. 267.

## P A R T E II.

### *De la regla de Companias.*

- C**ompanias simples, p. 273.
- Companias compuestas, p. 280.
- Reparticiones, p. 284.
- Arrendamientos, p. 287.
- Testamentos, p. 288.
- Questiones miscellaneas, p. 291.

## P A R T E III.

### *De las reglas de Aligaciones, ò Mezclas.*

- A**ligaciones simples, p. 295.
- Corona de Archimedes, p. 297.
- Aligaciones compuestas, p. 397.

## P A R T E IV.

### *De las reglas de falsas posiciones.*

- P**osicion simple, p. 318.
- Posicion compuesta, p. 326.

# Indice de lo contenida

## LIBRO III.

### De la analitica de los numeros.

#### P A R T E I.

##### De la extraccion de las raices.

**E**Xplicanse los terminos de las potestades, y raices, p. 341.  
Del numero plano, y sólido, p. 345.

De los planos, y sólidos semejantes, p. 347.

Cap. 1. De la theoria de las potestades, y raices en general, p. 348.

Theorema 1. Los numeros planos tienen entre sí la razon compuesta de los lados, p. 348.

2. Los numeros sólidos tienen entre sí la razon compuesta de sus lados, p. 350.

3. Los cuadrados tienen entre sí la razon duplicada de sus lados; los cubos triplicada; los quadrado quadrados quadruplicada, &c. p. 352.

4. En qualquier serie de numeros continuamente proporcionales que comienza de la unidad, el tercero, quinto, septimo, y así alternativamente, son quadrados; el quarto, septimo, y así entredexando dos, son cubos; el quinto, nono, y así entredexando tres, son quadrado quadrados: y así de las demás potestades, p. 354.

5. Si dos potestades semejantes se multiplican, ò dividen unas por otras, los productos, ò quocientes serán potestades del mismo genero, cuyas raices serán los productos, ò quocientes de las raices de las potestades multiplicantes, ò dividendes, p. 355.

6. En qualquier serie de numeros continuamente proporcionales, que comienza de la unidad, del mismo genero de potestad que es el segundo serán todos los demás, p. 357.

7. Si una potestad mide à otra, tambien su raíz medirá à la raíz de la otra. Y si una raíz mide à otra, tambien la potestad medirá à la potestad, p. 358.

8. El numero entero, que no tiene raíz en numero entero, tampoco la tendrá en entero y quebrado, ni en quebrado solo, p. 359.

Cap. 2. Del numero quadrado, y su raíz, p. 360.

Theorema 1. El numero, cuyo primer guarismo es 2. 3. 7. 8. no es quadrado, p. 360.

2. La raíz quadrada de un numero que tiene dos guarismos, es sola un



## *en este Libro.*

un guarismo; la de un numero de tres, ò quatro guarismos, contiene dos guarismos; la de un numero de cinco, ò seis guarismos, tiene tres guarismos, &c. p. 361.

3. Si un numero se divide en dos qualesquiera partes, el quadrado del todo es igual à los quadrados de las partes, y à dos rectangulos de las mismas partes, p. 362.

**Problema 1.** Sacar la raíz quadrada de qualquier numero entero que conste de uno, ò dos guarismos, p. 365.

2. Sacar la raíz quadrada de qualquier numero entero que conste de mas de dos guarismos, p. 367.

3. Hallar la raíz quadrada de entero, y quebrado, ò de quebrado solo, p. 372.

**Cap. 3.** Del numero cubico, y su raíz, p. 375.

**Theorema 1.** La raíz cubica de un numero, que tiene uno, dos, ò tres guarismos, es solo un guarismo; la de un numero de quatro, cinco, ò seis guarismos, tiene dos guarismos; la de siete, ocho, ò nueve guarismos, consta de tres guarismos, &c. p. 375.

2. Si un numero se divide en dos partes, el cubo del todo es igual à los cubos de las partes, y à tres productos de la multiplicacion de la primera parte, por el quadrado de la segunda; mas à otros tres productos del quadrado de la primera parte, por la segunda, p. 376.

**Problema 1.** Sacar la raíz cubica de un numero entero, que tenga menos que quatro guarismos, p. 379.

2. Sacar raíz cubica de un numero entero, que conste de mas que tres guarismos, p. 381.

3. Sacar la raíz cubica de entero, y quebrado, ò de quebrado solo, p. 388.

**Cap. 4.** De las demás potestades, y sus raíces, p. 390.

**Problema 1.** Sacar la raíz de qualquier potestad, p. 391.

**Cap. 5.** De la aproximacion de las raíces fordas, p. 400.

## P A R T E II.

### *De los medios proporcionales.*

**Capítulo 1.** Del medio arithmetico, p. 404.

**Problema 1.** Dados dos numeros, hallar un medio arithmetico, p. 404.

2. Dados dos numeros, hallar muchos medios arithmeticos, p. 405.

3. Da-

## *Índice de lo contenido*

3. Dados el medio , y un extremo arithmetico , hallar el otro extremo , p. 406.

Cap. 2. Del medio geometrico , p. 406.

Problema 1. Entre dos numeros, hallar un medio geometrico, p. 407.

2. Entre dos numeros dados hallar muchos medios geometricos , p. 408.

3. Dados el medio , y un extremo geometricamente proporcionales, hallar el otro extremo , p. 409.

4. Dado un termino proporcional , y el denominador de la razon, hallar los otros terminos proporcionales , p. 410.

Cap. 3. Del medio harmonico , p. 411.

Problema 1. Entre dos numeros dados , hallar un medio harmonico , p. 411.

2. Dado el medio , y el extremo menor , hallar el mayor extremo harmonico , p. 412.

3. Dado el extremo mayor , y el medio , hallar el menor extremo harmonico , p. 413.

Cap. 4. Del ejercicio de las raíces , potestades , y medios proporciones principales , p. 414.

## LIBRO IV.

### De las Progresiones , y Combinaciones.

#### P A R T E I.

##### *De las Progresiones.*

Cap. 1. De la progresion arithmetica , p. 420.

Problema 1. Continuar una progresion arithmetica , p. 420.

Theorema 1. En la progresion arithmetica la suma de los extremos es igual à la suma de qualquiera dos terminos igualmente distantes de los extremos , p. 421.

2. En la progresion arithmetica de terminos impares , la suma de los extremos es igual al duplo del termino medio , p. 422.

3. En la progresion arithmetica , si de la suma de dos terminos se resta un qualquier otro termino, el residuo será un termino distante, tanto del uno de los sumados , quanto el restado dista de otro , pag. 422.

4. Las sumas de los terminos de las progresiones arithmeticas forman progresion arithmetica , p. 423.

5. Las

*en este Libro.*

5. Las restas de los terminos de las progresiones arithmeticas forman progresion arithmetica, p. 424.
- Problema 2. En la progresion arithmetica, dados los dos extremos, y el numero de los terminos, hallar la suma, p. 425.
3. En la progresion arithmetica, dados los extremos, y el numero de los terminos, hallar la diferencia, p. 426.
4. En la progresion arithmetica, dados la suma, y los extremos, hallar el numero de los terminos, p. 427.
5. En la progresion arithmetica, dados los extremos, y la suma, hallar la diferencia, p. 428.
6. En la progresion arithmetica, dados los extremos, y la diferencia, hallar el numero de los terminos, p. 428.
7. En la progresion arithmetica, dados los extremos, y la diferencia, hallar la suma, p. 429.
8. En la progresion arithmetica, dados el extremo menor, el numero de los terminos, y la suma de la progresion, hallar el extremo mayor, p. 429.
9. En la progresion arithmetica, dados el menor extremo, el numero de los terminos, y la suma de la progresion, hallar la diferencia, p. 430.
10. En la progresion arithmetica, dados el menor extremo, numero de los terminos, y la diferencia, hallar el mayor extremo, p. 430.
11. En la progresion arithmetica, dados el menor extremo, el numero de los terminos, y la diferencia, hallar la suma, p. 430.
12. En la progresion arithmetica, dados el mayor extremo, el numero de los terminos, y la suma, hallar el menor extremo, p. 431.
13. En la progresion arithmetica, dados el mayor extremo, el numero de los terminos, y la suma, hallar la diferencia, p. 431.
14. En la progresion arithmetica, dados el mayor extremo, el numero de los terminos, y la diferencia, hallar el menor extremo, p. 431.
15. En la progresion arithmetica, dados el extremo mayor, el numero de los terminos, y la diferencia, hallar la suma, p. 431.
16. En la progresion arithmetica, dados el numero de los terminos, la suma, y la diferencia, hallar los extremos, p. 432.
17. En la progresion arithmetica dados el menor extremo, la suma, y la diferencia, hallar el mayor extremo, y el numero de los terminos, p. 432.

## Índice de lo contenido

18. En la progresion arithmetica, dados el extremo mayor, la suma, y la diferencia, hallar el extremo menor, y el numero de los terminos, p. 433.
19. Dada la suma de dos, ó muchas progresiones arithmeticas juntas de igual numero de terminos, y dados el un extremo, y la diferencia de cada una, hallar el numero de los terminos, p. 434.
20. En dos, ó muchas progresiones arithmeticas de igual suma, dados el un extremo, y la diferencia, y la suma de cada una hallar el numero de los terminos, p. 437.
21. En la progresion arithmetica, dados el un extremo, y la diferencia, hallar el numero de los terminos, de suerte, que la suma de la progresion sea igual al producto del numero de los terminos por un numero dado, p. 438.
22. Dados el un extremo, y diferencia de cada una de dos progresiones arithmeticas de iguales sumas, y numeros de terminos, hallar el dicho numero de terminos, p. 439.
- Cap. 2. De la progresion geometrica p. 441.
  - Theorema 1. En la progresion geometrica, el producto de los extremos es igual al producto de qualesquiera dos terminos igualmente distantes de los extremos, p. 441.
  - 1. En la progresion geometrica si el producto de dos terminos se divide por un qualquier otro termino el quociente será un termino distante tanto del uno de los terminos multiplicados, quanto el partidor dista del otro, p. 442.
  - 2. En la progresion geometrica determinada, la misma razon tiene la diferencia minima al menor extremo, que la diferencia entre los extremos à la suma de la progresion menos el mayor extremo, p. 442.
  - 3. Dadas dos progresiones geometricas, si el primer termino de la una se multiplica por el primero de la otra, el segundo por el segundo, &c. sale una progresion geometrica, p. 443.
  - 4. Dadas dos progresiones geometricas, si el primer termino de la una se divide por el primer termino de la otra, el segundo por el segundo, &c. sale una progresion geometrica, p. 444.
  - Problema 1. Continuar una progresion geometrica, p. 445.
  - 1. En la progresion geometrica dados los extremos, y el denominador, hallar la suma, y el numero de los terminos, p. 445.
  - 2. En la progresion geometrica, dados los extremos, y la suma, hallar el denominador, y el numero de los terminos, p. 446.

## *en este Libro.*

4. En la progresion geometrica , dados el menor extremo, la suma, y el denominador, hallar el mayor extremo, y el numero de los terminos , p. 447.
  5. En la progresion geometrica , dados el mayor extremo, la suma, y el denominador , hallar el extremo menor ; y el numero de los terminos , p. 447.
  6. En la progresion geometrica , dados el menor extremo , el denominador , y el numero de los terminos , hallar el mayor extremo , y la suma , p. 448.
  7. En la progresion geometrica , dados el mayor extremo, el denominador , y el numero de los terminos , hallar el menor extremo , y la suma , p. 449.
  8. En la progresion geometrica , dados el denominador , suma , y numero de los terminos , hallar los extremos , p. 450.
  9. En la progresion geometrica , dados el mayor extremo , y la suma , hallar el menor extremo , y el denominador , p. 451.
  10. Dado el denominador , y mayor extremo de una progresion geometrica infinita descendente , hallar la suma de todos los terminos infinitos p. 451.
- Cap. 3. De la progresion arithmetica , y geometrica entre si , p. 454.

## P A R T E II.

### *De las Combinaciones.*

- P**roblema 1. Dado el numero de cosas , hallar las disposiciones, que todas juntas pueden tener en orden al lugar , p. 457.
1. Dado el numero de cosas , hallar las disposiciones que pueden tener tomadas de dos en dos , de tres en tres , &c. sin orden al lugar , p. 461.
  3. Dado el numero de cosas , hallar las combinaciones que pueden tener tomadas de dos en dos , de tres en tres , &c. atendiendo al lugar , p. 467.

## A P P E N D I C E.

- C**Ap. 1. De algunos modos artificiosos para adivinar numeros ocultos , p. 470.
- Adivinar el numero que uno ha pensado , p. 470.
- Dados dos numeros par, è impar , adivinar quien pensó el par, y quien el impar , p. 472.
- Adivinar los numeros que muchos han. pensado , con tal que sean

## *Indice de lo contenido*

- menos que 10. .p. 473.
- Juego de la fortija , p. 474.
- Adivinar quien de muchas personas escondió una cosa , p. 474.
- Juego de los Moros , y Christianos , p. 475.
- Juego de las tres prendas , p. 476.
- Adivinar el numero de calculos que ay en un monton, con solo verle , y sin preguntar cosa alguna , p. 477.
- Cap 2. De reglas geometricas resueltas por numeros , p. 478.**
- Dado el diametro de un circulo , hallar la circunferencia, p. 478.
- Dada la circunferencia , hallar el diametro , p. 479.
- Hallar la area , ò superficie de un circulo , p. 479.
- Dada la superficie del circulo , hallar el diametro , p. 479.
- Hallar la superficie de una Elipse , ó figura oval plana , p. 479.
- Medir la superficie de un triangulo rectilineo , p. 480.
- Medir la superficie de un quadrilatero rectangulo , p. 481.
- Medir la superficie de qualquier figura plana rectilinea , p. 481.
- Medir la superficie de qualquier figura plana irregular , p. 481.
- Aumentar, ò disminuir una figura plana en qualquier razon, p. 481.
- Dado un circulo , hacer un quadrado igual , y al contrario, p. 482.
- Dado el diametro de una esfera , ò Globo , hallar la superficie , y solidéz , p. 482.
- Dada la superficie , ò solidéz de la Esfera , hallar el diametro, p. 483.
- Medir la solidéz de los Prismas , y Cylindros , p. 483.
- Medir la solidéz de los Pyramides , y Conos , p. 484.
- Medir la solidéz de una Pyramide , ó como truncado , p. 484.
- Aumentar, ò disminuir una figura sólida en qualquier razon, p. 484.
- Reducir la esfera à Cylindro , p. 484.
- Cap. 3. De los intervalos muficos , p. 485.**
- Del Diapason p. 486.
- Del Diapente , y Diateseron , p. 487.
- Del Diatono , y Semiditono , p. 488.
- Del tono mayor , y menor , p. 489.
- De la Coma , p. 489.
- Del hexachordo mayor , y menor , p. 489.
- De la septima mayor , y menor , p. 490.
- Del septimo mayor , y menor , p. 490.
- De la Diefis , p. 490.
- De los intervalos compuestos , p. 490.
- Tabla de los intervalos Harmonicos , p. 491.